中空円筒殻体の強制振動による応力の一般解式及び実用解式

正員　工学博士　酒　井　忠　明*

GENERAL AND PRACTICAL CALCULATION FORMULAE OF THE STRESSES IN HOLLOW CYLINDRICAL SHELL DUE TO FORCED VIBRATION

(Trans. of JSCE, Sept. 1953)

Dr. Eng., Tadaaki Sakai, C.E. Member

Synopsis No reasonable and desirable calculation formula has been provided up to this time for the stress caused by earthquake in the hollow cylindrical shell. Therefore, in this paper the author proposed both of general and practical calculation formulae of stresses due to the forced vibration, solving the well-known three simultaneous equations of motion, and introduced the stress calculation graphs by means of which the stresses caused by earthquake in the reinforced concrete hollow cylindrical structures can be calculated. In addition, some discussion was given to the damage of the fodder storage silos which was damaged by the great earthquake of 1952 at the southeastern district of Hokkaidō so called Tokachi-Oki Earthquake.

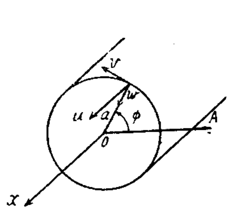
要　旨　1952 年の十勝沖地震によつて，多数の無筋コンクリート及びコンクリートブロックの家畜飼料貯蔵用サイロが被害を受けた。従来このような中空円筒殻体構造物の地震応力計算には適切な解式がなかつたので著者はここに，熟知の3元連立運動方程式から強制振動による一般解式を誘導し，さらにこれを変形してきわめて簡単な実用応力解式を誘導した。これに加えるに鉄筋コンクリート中空円筒殻体構造物の地震応力をただちに算定しうるように実用応力解式を図表化し，この種構造物の設計の便に供するとともにあわせてこの図表を使用し上記のサイロ被害の検討をなしたものである。

第 I 章　一般応力解式

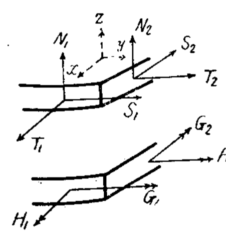
本章では下端を地盤に固定した薄い一様な壁厚を有する中空円筒殻体が下端において時間の三角函数で表わされる強制振動を受けた場合の壁体に生ずる応力の一般解式並びに変形，固有振動週期等を求める。

1. 一般記号

図—1



図—2



図—1 のごとき円壔座標を用いる。x 軸を母線に一致せしめ，偏角 ϕ を OA 軸より測る。従つて半径一様な円筒では筒上の一点は x と ϕ のみにより定められる。円筒の直径を $2a$，壁厚を $2h$，筒の高さを l にて表わす。図—2 のごとく壁体の一部分をとり，母線の方向を x，壁面に垂直方向を z，切線方向を y とし，各方向の応力，変位及び変形を Love : The Mathematical Theory of Elasticity に記載の記号に従つて次のごとく表わす（図—1，2 参照)。

T_1，T_2，N_1，N_2，S_1，S_2：合応力 (stress-resultant)

H_1，H_2，G_1，G_2：合応力モーメント (stress-couples)

u，v，w：変位 (displacement)

K_1，K_2 τ：曲げ歪 (flexural strain)

ε_1，ε_2，$\tilde{\omega}$：伸び歪 (extensional strain)

ただし各合応力並びに合応力モーメントは巾単位長，厚さ $2h$ に対するものであり，接尾数字の1は水平断面内，2は垂直断面内に対するものを示す。方向はそれぞれ図に示すものを正向とする。

なおその他に次の常数を用いる。

q：壁体単位体積当重量，E：ヤング率，σ：ポアソン比，g：重力加速度

*北海道大学教授，工学部土木教室

$$D: \frac{2}{3}\frac{Eh^3}{1-\sigma^2}$$

しかる時は力と変形との関係は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned}
T_1&=D\left[\frac{3}{h^2}(\varepsilon_1+\sigma\varepsilon_2)+\frac{2-2\sigma-3\sigma^2}{2(1-\sigma)}\frac{K_1}{a}-\frac{2\sigma+\sigma^2}{2(1-\sigma)}\frac{K_2}{a}\right]\\
T_2&=D\left[\frac{3}{h^2}(\varepsilon_2+\sigma\varepsilon_1)-\frac{\sigma+2\sigma^2}{2(1-\sigma)}\frac{K_1}{a}-\frac{2+\sigma}{2(1-\sigma)}\frac{K_2}{a}\right]\\
S_1&=\frac{1}{2}D(1-\sigma)\left[\frac{3}{h^2}\tilde{\omega}+\frac{\tau}{a}\right],\quad S_2=\frac{1}{2}D(1-\sigma)\left[-\frac{3}{h^2}\tilde{\omega}+\frac{\tau}{a}\right]\\
G_1&=-D(K_1+\sigma K_2),\qquad G_2=-D(K_2+\sigma K_1)\\
H_1&=D(1-\sigma)\tau\quad,\qquad H_2=-D(1-\sigma)\tau\\
N_1&=-D\left[\frac{\partial}{\partial x}(K_1+\sigma K_2)+\frac{1-\sigma}{a}\frac{\partial\tau}{\partial\phi}\right]\\
N_2&=-D\left[(1-\sigma)\frac{\partial\tau}{\partial x}+\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial\phi}(K_2+\sigma K_1)\right]
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(1)$$

変位と変形の関係は次のごとく与えられる。

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_1&=\frac{\partial u}{\partial x}\quad,\qquad \varepsilon_2=\frac{1}{a}\left(\frac{\partial v}{\partial\phi}-w\right)\\
\tilde{\omega}&=\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{a}\frac{\partial u}{\partial\phi}\quad,\qquad \tau=\frac{1}{a}\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial w}{\partial\phi}+v\right)\\
K_1&=\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\quad,\qquad K_2=\frac{1}{a^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\phi^2}+\frac{\partial v}{\partial\phi}\right)
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(2)$$

2. 運動方程式

筒体の下端が $A\cos(pt+\varepsilon)$ なる水平振動をなす場合を考える。ここに A は振巾，p は角速度であり，振動週期 T は $2\pi/p$ である。弾性理論によれば変位は

$$\left.\begin{aligned}
u&=U\sin n\phi\cos(pt+\varepsilon)\\
v&=V\cos n\phi\cos(pt+\varepsilon)\\
w&=W\sin n\phi\cos(pt+\varepsilon)
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(3)$$

と置くことができる。ここに U, V, W は x のみの函数，n は整数である。ここでは原振動のみを考え $n=1$ としさらに $\varepsilon=0$ とする。すなわち

$$\left.\begin{aligned}
u&=U\sin\phi\cos pt\\
v&=V\cos\phi\cos pt\\
w&=W\sin\phi\cos pt
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(3')$$

