

砂の音響透過について

正員 後藤 正 司\*

ON THE SOUND TRANSMISSION IN SAND

(Trans. of JSCE, Sept. 1953)

Shōji Gotō, O.E. Member

**Synopsis** In this paper, the author has studied on the dissipative effect of sand on the propagation of sound waves, and compared the experimental result with the theoretical conclusion of the propagation of sound in the capillary pipes with viscous absorption. The author obtained the value of the equivalent diameter of a capillary pipe for the sand layer of loose packing.

**要旨** 砂層中を通る音について、砂が音波伝播に及ぼす減衰効果を実験的に研究し、これを粘性抵抗を有する毛細管内の音波伝播の理論と比較して、弛る詰めの砂に対して毛細管の等価直径の値を算出したものである。

1. 緒言

砂のような粒状物体の空隙間を音波が通る場合に、その空隙の形や大きさが音波伝播に与える効果を観察し減衰の割合及び音の振動数との関係を求めることは、単に防音のための基礎的資料としてのみでなく、砂のような粒状体の構造自体の問題としてその物理的性質の一つを示すものであろう。またここに粘性的な物質が混入された場合は、土の微振動伝播の性質とも結びついてゆくと思われる。有孔性材料の吸音については古くは P.E. Sabine の研究<sup>1)</sup>以来主として建築音響の立場より研究がなされ、材料の吸音による室内音響の調節が計られる場合が多いのであるが、その透過率については最近では故川島定雄博士の研究<sup>2)</sup>がある。しかし成形されない粉体については、ほとんど行われていないようであるし理論的取扱いも示されていない。

2. 間隙率の測定

まづ乾燥砂の間隙率  $P$  を求めるために 図-1 に示す装置を用いて水柱の差  $h_2 - h_1$  を測り次式により  $P$  を得た<sup>3)</sup>。

$$P = \frac{V_a}{V_t} = \left(1 - \frac{V}{V_t} - \frac{p_0 \cdot \Delta V_a'}{\Delta p_0 \cdot V_t}\right) \times 100 \% \dots\dots\dots (1)$$

ここに  $V_a$  : 材料内の間隙量,  $V_a'$  :  $V_a$  と容器内の間隙量との和,  $V_t$  : 材料の見掛けの体積,  $V$  : 容器の体積,  $p_0$  : 大気圧,  $\Delta p_0$  : 左右両管内の気圧差

である。測定には右側球形部分に砂を充填し、左右両管の下部には水を入れる。球形部分の上に蓋をした後、左側細管を上げて水位差  $h_2 - h_1$  を測定する。すなわち (1) 式より次式を得る。

$$P = 1 - \frac{V}{V_t} + \frac{(h_2 - h_1) \cdot S \cdot 1.035}{V_t (h_2 - h_1)} \dots\dots\dots (2)$$

ここに  $S$  は右管の断面積, 1.035 cm は 1 気圧における水柱の高さ (15°C) を表わす。この方法による測定値と、見掛け比重及び真比重より求めた間隙率  $P_s$  の値は表-1 のごとくであった。

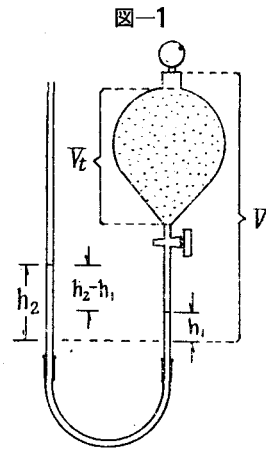


表-1

材 料	見掛け比重	真 比 重	$P_s$ (%)	$P$ (%)	$(P_s - P) / P_s$
(1) 粗 標 準 砂	1.57	2.57	40.8	37.8	7.3
(2) 細 標 準 砂	1.38	2.65	47.5	44.6	6.1
(3) 普 通 砂	1.52	2.83	46.2	43.8	5.2
(4) 鋸 屑	0.14	1.22	87.5	83.8	4.2