壁体の一部を取り出しこの平衡を考え次の運動方程式が得られる。

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial T_1}{\partial x}-\frac{1}{a}\frac{\partial S_2}{\partial\phi}+2\frac{q}{g}hp^2u=0\\
&\frac{\partial S_1}{\partial x}+\frac{1}{a}\frac{\partial T_2}{\partial\phi}-\frac{N_2}{a}+2\frac{q}{g}hp^2v=0\\
&\frac{\partial N_1}{\partial x}+\frac{1}{a}\frac{\partial N_2}{\partial\phi}+\frac{T_2}{a}+2\frac{q}{g}hp^2w=0
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(4)$$

また (3′) を (2) に代入し伸び歪及び曲げ歪は次のごとくなる。

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_1&=\frac{dU}{dx}\sin\phi\cos pt,\qquad \varepsilon_2=-\frac{1}{a}(V+W)\sin\phi\cos pt\\
\tilde{\omega}&=\left[\frac{U}{a}+\frac{dV}{dx}\right]\cos\phi\cos pt,\qquad \tau=\frac{1}{a}\left[\frac{dW}{dx}+\frac{dV}{dx}\right]\cos\phi\cos pt\\
K_1&=\frac{d^2W}{dx^2}\sin\phi\cos pt,\qquad K_2=-\frac{1}{a^2}(W+V)\sin\phi\cos pt
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(5)$$

従つて応力は (1) から

$$G_1=-D\left[\frac{d^2W}{dx^2}-\frac{\sigma}{a^2}(W+V)\right]\sin\phi\cos pt$$

$$\left.\begin{aligned}
G_2&=-D\left[\sigma\frac{d^2W}{dx^2}-\frac{1}{a^2}(W+V)\right]\sin\phi\cos pt\\
H_1&=\frac{D(1-\sigma)}{a}\left[\frac{dW}{dx}+\frac{dV}{dx}\right]\cos\phi\cos pt\\
H_2&=-\frac{D(1-\sigma)}{a}\left[\frac{dW}{dx}+\frac{dV}{dx}\right]\cos\phi\cos pt\\
N_1&=-D\left[\frac{d^3W}{dx^3}-\frac{1}{a^2}\left(\frac{dW}{dx}+\frac{dV}{dx}\right)\right]\sin\phi\cos pt\\
N_2&=-D\left[\frac{1}{a}\frac{d^2W}{dx^2}+\frac{1-\sigma}{a}\frac{d^2V}{dx^2}-\frac{1}{a^3}(W+V)\right]\cos\phi\cos pt\\
T_1&=D\left[\frac{3}{h^2}\left\{\frac{dU}{dx}-\frac{\sigma}{a}(W+V)\right\}+\frac{2-2\sigma-3\sigma^2}{2(1-\sigma)a}\frac{d^2W}{dx^2}\right]\sin\phi\cos pt\\
T_2&=D\left[\frac{3}{h^2}\left\{\sigma\frac{dU}{dx}-\frac{1}{a}(W+V)\right\}-\frac{\sigma+2\sigma^2}{2(1-\sigma)a}\frac{d^2W}{dx^2}\right]\sin\phi\cos pt\\
S_1&=\frac{1}{2}D(1-\sigma)\left[\frac{3}{h^2}\left(\frac{dV}{dx}+\frac{U}{a}\right)+\frac{1}{a^2}\left(\frac{dW}{dx}+\frac{dV}{dx}\right)\right]\cos\phi\cos pt\\
S_2&=-\frac{1}{2}D(1-\sigma)\left[\frac{3}{h^2}\left(\frac{dV}{dx}+\frac{U}{a}\right)-\frac{1}{a^2}\left(\frac{dW}{dx}+\frac{dV}{dx}\right)\right]\cos\phi\cos pt
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(6)$$

従つて (4) に (6) を代入し，かつ微小項を省略すれば次のごとく U, V, W をもつて表わされる運動方程式を得る。

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{3D}{h^3}\left[\frac{d^2U}{dx^2}-\frac{1-\sigma}{2a^2}U-\frac{1+\sigma}{2a}\frac{dV}{dx}-\frac{\sigma}{a}\frac{dW}{dx}\right]\\
&\qquad+\frac{D}{h}\left[\frac{2-2\sigma-3\sigma^2}{2(1-\sigma)a}\frac{d^3W}{dx^3}\right]+2\frac{q}{g}p^2U=0\\
&\frac{3D}{h^3}\left[\frac{1+\sigma}{2a}\frac{dU}{dx}-\frac{1}{a^2}(W+V)+\frac{1-\sigma}{2}\frac{d^2V}{dx^2}\right]\\
&\qquad+\frac{D}{h}\left[\frac{3-5\sigma-\sigma^2}{2(1-\sigma)a^2}\frac{d^2W}{dx^2}+\frac{3(1-\sigma)}{2a^2}\frac{d^2V}{dx^2}\right]+2\frac{q}{g}p^2V=0\\
&\frac{3D}{h^3}\left[\frac{\sigma}{a}\frac{dU}{dx}-\frac{1}{a^2}(W+V)\right.\\
&\qquad\left.-\frac{D}{h}\left[\frac{d^4W}{dx^4}-\frac{4-5\sigma-2\sigma^2}{2(1-\sigma)a^2}\frac{d^2W}{dx^2}-\frac{2-\sigma}{a^2}\frac{d^2V}{dx^2}\right]+2\frac{q}{g}p^2W=0\right.
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(7)$$

3. 運動方程式の一般解

(7) の運動方程式に

$$U=A_ne^{mx},\quad V=B_ne^{mx},\quad W=C_ne^{mx}\quad\cdots\cdots(8)$$

と置けば次のごとくなる。

$$\left.\begin{aligned}
&\left[m^2-\frac{1-\sigma}{2a^2}+k\right]A_n-\left[\frac{1+\sigma}{2a}m\right]B_n+\left[\frac{(2-2\sigma-3\sigma^2)h^2}{6(1-\sigma)a}m^3-\frac{\sigma}{a}m\right]C_n=0\\
&\left[\frac{1+\sigma}{2a}m\right]A_n+\left[\frac{1-\sigma}{2}m^2+\frac{(1-\sigma)h^2}{2a^2}m^2-\frac{1}{a^2}+k\right]B_n+\left[\frac{(3-5\sigma-\sigma^2)h^2}{6(1-\sigma)a^2}m^2-\frac{1}{a^2}\right]C_n=0\\
&\left[\frac{\sigma}{a}m\right]A_n+\left[\frac{(2-\sigma)h^2}{3a^2}m^2-\frac{1}{a^2}\right]B_n+\left[-\frac{h^2}{3}m^4+\frac{(4-5\sigma-2\sigma^2)h^2}{6(1-\sigma)a^2}m^2-\frac{1}{a^2}+k\right]C_n=0
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(9)$$

ただし

$$k=2\frac{q}{g}p^2\frac{h^3}{3D}=(1-\sigma^2)\frac{qp^2}{gE}$$

この3式が同時に成立する条件，すなわち A_n, B_n 及び C_n の係数の行列式を0と置き，カッコの中の微小項を省略すれば次の式を得る。

$$\begin{aligned}
&m^8-\frac{4}{a^2}\left[1-\frac{(3-\sigma)(1+\sigma)}{4}a^2\alpha\right]m^6+\frac{3(1-\sigma^2)}{a^2h^2}(1-a^2\alpha)m^4\\
&+\frac{3(5+2\sigma)(1-\sigma^2)}{a^2h^2}\alpha\left[1-\frac{(3-\sigma)(1+\sigma)}{5+2\sigma}a^2\alpha\right]m^2-\frac{6(1-\sigma^2)}{a^4h^2}\alpha\left[1-\frac{(5-\sigma)(1+\sigma)}{2}a^2\alpha\right]=0
\end{aligned}\quad\cdots\cdots(10)$$

ただし

$$\alpha=\frac{qp^2}{gE}$$

この式を満足せしむべき m には8根あるが，Love も指摘せるごとくそのうち4根は大，他の4根は小である。大なる4根を求める場合には m^2 の項と常数項は省略することができ，従つて

$$m^4-\frac{4}{a^2}\left[1-\frac{(3-\sigma)(1+\sigma)}{4}a^2\alpha\right]m^2+\frac{3(1-\sigma^2)}{a^2h^2}(1-a^2\alpha)=0 \quad\cdots\cdots(11)$$

a^2/h^2 は1に比し微小なることを考慮してこの式を解けば

$$m=\beta(1+i),\quad -\beta(1+i),\quad \beta(1-i),\quad -\beta(1-i) \quad\cdots\cdots(12)$$

ただし

$$\beta^4=\frac{3(1-\sigma^2)(1-a^2\alpha)}{4a^2h^2}\doteqdot\frac{3(1-\sigma^2)}{4a^2h^2}$$

次に m の小なる4根に対しては m^8 と m^6 の項は省略することができ，従つて

$$m^4+\frac{(5+2\sigma)\alpha}{1-a^2\alpha}\left[1-\frac{(3-\sigma)(1+\sigma)}{5+2\sigma}a^2\alpha\right]m^2$$
$$-\frac{2\alpha}{a^2(1-a^2\alpha)}\left[1-\frac{(5-\sigma)(1+\sigma)}{2}a^2\alpha\right]=0 \quad\cdots\cdots(13)$$

この式を解いて

$$m=r,\quad -r,\quad ir,\quad -ir \quad\cdots\cdots(14)$$

ただし

$$r^4\doteqdot\frac{2\alpha}{a^2}=\frac{2qp^2}{gEa^2}$$

従つて (7) なる運動方程式の一般解は次のごとくなる。

$$\left.\begin{aligned}U&=A_1e^{\beta(1+i)x}+A_2e^{\beta(1-i)x}+A_3e^{-\beta(1+i)x}+A_4e^{-\beta(1-i)x}\\&\quad+A_5e^{rx}+A_6e^{-rx}+A_7e^{irx}+A_8e^{-irx}\\V&=B_1e^{\beta(1+i)x}+B_2e^{\beta(1-i)x}+B_3e^{-\beta(1+i)x}+B_4e^{-\beta(1-i)x}\\&\quad+B_5e^{rx}+B_6e^{-rx}+B_7e^{irx}+B_8e^{-irx}\\W&=C_1e^{\beta(1+i)x}+C_2e^{\beta(1-i)x}+C_3e^{-\beta(1+i)x}+C_4e^{-\beta(1-i)x}\\&\quad+C_5e^{rx}+C_6e^{-rx}+C_7e^{-irx}+C_8e^{-irx}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(15)$$

しかして常数 A_n 及び B_n は各 m の値に対し (9) なる関係式から C_n の項をもつて表わすことができる。その近似計算結果を示すと次のごとくである。

$$\left.\begin{aligned}&m_1=\beta(1+i):A_1/C_1=\gamma-\rho i,\ B_1/C_1=-\delta-\xi i\\&m_2=\beta(1-i):A_2/C_2=\gamma+\rho i,\ B_2/C_2=-\delta+\xi i\\&m_3=-\beta(1+i):A_3/C_3=-\gamma+\rho i,\ B_3/C_3=-\delta-\xi i\\&m_4=-\beta(1-i):A_4/C_4=-\gamma-\rho i,\ B_4/C_4=-\delta+\xi i\\&m_5=r:A_5/C_5=\zeta,\ B_5/C_5=-1\\&m_6=-r:A_6/C_6=-\zeta,\ B_6/C_6=-1\\&m_7=ir:A_7/C_7=\eta i,\ B_7/C_7=-1\\&m_8=-ir:A_8/C_8=-\eta i,\ B_8/C_8=-1\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(16)$$

ただし

$$\left.\begin{aligned}&\gamma=\frac{\sigma}{2a\beta}-\frac{1}{4a^3\beta^3},\quad \sigma=\frac{\sigma}{2a\beta}+\frac{1}{4a^3\beta^3}\\&\delta=\frac{1+2\sigma}{4a^4\beta^4},\quad \xi=\frac{2+\sigma}{2a^2\beta^2}\\&\zeta=\frac{ar}{1-2a^2r^2},\quad \eta=\frac{ar}{1+2a^2r^2}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(17)$$

(16) の関係を (15) に代入し，さらに積分常数 $C_1\sim C_4$ 及び C_7, C_8 の代りに

$$C_1=\frac{1}{2}(C_1'-iC_2'),\ C_2=\frac{1}{2}(C_1'+iC_2'),\quad C_3=\frac{1}{2}(C_3'+iC_4'),$$

$$C_4=\frac{1}{2}(C_3'-iC_4'),\quad C_7=\frac{1}{2}(C_7'-iC_8'),\quad C_8=\frac{1}{2}(C_7'+iC_8')$$