$P_s$  の値はいつれの材料においても  $P$  より大きく差の平均は 5.7% である。この気圧差による測定の誤差が、大体において砂の充填が密なるほど大きく、粗なるほど小さいことは、砂の内部に一樣に圧力が及ぼすことの難易によるためと思われる。また一方、比重による測定の場合は粒子が細かい時には粒子の周囲に附着した空気泡を完全に

排除することが困難であるために空隙率は大きく出る傾向があるので両者いつれの方法がよいかは判別しにくい。

\*早稲田大学助教授, 理工学部土木工学科

図-2

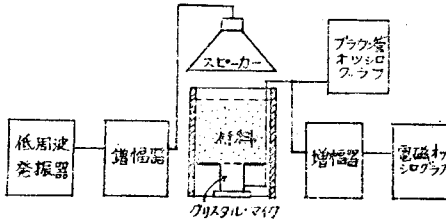


図-3

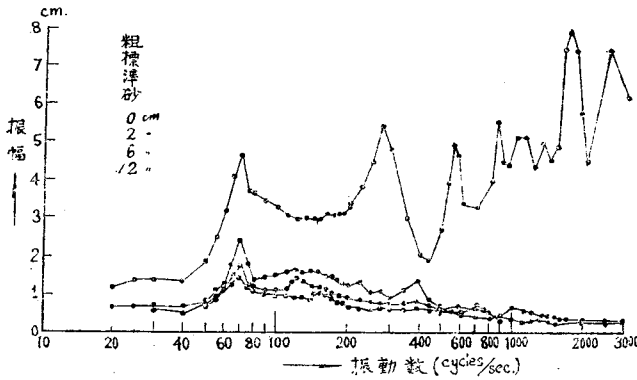


図-4

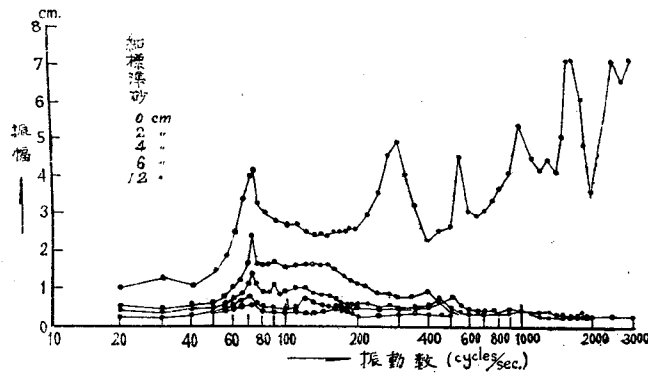
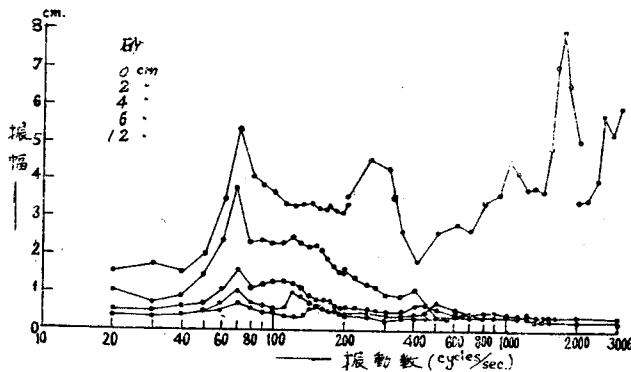