なる関係を有する新たな積分常数 $C_1'\sim C_4'$ 及び C_7', C_8' を用いまた $e^{l\beta x}$, $e^{-l\beta x}$, $e^{l\gamma x}$, $e^{-l\gamma x}$ を三角函数にて表わせば (15) は次のごとくなる。ただし積分常数の $'$ は改めてこれをとる。

$$\left.\begin{aligned}
U=&e^{\beta x}[(\gamma C_1-\rho C_2)\cos\beta x+(\rho C_1+\gamma C_2)\sin\beta x]\\
&+e^{-\beta x}[-(\gamma C_3+\rho C_4)\cos\beta x+(\rho C_3-\gamma C_4)\sin\beta x)]\\
&+\zeta C_5e^{rx}-\zeta C_6e^{-rx}-\eta C_7\sin rx+\eta C_8\cos rx\\
V=&e^{\varphi x}[-(\delta C_1+\xi C_2)\cos\beta x+(\xi C_1-\delta C_2)\sin\beta x]\\
&+e^{-\beta x}[(-\delta C_3+\xi C_4)\cos\beta x-(\xi C_3+\delta C_4)\sin\beta x]\\
&-C_5e^{rx}-C_6e^{-rx}-C_7\cos rx-C_8\sin rx\\
W=&e^{\beta x}(C_1\cos\beta x+C_2\sin\beta x)+e^{-\beta x}(C_3\cos\beta x+C_4\sin\beta x)\\
&+C_5e^{rx}+C_6e^{-rx}+C_7\cos rx+C_8\sin rx
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(18)$$

この (18) が運動方程式の一般解である。

4. 積分常数の決定

$C_1\sim C_8$ なる積分常数は次の限界条件より決定する。

$x=0$ において

$$W=A,\quad \frac{dW}{dx}=0,\quad U=0,\quad V=-A \quad\cdots\cdots(19)$$

$x=l$ において

$$T_1=0,\quad G_1=0,\quad N_1-\frac{1}{a}\frac{\partial H_1}{\partial\phi}=0,\quad S_1+\frac{H_1}{a}=0\quad\cdots\cdots(20)$$

(20) はこれを改めて

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{dU}{dx}-\frac{\sigma}{a}(W+V)=0\ ,\qquad \frac{d^2W}{dx^2}-\frac{\sigma}{a^2}(W+V)=0\\
&\frac{d^3W}{dx^3}-\frac{\sigma}{a^2}\left(\frac{dW}{dx}+\frac{dV}{dx}\right)=0\\
&\frac{1}{a_2}\frac{dW}{dx}+\left(\frac{1}{h^2}+\frac{1}{a^2}\right)\frac{dV}{dx}+\frac{1}{h^2}\frac{U}{a}=0
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(20')$$

(19) 及び (20′) に (18) を代入して次の8元連立方程式をうる。ただし $x=0$ における条件式では $e^{-\beta x}$ を含む項を，$x=l$ における条件式では $e^{\beta x}$ を含む項を省略してさしつかえないのでこれを省略する。

$$\left.\begin{aligned}
&C_3+C_5+C_6+C_7=A\\
&\beta(-C_3+C_4)+rC_5-rC_6+rC_8=0\\
&-(\gamma C_3+\rho C_4)+\zeta C_5-\zeta C_6+\eta C_8=0\\
&-\delta C_3+\xi C_4-C_5-C_6-C_7=-A\\
&\left[\left\{-\gamma+\rho-\frac{\sigma}{a\beta}\xi\right\}\sin\beta l+\left\{\gamma+\rho-\frac{\sigma}{a\beta}(1-\delta)\right\}\cos\beta l\right]C_1\\
&\quad+\left[\left\{\gamma+\rho-\frac{\sigma}{a\beta}(1-\delta)\right\}\sin\beta l+\left\{\gamma-\rho+\frac{\sigma}{a\beta}\xi\right\}\cos\beta l\right]C_2\\
&\quad+\frac{r}{\beta}[\zeta e^{-l(\beta-r)}C_5+\zeta e^{-l(\beta+r)}C_6-\eta e^{-\beta l}\cos rlC_7-\eta e^{-\beta l}\sin rlC_8]=0\\
&\left[-2\sin\beta l-\frac{\sigma}{a^2\beta^2}\cos\beta l\right]C_1+\left[2\cos\beta l-\frac{\sigma}{a^2\beta^2}\sin\beta l\right]C_2\\
&\quad+\frac{r^2}{\beta^2}[e^{-l(\beta-r)}C_5+e^{-l(\beta+r)}C_6-e^{-\beta l}\cos rlC_7-e^{-\beta l}\sin rlC_8]=0\\
&-2[\sin\beta l+\cos\beta l]C_1+2[-\sin\beta l+\cos\beta l]C_2\\
&\quad+\frac{r^3}{\beta^3}[e^{-l(\beta-r)}C_5-e^{-l(\beta+r)}C_6+e^{-\beta l}\sin rl\,C_7-e^{-\beta l}\cos rlC_8]=0\\
&\left[\left\{-1+\frac{a^2}{h^2}(\xi+\delta)+\frac{a}{h^2\beta}\rho\right\}\sin\beta l+\left\{1+\frac{a^2}{h^2}(\xi-\delta)+\frac{a}{h^2\beta}\gamma\right\}\cos\beta l\right]C_1
\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(21)$$

$$+\left[\left\{1+\frac{a^2}{h^2}(\xi-\delta)+\frac{a}{h^2\beta}\gamma\right\}\sin\beta l+\left\{1-\frac{a^2}{h^2}(\xi+\delta)-\frac{a}{h^2\beta}\rho\right\}\cos\beta l\right]C_2$$
$$+\frac{a^2}{h^2}\frac{r}{\beta}e^{-\beta l}[-e^{rl}C_5+e^{-rl}C_6+C_7\sin rl-C_8\cos rl]$$
$$+\frac{ae^{-\beta l}}{h^2\beta}[\zeta e^{rl}C_5-\zeta e^{-rl}C_6+\eta\cos rlC_8-\eta\sin rlC_7]=0$$

この式を解き，式中の微小項を省略して次のごとく積分常数を決定することができる。

$$\left.\begin{aligned}C_7&=A\cdot\frac{(1+2a^2r^2)(1+\cos rl\cosh rl-\sin rl\sinh rl)}{2(1+\cos rl\cosh rl-2a^2r^2\sin rl\sinh rl}\\ C_8&=A\cdot\frac{(1+2a^2r^2)(\sin rl\cosh rl+\cos rl\sinh rl)}{2(1+\cos rl\cosh rl-2a^2r^2\sin rl\sinh rl}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(22)$$

$$C_3=\frac{r}{\beta}\xi C_8,\qquad C_4=-\frac{r}{\beta}C_8\quad\cdots\cdots(23)$$

$$\left.\begin{aligned}&C_5=\frac{1}{2}\left(-C_7-\frac{\eta'}{\zeta}C_8+A\right),\qquad C_6=\frac{1}{2}\left(C_7+\frac{\eta''}{\zeta}C_8+A\right)\\ &\text{ただし}\quad \eta'=\eta-\frac{r}{\beta}\xi\left(\gamma-\frac{\rho}{\xi}-\zeta\right),\qquad \eta''=\eta-\frac{r}{\beta}\xi\left(\gamma-\frac{\rho}{\xi}+\zeta\right)\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(24)$$

$$\left.\begin{aligned}C_1=-\frac{1}{2}\frac{r^2}{\beta^2}e^{-\beta l}\Big[&\{e^{rl}C_5+e^{-rl}C_6-\cos rlC_7-\sin rlC_8\}\\ &\times\left\{-\left(1+\frac{\sigma}{2a^2\beta^2}\right)\sin\beta l+\left(1-\frac{\sigma}{2a^2\beta^2}\right)\cos\beta l\right\}\\ &-\frac{r}{\beta}\left\{e^{rl}C_5-e^{-rl}C_6+\sin rl\,C_7-\cos rlC_8\right\}\left\{\cos\beta l-\frac{\sigma}{2a^2\beta^2}\sin\beta l\right\}\Big]\\ C_2=-\frac{1}{2}\frac{r^2}{\beta^2}e^{-\beta l}\Big[&\{e^{rl}C_5+e^{-rl}C_6-\cos rlC_7-\sin rlC_8\}\\ &\times\left\{\left(1-\frac{\sigma}{2a^2\beta^2}\right)\sin\beta l+\left(1+\frac{\sigma}{2a^2\beta^2}\right)\cos\beta l\right\}\\ &-\frac{r}{\beta}\{e^{rl}C_5-e^{-rl}C_6+\sin rlC_7-\cos rlC_8\}\left\{\sin\beta l+\frac{\sigma}{2a^2\beta^2}\cos\beta l\right\}\Big]\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(25)$$

5. 合応力及び合応力モーメントの一般解式

(18) 式を (6) 式に代入して所要の合応力及び合応力モーメントを求める一般解式が次のごとく得られる。ただし T_1 及び S_1 は分応力 (stress component) を X_x, X_y……… 等の記号にて表わすとき，

$$T_1=\int_{-h}^{h}X_x\left(1-\frac{z}{a}\right)dz,\qquad S_1=\int_{-h}^{h}X_y\left(1-\frac{z}{a}\right)dz$$

であるので，ここには

$$T'=\int_{-h}^{h}X_xdz\doteqdot\frac{3D}{h^2}\left[\frac{dU}{dx}-\frac{\sigma}{a}(W+V)\right]\sin\phi\cos pt\quad\cdots\cdots(26)$$

$$S_1'=\int_{-h}^{h}X_ydz=\frac{1}{2}D(1-\sigma)\left[\frac{3}{h^2}\left(\frac{dV}{dx}+\frac{U}{a}\right)-\frac{1}{a^2}\left(\frac{dW}{dx}+\frac{dV}{dx}\right)\right]\cos\phi\cos pt\quad\cdots\cdots(27)$$

を改めて用いる。なお証明は略すが，T_1' 及び S_1' はそれぞれ G_1 及び H_1 による応力を別途に考えてこれを除外した場合の合応力になるものである。

$$\begin{aligned}G_1=-D[&2\beta^2e^{\beta x}\{-C_1(\sin\beta x+\omega\cos\beta x)+C_2(\cos\beta x-\omega\sin\beta x)\}\\ &+2\beta^2e^{-\beta x}\{C_3(\sin\beta x-\omega\cos\beta x)-C_4(\cos\beta x+\omega\sin\beta x)\}\\ &+r^2(C_5e^{rx}+C_6e^{-rx}-C_7\cos rx-C_8\sin rx)]\sin\phi\cos pt\end{aligned}\quad\cdots\cdots(28_1)$$

$$\begin{aligned}G_2=-\sigma D[&2\beta^2e^{\beta x}\{-C_1(\sin\beta x+\omega'\cos\beta x)+C_2(\cos\beta x-\omega'\sin\beta x)\}\\ &+2\beta^2e^{-\beta x}\{C_3(\sin\beta x-\omega'\cos\beta x)-C_4(\cos\beta x+\omega'\sin\beta x)\}\\ &+r^2(C_5e^{rx}+C_6e^{-rx}-C_7\cos rx-C_8\sin rx)]\sin\phi\cos pt\end{aligned}\quad\cdots\cdots(28_2)$$

ただし

$$\omega=\frac{\sigma}{2a^2\beta^2},\qquad \omega'=\frac{1}{2\sigma a^2\beta^2}$$

$$T_1'=\frac{3D}{h^2}[\beta e^{\beta x}\{C_1(\mu_1\sin\beta x+\mu_1'\cos\beta x)+C_2(\mu_1'\sin\beta x-\mu_1\cos\beta x)\}$$
$$+\beta e^{-\beta x}\{C_3(-\mu_1\sin\beta x+\mu_1'\cos\beta x)+C_4(\mu_1'\sin\beta x+\mu_1\cos\beta x)\}$$
$$+r\{\zeta(C_5e^{rx}+C_6e^{-rx})-\eta(C_7\cos rx+C_8\sin rx)\}]\sin\phi\ \mathrm{ocs}\ pt \quad\cdots\cdots(29_1)$$

$$T_2=\frac{3\sigma D}{h^2}[\beta e^{\beta x}\{C_1(\mu_2\sin\beta x+\mu_2'\cos\beta x)+C_2(\mu_2'\sin\beta x-\mu_2\cos\beta x)\}$$
$$+\beta e^{-\beta x}\{C_3(-\mu_2\sin\beta x+\mu_2'\cos\beta x)+C_4(\mu_2'\sin\beta x+\mu_2\cos\beta x)\}$$
$$+r\{\zeta(C_5e^{rx}+C_6e^{-rx})-\eta(C_7\cos rx+C_8\sin rx)\}]\sin\phi\cos pt \quad\cdots\cdots(29_2)$$

ただし

$$\mu_1=\rho-\gamma-\frac{\sigma}{a\beta}\xi\ ,\quad \mu_1'=\rho+\gamma-\frac{\sigma}{a\beta}(1-\delta)=\frac{\sigma}{a\beta}\delta$$

$$\mu_2=\rho-\gamma-\frac{1}{\sigma a\beta}\xi\ ,\quad \mu_2'=\rho+\gamma-\frac{1}{\sigma a\beta}(1-\delta)$$

$$N_1=-D[2\beta^3e^{\beta x}\{-C_1(\psi\sin\beta x+\psi'\cos\beta x)+C_2(-\psi'\sin\beta x+\psi\cos\beta x)\}$$
$$+2\beta^3e^{-\beta x}\{C_3(-\psi\sin\beta x+\psi'\cos\beta x)+C_4(\psi'\sin\beta x+\psi\cos\beta x)\}$$
$$+r^3(C_5e^{rx}-C_6e^{-rx}+C_7\sin rx-C_8\cos rx)]\sin\phi\cos pt \quad\cdots\cdots(30_1)$$