図-5



### 3. 音響透過の測定

図-2 に示す順序により音響透過測定を行つた。用いた音の振動数は 20~3000 cycles/sec の範囲でこれを増巾器にて拡大して音源とした。材料を入れるモールドは突固め試験用の鉄製の筒で肉厚 0.6 cm, 直径 15.2 cm, 高さ 22.5 cm である。モールドの内側下方に水晶・マイクを置き、その周りには木の板を嵌めて材料を入れる。音圧測定にはマイクから直接オシログラフの垂直軸に入れ受像面における振巾をスケールで読み取つた。この他マイクから増巾器を通じて電磁オシログラフにより記録したが、振動数のわづかな差に対する記録が充分でないためにここにはすべてブラウン管によるもののみを集約した。表-1 にある 4 種の材料の粒度は表-2 に示すごとくである。これらの材料を厚さ 2 cm づつ増して透過音圧を比較したのが図-3 ないし図-6 である。図の左方上部に示した数字は材料の厚さである。いづれの図においても 70 cycles/sec においてピークを示すのはスピーカーの共鳴による音源の増大によるものである。材料の充填は静かに流し込んだ後に、表面を平にならした程度である。

### 4. 理論的考察

実験にあつて次のごとき考察を試みた。材料を、音の方向に管軸を有する毛細管の集合と仮定すれば、この場合は音波の伝播にあつて断熱的でなく等温的变化、すなわち管の中央部分と管に接する部分との空気分子の熱の変化差がないことが考えられる。従つていま  $\gamma$  を空気の定圧、定容両比熱との比とすれば進行方向の音圧  $p$  の変化  $\Psi$  は、

$$\Psi \equiv -\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\rho c^2}{\gamma} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \dots (3)$$

となる。ここに、 $x$  は管軸方向の座標、 $\rho$  は空気密度、 $c$  は音の伝播速度、 $\xi$  は空気分子の変位である。毛細管の半径  $a$ 、粘性係数  $\mu$  なる時  $dx$  間における圧力差はその間の気体の慣性力と粘性力との差として表わされる。すなわち、

$$\Psi dx = 2 \pi r dr = \rho i \omega^2 \cdot 2 \pi r \cdot dr$$

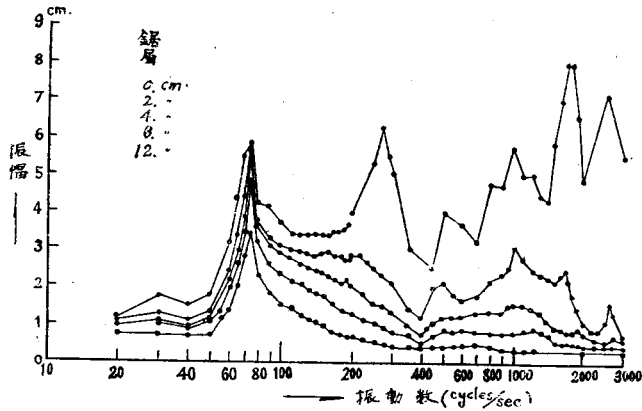
$$-\frac{\partial}{\partial r}(2\pi r \cdot dr) \mu \frac{\partial \xi}{\partial r} dr \dots (4)$$

これより

表-2

篩番号	粗標準砂	細標準砂	普通砂	銅屑
4~20	11.4(%)	0 (%)	0.2(%)	0.5(%)
20~40	88.5 "	0 "	40.2 "	28.0 "
40~60	0.1 "	0.5 "	32.9 "	23.0 "
60~140	0 "	99.0 "	25.5 "	38.5 "
140~200	0 "	0.3 "	0.5 "	4.0 "
200 以上	0 "	0.2 "	0.7 "	6.0 "

図-6



$$\Psi = \left[ \rho i \omega - \frac{\partial}{r \partial r} \left( \mu r \frac{\partial}{\partial r} \right) \right] \xi$$

$$\therefore \dot{\xi} = -\frac{\Psi}{\mu K^2} + A J_0(Kr) \quad \text{ただし } K^2 = -\frac{i \rho \omega}{\mu}$$