ただし

$$\psi=1-\frac{1}{2a^2\beta^2}\ ,\quad \psi'=1+\frac{1}{2a^2\beta^2}$$

$$N_2=-\frac{D}{a}[2\beta^2e^{\beta x}(-C_1\sin\beta x+C_2\cos\beta x)+2\beta^2e^{-\beta x}(-C_3\sin\beta x-C_4\cos\beta x)$$
$$+\sigma r^2(C_5e^{rx}+C_6e^{-rx}-C_7\cos rx-C_8\sin rx)]\cos\phi\cos pt \quad\cdots\cdots(30_2)$$

$$S_1'=\frac{3D(1-\sigma)}{2h^2}[\beta e^{\beta x}\{C_1(\lambda\sin\beta x+\lambda'\cos\beta x)+C_2(\lambda'\sin\beta x-\lambda\cos\beta x)\}$$
$$+\beta e^{-\beta x}\{C_3(\lambda\sin\beta x-\lambda'\cos\beta x)-C_4(\lambda'\sin\beta x+\lambda\cos\beta x)\}$$
$$+r\{-\nu(C_5e^{rx}-C_6e^{-rx})+\nu'(C_7\sin rx-C_8\cos rx)\}]\cos\phi\cos pt \quad\cdots\cdots(31_1)$$

$$S_2=-S_1' \quad\cdots\cdots(31_2)$$

ただし

$$\lambda=\xi+\delta+\frac{\rho}{a\beta}+\frac{h^2}{3a^2}\ ,\quad \lambda'=\xi-\delta+\frac{\gamma}{a\beta}-\frac{h^2}{3a^2}$$

$$\nu=1-\frac{\zeta}{ar}\ ,\quad \nu'=1-\frac{\eta}{ar}$$

以上の諸式において，円筒体下部の応力計算に際しては $e^{\beta x}$ を含む項を，上部の応力計算に際しては $e^{-\beta x}$ の項を省略して用いることができる。

6. 固有振動週期

円筒体の水平方向の固有振動週期は，強制振動と共鳴時において変位が無限大になるとの条件から (22) 式の分母を 0 と置いて求めることができる。すなわち

$$1+\cos rl\cosh rl-2a^2r^2\sin rl\sinh rl=0 \quad\cdots\cdots(32)$$

ここに第 3 項を省略した $1+\cos rl\cosh rl=0$ は片持梁の固有振動週期を求める式と一致する。

7. 計算例題

$l=1\,800$ cm, $a=734.5$ cm, $h=22.5$ cm なる鉄筋コンクリート中空円筒構造の配水塔の空虚時における，振巾 $A=1.0$ cm, 振動週期 $T=0.3$ sec なる地震力により応力を求む。ただし $E=2.1\times10^5\mathrm{kg/cm^2}$, $\sigma=0.12$ $q=2.4\times10^{-3}\mathrm{kg/cm^3}$ とする。

$A=1\ \mathrm{cm^3}$, $p=2\pi/0.3=20.94$, $q=980\mathrm{cm/sec^2}$, $\beta=0.721\,28\times10^{-2}$, $r=0.371\,06\times10^{-3}$

$\rho=0.130\,07\times10^{-1}$, $\gamma=0.096\,44\times10^{-1}$, $\xi=0.377\,67\times10^{-1}$, $\delta=0.393\,53\times10^{-3}$

$\zeta=0.320\,10$, $\eta=0.237\,29$, $rl=0.667\,91$, $2a^2r^2=0.148\,56$

$\sin rl=0.619\,34$, $\cos rl=0.785\,12$, $\sinh rl=0.718\,68$, $\cosh rl=1.231\,48$

$\eta'=0.238\,56,\quad \eta''=0.237\,32$

$\therefore\quad C_7=0.459\,8,\quad C_8=0.400\,9,\quad C_3=0.778\,9\times10^{-3}$

$C_4=-0.206\,2\times10^{-1},\quad C_5=0.120\,7,\quad C_6=0.418\,7$

$C_1=0.105\,8\times10^{-3}\cdot e^{-\beta l},\quad C_2=0.275\,0\times10^{-3}\cdot e^{-\beta l}$

以上により決定せられた常数を用い応力を求めることができる。下部における水平断面内の応力を計算し表示すれば表—1のごとくなる。

表—1 水平断面内の巾 1 cm，厚さ $2h$ に対する最大応力（応力方向：図—3 参照）

x (cm)	T_1' (kg)	G_1 (kg·cm)	N_1 (kg)	S_1' (kg)
0	$0.222\,5\times10^3$	$0.348\,9\times10^4$	$0.236\,9\times10^2$	$0.137\,8\times10^3$
27	0.216 5	0.284 1	0.233 5	0.136 1
54	0.210 5	0.222 4	0.216 6	0.135 7
81.1	0.204 5	0.166 8	0.191 6	0.136 0
162.2	0.186 7	0.046 9	0.104 6	0.137 7
217.8	0.174 5	0.003 7	0.055 4	0.137 8

垂直断面内の $x=0$ におけるものは

$T_2=0.026\,7\times10^3$ kg, $\quad G=0.041\,9\times10^4$ kgcm,

$N_2=0.047\,3\times10^2$ kg, $\quad S_2=0.137\,8\times10^3$ kg

である。

単位面積に対する $x=0$ における水平断面にて（図—3）

$T_1'/2h=\sigma_{T_1}'=4.94,\quad \dfrac{3}{2h^2}G_1=\sigma_{G_1}=10.34,$

$N_1/2h=\tau_{N_1}=0.53,\quad S_1'/2h=\tau_{S_1}'=3.06$（単位 kg/cm²）

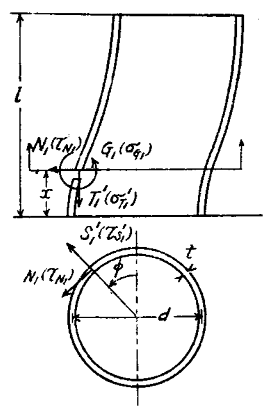
$x=l$ における震力方向の水平変位は

$\phi=0$: 1.054 2 cm, 弾性変位 = 0.054 2 cm

$\phi=\pi/2$: 1.054 4 cm, 弾性変位 = 0.054 4 cm

固有振動週期は $T=0.065\,7$ sec

図—3



第 II 章　実用応力解式

この章にては前章の一般解式による計算は相当煩雑であるのでさらにこれを変形し，きわめて簡単な実用解式を誘導することができる。なおこの章においては壁厚は $2h$ の代りに t を，円筒半径 a の代りに直径 d を，また高さと直径の比 l/d を c にて表わすものとする。

1. 積分常数 $C_1\sim C_8$ の簡易化

一般応力解式における（22）式なる積分常数 C_7 及び C_8 における三角函数を級数に展開しその第3項までとつて計算すれば，

$$1+\cos rl\cosh rl-2a^2r^2\sin rl\sinh rl=2\left[1-\frac{1}{12}r^4(l^4+3d^2l^2)\right]$$

$$1+\cos rl\cosh rl-\sin rl\sinh rl=2\left[1-\frac{1}{2}(rl)^2-\frac{1}{12}(rl)^4\right]$$

$$\sin rl\cosh rl+\cos rl\sinh rl=2rl$$

従つて

$$C_7=\frac{A}{2}\,\frac{\left(1+\frac{1}{2}d^2r^2\right)\left[1-\frac{1}{2}(rl)^2-\frac{1}{12}(rl)^4\right]}{1-\frac{1}{12}r^4(l^4+3d^2l^2)}\doteqdot\frac{A}{2}\left[1-\frac{1}{2}(rl)^2-\frac{1}{12}(rl)^4\right](1+L)\quad\cdots\cdots\cdots(33)$$

$$C_8=\frac{A}{2}\,\frac{\left(1+\frac{1}{2}d^2r^2\right)rl}{1-\frac{1}{12}r^4(l^4+3d^2l^2)}\doteqdot\frac{A}{2}rl(1+L)\quad\cdots\cdots\cdots(34)$$

ただし

$$L=1+d\sqrt{2\alpha}+\frac{2}{3}\alpha c^2d^2(c^2+3)$$

また (24) 式において近似的に $\eta'=\eta''=\eta$ として

$$\left.\begin{aligned} &C_5=\frac{1}{2}\left(-C_7-\frac{\eta}{\zeta}C_8+A\right), \quad C_6=\frac{1}{2}\left(-C_7+\frac{\eta}{\zeta}C_8+A\right)\\ &C_3=\frac{r}{\beta}\xi C_8, \qquad C_4=-\frac{r}{\beta}C_8 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(35)$$

2. 実用応力解式

円筒体下部における水平断面内の応力の実用解式を求める目的をもつて，(28)～(31) なる諸式において微小項を省略しさらに $\cos pt=1$ の場合を考え次の式を得る。

$$\left.\begin{aligned} G_1&=-D2\beta^2e^{-\beta x}[C_3\sin\beta x-C_4\cos\beta x]\sin\phi\\ T_1'&=\frac{3D}{h^2}[\beta e^{-\beta x}C_4(\mu_1'\sin\beta x+\mu_1\cos\beta x)\\ &\quad+r\{\zeta(C_5e^{rx}+C_6e^{-rx})-\eta(C_7\cos rx+C_8\sin rx)\}]\sin\phi\\ N_1&=-D2\beta^3e^{-\beta x}[C_3(-\psi\sin\beta x+\psi'\cos\beta x)+C_4(\psi'\sin\beta x+\psi\cos\beta x)]\phi\sin\\ S_1'&=\frac{3D(1-\sigma)}{2h^2}[\beta e^{-\beta x}\{C_3(\lambda\sin\beta x-\lambda'\cos\beta x)-C_4(\lambda'\sin\beta x+\lambda\cos\beta x)\}\\ &\quad+r\{\nu(-C_5e^{rx}+C_6e^{-rx})+\nu'(C_7\sin rx-C_8\cos rx)\}]\cos\phi \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(36)$$

上式中の諸係数を t，d 等の項にて書き改めると，

$$r^4=\frac{8\alpha}{d^2}, \quad \beta^4=\frac{12(1-\sigma^2)}{d^2t^2}, \quad \beta^2\xi=\frac{2(2+\sigma)}{d^2}$$

$$\zeta\doteqdot\frac{1}{2}dr\left(1+\frac{1}{2}d^2r^2\right), \qquad \eta\doteqdot\frac{1}{2}dr\left(1-\frac{1}{2}d^2r^2\right)$$

$$\mu_1=\frac{1-2\sigma}{2}\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{3/4}\left(\frac{t}{d}\right)^{3/2}, \qquad \mu_1'\doteqdot 0$$

$$\psi=1-\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{t}{d}, \qquad \psi'=1+\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{t}{d}$$

$$\lambda=\frac{2(1+\sigma)}{\sqrt{3}}\frac{t}{d}+\frac{1}{3}\left(\frac{t}{d}\right)^2, \qquad \lambda'=\frac{2(1+\sigma)}{\sqrt{3}}\frac{t}{d}-\frac{1}{3}\left(\frac{t}{d}\right)^2$$

$$\nu=-\frac{1}{2}d^2r^2, \qquad \nu'=\frac{1}{2}d^2r^2$$

さらに

$$e^{rx}\doteqdot 1+rx, \quad e^{-rx}\doteqdot 1-rx, \quad \sin rx\doteqdot rx, \quad \cos rx\doteqdot 1-\frac{1}{2}r^2x^2$$

なる関係を代入しまた単位面積に対する応力を直接求める目的のため

$$\sigma_{G_1}=\frac{6}{t^2}G_1, \quad \sigma_{T_1'}=\frac{T_1'}{t}, \quad \tau_{N_1}=\frac{N_1}{t}, \quad \tau_{S_1'}=\frac{S_1'}{t} \cdots\cdots(37)$$

なる応力を求める実用解式を作れば次のごとくなる。ただし各応力の正負に関しては **図—3** に記載の方向を正とする。

$$\left.\begin{aligned} \sigma_{G_1}&=\frac{A}{1-\sigma^2}E\sqrt{\alpha}ce^{-\beta x}\Big[2\sqrt[4]{3}\sqrt{\frac{t}{d}}\cos\beta x\\ &\quad+\frac{2}{\sqrt[4]{3}}(2+\sigma)\frac{t}{d}\sqrt{\frac{t}{d}}\sin\beta x\Big](1+L)\sin\phi\\ \sigma_{T_1'}&=\frac{A}{1-\sigma^2}\Big[2E\alpha dc^2\left(1-\frac{x}{cd}\right)^2(1+L')\\ &\quad-E\sqrt{\alpha}ce^{-\beta x}\frac{2}{\sqrt[4]{27}}(1-2\sigma)\frac{t}{d}\sqrt{\frac{t}{d}}\cos\beta x(1+L)\Big]\sin\phi\\ \tau_{N_1}&=\frac{A}{1-\sigma^2}E\sqrt{\alpha}ce^{-\beta x}\Big[\sqrt{\frac{2}{3}(1-\sigma^2)}\frac{t}{d}(\cos\beta x+\sin\beta x)\\ &\quad-\frac{\sqrt{2}}{3}(3+\sigma)\left(\frac{t}{d}\right)^2(\cos\beta x-\sin\beta x)\Big](1+L)\sin\phi \end{aligned}\right\}\cdots\cdots(38)$$

$$\tau_{S_1'}=\frac{A}{1+\sigma}\Big[2E\alpha dc\left(1-\frac{x}{cd}\right)(1+L')$$
$$-E\sqrt{\alpha}ce^{-\beta x}\left\{\sqrt{\frac{2}{3}}(1+\sigma)\frac{t}{d}(\cos\beta x+\sin\beta x)\right.$$
$$\left.-\frac{1}{\sqrt{2}}(1+\sigma)^2\left(\frac{t}{d}\right)^2(\cos\beta x-\sin\beta x)\right\}(1+L)\Big]\cos\phi$$