境界条件として  $r=a$  で  $\dot{\xi}=0$  を代入すれば、

$$\dot{\xi} = -\frac{\Psi}{\mu K^2} \left[ 1 - \frac{J_0(Kr)}{J_0(Ka)} \right]$$

を得るが、平均の速度を  $\bar{\xi}$  で表わせば、

$$\bar{\xi} = \frac{1}{\pi a^2} \int_0^a 2\pi r \cdot \dot{\xi} dr = -\frac{\Psi}{\mu K^2} \left[ 1 - \frac{2}{Ka} \frac{J_1(Ka)}{J_0(Ka)} \right] = \frac{\Psi a^2}{8\mu} \frac{1}{1 - \frac{K^2 a^2}{6}} \equiv \frac{\Psi}{A}$$

ただし  $A \equiv \frac{8\mu}{a^2} + \frac{4}{3} i \omega \rho$

$$\therefore \Psi = \frac{\rho c^2}{\gamma} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \left[ \frac{4}{3} i \omega \rho + R \right] \bar{\xi} = \frac{4}{3} \rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + R \frac{\partial \xi}{\partial t} \dots (5)$$

ただし  $R \equiv \frac{8\mu}{a^2}$

いま毛細管の半径  $a$  を極小として  $a < \sqrt{\frac{\mu}{\rho \omega}}$  とすれば、

$$R \equiv \frac{8\mu}{a^2} > \frac{8\mu}{\mu / \rho \omega} = \frac{8\rho \omega}{1}$$

であるから (5) 式の第1項は第2項に比して小になるので音波伝播の式は、

$$\frac{\rho c^2}{\gamma} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = R \frac{\partial \xi}{\partial t} \dots (6)$$

と置くことができる。この解は、

$$\xi = A e^{-\alpha' x} e^{i(\omega t - k' x)} + B e^{\alpha' x} e^{i(\omega t + k' x)} \dots (7)$$

ここに  $\left. \begin{aligned} \alpha' &= \frac{1}{c} \sqrt{\frac{\gamma R \omega}{2\rho}} = \frac{2}{ac} \sqrt{\frac{\gamma \mu \omega}{\rho}} \\ k' &= \frac{1}{c} \sqrt{\frac{\gamma R \omega}{2\rho}} = \alpha' \end{aligned} \right\} \dots (8)$

$\alpha'$  及び  $k'$  はこの場合の減衰定数及び位相定数となる。正方向の分子変位  $\xi_+$  は、

$$\xi_+ = A e^{-\alpha' x} e^{i(\omega t - k' x)} = A e^{i\omega t} e^{-\alpha'(1+i)x} \dots (9)$$

音圧  $p_+$  は  $p_+ = -\frac{\rho c^2}{\gamma} \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\rho c^2}{\gamma} \alpha' (1+i) A e^{i\omega t} e^{-\alpha'(1+i)x} \dots (10)$

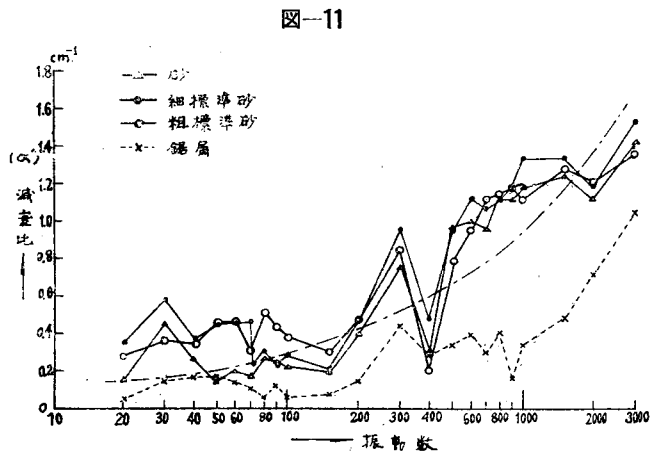
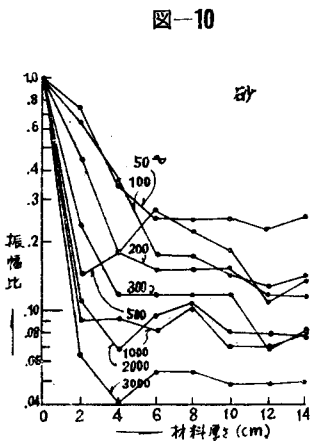
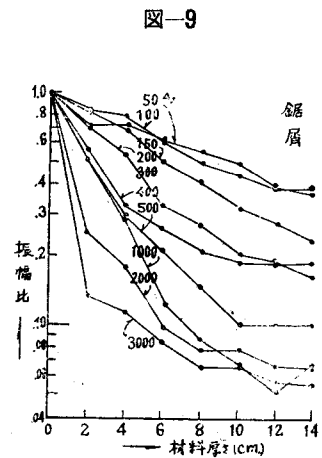
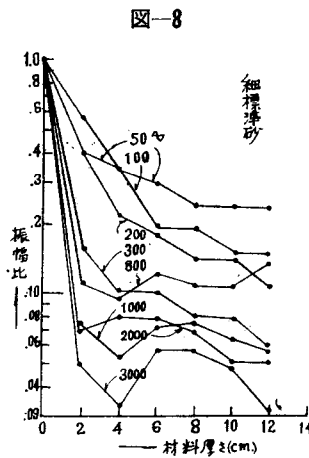
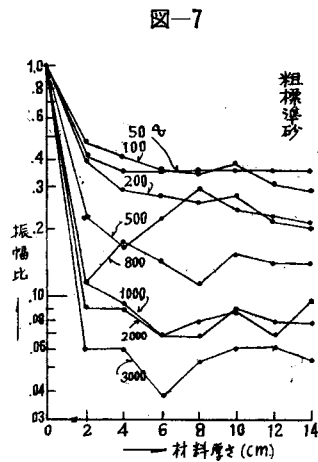
を得る。ここにおいて材料の厚さ  $x$  の変化に対する音圧の変化に関して  $\alpha'$  なる係数、すなわち振動数 ( $f$ ) に直接結びついている  $\omega (= 2\pi f)$  が含まれており実験結果についてかなり近い説明を与えることができる。

5. 実験結果について

実験に用いたクリスタル・マイクロフォンは、圧力に比例して電圧を生じるものと考えられるのでこれによつて音圧の比較測定を行つたこととなる。すなわち、**図-3** ないし **図-6** に示される振動数とブラウン管振巾との関係は振動数と音圧の関係に比例するものと一応考えることができる。(10)式において  $\alpha=0$  すなわち材料の無い場合を採れば音圧振巾は  $\alpha'$  に従つて増加するわけで、換言すれば振動数 ( $f$ ) の増加に従つて音圧振巾は  $f$  の平方根に比例して増加することとなる。実験において材料なき場合の結果は大体これに近い結果を示している。次に材料の厚さと透過音圧の関係を書き表せば**図-7** ないし**図-10** のごとくなる。材料なき場合の音圧を1に採り比較したものである。これらの結果を総合すれば砂においては砂粒の粗あるいは細にかかわらず同様な結果になつており間隙率の差違による影響を区別することはできない。いづれも比較的低い振動数では、減衰が緩やかであり、かつ材料の厚さを増すにつれて対数的な減衰を示す傾向にあるが、振動数の高い場合はわづか 2 cm の層厚によつて急激な減衰が見られ、以後は層厚の変化による減衰割合は小さくなつていく。従つて材料による減衰状態を全体にわたつて一律に論ずることはできず、特に周波数の高い場合は衝撃的な力に対する砂の抵抗を示すように思われる。いまこれらの結果の中で、砂層の 2 cm 程度までを採り上げるとすればこれらは一応対数的減衰状態にあるからこれから  $\alpha'$  に相当する減衰比を求めることができる。**図-11** はこれを示している。すなわち、振動数の増加につれて減衰比は上昇している。**図-11** の中の破線によつて示された曲線は  $f=100$  cycles/sec に対して  $\alpha'=0.3 \text{ cm}^{-1}$  なる点を通る  $\alpha'$  の理論的推定値を示すものであるが、実験結果は大体これに沿うものとなつていく。この推定した  $\alpha'$  の曲線において、

$$\begin{aligned} \gamma &= 1.403 \text{ (15°C)} & \rho &= 1.113 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3 \\ \mu &= 178.5 \times 10^{-6} \text{ dyne}\cdot\text{sec/cm}^2 & \sigma &= 3.3 \times 10^4 \text{ cm/sec} \end{aligned}$$

なる空気に関する数値を用いれば、



$$\alpha' = \frac{2}{ac} \sqrt{\frac{\gamma \mu \omega}{\rho}}, \quad \omega = 2\pi f$$

において  $f=100$  cycles/sec に対して  $\alpha'=0.3 \text{ cm}^{-1}$  を代入すれば  $a \approx 0.024 \text{ mm}$  となる。すなわち  $2a=d=0.048 \text{ mm}$  なる直径の毛細管中を音波が通る場合と等しくなり  $d$  の値は等価直径となる。鋸屑についてはやはり実験より  $f=100$  cycles/sec に対して  $\alpha'=0.1 \text{ cm}^{-1}$  を採り上式に代入すれば等価直径として  $d=2a=0.0723 \text{ mm} \times 2=0.145 \text{ mm}$  を得る。ただし (6) 式においては  $a$  は、

$$a < \sqrt{\frac{\mu}{\rho \omega}}$$

なる限界を有するから  $f=100$  cycles/sec に対しては  $a < 0.16 \text{ mm}$ ,  $f=3000$  cycles/sec に対しては  $a < 0.029 \text{ mm}$  であるから、砂の場合はこの限界内にあるが鋸屑は後の条件に入らず前述の理論が適用されなくなる。すなわち高い振動数に対しては間隙率の大きいものは毛細管の理論では説明されないわけである。しかし、かくのごとく等価直径を求め得るならば間隙が音波の減衰に作用する効果を速く求められ、従つて砂のごとき粒体組織が防音材料に用いられる場合の基礎資料となる。これまでの実験では間隙率の差が 7% くらいでは防音効果に差がない結果が出たのであるが、完全な防音室内で実験し得ればこの差も現われるものと思う。さらにこの粒体が振動を伝える場合の減衰率と比較するならば粒体のもつ物理的性質が一層明瞭になるものと思われる。

## 6. 結 言

以上を要約するに、砂中の音響透過における音波の減衰について間隙率を異にする 3 種の乾燥砂について比較した結果、低い振動数に対しては減衰は少なく、層厚に従つて対数的に音圧の振巾が小になつてゆくが、高い振動数になるにつれてわづかな層厚によつて急激な減衰を示し、以後音圧振巾の変化は小さいこと、しかしてこの傾向は間隙率の小なる粒体ほど顕著であることがわかつた。ついで以上の実験結果を毛細管を通る音波についての理論と比較して等価直径を求め粒体構造を音響学的に見る資料を得た次第である。

本報告は昭.27.12.12 土、粉体、粒体に関する連合講演会における発表をまとめたものである。

## 参考文献

- 1) Paul E. Sabine : Transmission and absorption of sound by a porous material, Physical Review 1921 XVII p. 378.
- 2) 川島定雄 : 有孔性材料の音響伝達損失, 昭.18.5 建築学会論文集 29 号.
- 3) Beranek : Acoustic measurements.
- 4) C. Zwikker, C.W. Koston : Sound absorbing materials.
- 5) Kinsler, Frey : Fundamentals of acoustics.
- 6) A.H. Davis : Modern acoustics.
- 7) Irving B. Crandall : Theory of vibrating systems and sound.

(昭. 28. 4. 24)