ただし

$$\alpha=\frac{qp^2}{gE}\ ,\qquad \beta=\frac{\sqrt[4]{12(1-\sigma^2)}}{\sqrt{dt}}$$

$$L=d\sqrt{2\alpha}+L'\ ,\qquad L'=\frac{2}{3}\alpha c^2d^2(c^2+3)$$

いま地動の震度を K とすれば $K=4A\pi^2/gT^2$, 従つて

$$AE\alpha=qK,\qquad AE\sqrt{\alpha}=\sqrt{AEqK}$$

なる関係がある。垂直断面内の応力は近似的に次式によつて求めることができる。

$$\sigma_{G_2}=\sigma\cdot\sigma_{G_1}\ ,\qquad \sigma_{T_2}=\sigma\cdot\sigma_{T_1'}\ ,\qquad \tau_{N_2}=\frac{2}{\alpha\beta}\tau_{N_1}\ ,\qquad \tau_{S_2}=\tau_{S_1}' \quad\cdots\cdots(39)$$

また巾単位長，厚さ t に対する応力及び曲げモーメントは式 (37) の関係を用い求めることができる。なお参考のため，上記の実用応力解式中，$\sigma_{T_1'}$ と $\sigma_{S_1'}$ の式に含まれている

$$2AE\alpha dc^2\left(1-\frac{x}{cd}\right)^2 \text{ 及び } 2AE\alpha cd\left(1-\frac{x}{cd}\right) \quad\cdots\cdots(40)$$

はそれぞれ，中空円形断面を有する片持梁が qAp^2/g, すなわち qK なる震力を静的に受けるものと考えた場合の最大曲げ応力及び最大剪断応力を表わすものなることを附記する。ここに誘導した実用応力解式は

$$\sqrt[4]{8\alpha}\sqrt{d}\,c<1 \quad\cdots\cdots(41)$$

なる場合相当精度の高い結果を与えるものであり，また近似計算，特に地動の週期が比較的長い場合には解式中の L 及び L' はいづれも省略してさしつかえない。

円筒体上部の応力計算に対しても同様，実用解式を誘導することができるが，各種応力はきわめて小さいのでここには省略した。

3. 計算例－1

比較的直径の大なる鉄筋コンクリートの円筒体に比較的短かい週期の地動の作用する場合を考え前章の例を用いる。しかるときは

$$\alpha=0.511\,37\times10^{-8},\qquad E\alpha=1.073\,9\times10^{-3},\qquad E\sqrt{\alpha}=15.017$$
$$t/d=3.063\,3\times10^{-2},\qquad c=1.225\,3,\qquad L=0.198\,3,\qquad L'=0.049\,73$$

これ等を (38) なる実用応力解式に代入し固定端 $x=0$ における水平断面内の最大応力を計算すれば

$\sigma_{G_1}=10.31(10.34)$, $\sigma_{T_1'}=4.96(4.94)$, $\tau_{N_1}=0.53(0.53)$, $\tau_{S_1'}=3.08(3.06)$ (単位：kg/cm²)

ただしカッコ内の数値は一般解式による結果である。

表－2 巾 1 cm，厚さ t に対する最大応力

x (cm)	T_1' (kg)	G_1 (kg·cm)	N_1 (kg)	S_1' (kg)
0	0.223×10^3	0.348×10^4	0.236×10^2	0.138×10^3
27	0.217	0.283	0.233	0.137
54	0.211	0.221	0.216	0.136
81.1	0.205	0.166	0.191	0.136
162.2	0.187	0.046	0.104	0.138
217.8	0.175	0.003	0.055	0.138

なお円筒体下部の任意水平断面内の最大応力を計算しその結果を示せば表－2のごとくなる。ただし表－1なる一般解式による結果と比較するため，巾 1 cm，厚さ t に対する応力及びモーメントを示した。この実用解式による結果を前章の一般解式による結果と比較するに3桁目において些少の差異を認める程度である。

4. 計算例－2

比較的直径の小なる無筋コンクリートの円筒体を例にとつて，

$l=545.4$ cm, $d=288$ cm, $t=15$ cm, $A=1$cm

$T=0.634$ sec, $E=2.1\times10^6$kg/cm², $\sigma=0.12$, $q=2.2\times10^{-3}$ kg/cm³

とする。しかる時は

$\alpha=1.049\,85\times10^{-9}$, $E\alpha=2.204\,7\times10^{-4}$, $E\sqrt{\alpha}=6.804\,2$

$t/d=0.052\,08$, $c=1.893\,7$, $L=0.014\,57$, $L'=0.001\,37$

これ等を用い (38) なる実用応力解式により固定端 $x=0$ における水平断面内の最大応力を計算すれば

$\sigma_{G_1}=7.96(7.95)$, $\sigma_{T_1'}=0.357(0.356)$, $\tau_{N_1}=0.507(0.511)$, $\tau_{S_1'}=-0.313\,(-0.319)$ (単位：kg/cm²)

ただし括弧内の数値は一般応力解式による結果である。

5. 応力解式の検討

計算例—1 に用いた円筒体についてその結果の検討をする。

a) 中空円形断面を有する片持梁としてこれが $K=4\pi^2A/gT^2=0.447$ なる震度の震力を静的に受けた場合との比較

断面積 $F=2\pi at$, 断面慣性モーメント $I=\pi a^3t$

単位長震力 $=2\pi atqK$, 剛性係数 $G=\dfrac{1}{2(1+\sigma)}E$

従つて $x=l$ における弾性変位を y とし曲げ変形によるものを y_b, 剪断変形によるものを y_s とすれば

$$y=y_b+y_s=\frac{qKl^4}{4Ea^2}+\kappa(1+\sigma)\frac{qKl^2}{E} \qquad \cdots\cdots(42)$$

ただし，中空円形断面に対しては $\kappa=1.5$ である。これに計算例—1の数値を代入して

$y=0.024\,85+0.027\,81=0.052\,7$ cm (0.054 2)

括弧内の数値は一般応力解式において求めたところのものである。

次に $x=0$ なる固定端における曲げモーメント M 及び剪断力 Q は

$$M=\pi atqKl^2=3.609\times10^8\ \text{kg·cm},\quad Q=2\pi atqKl=4.010\times10^5\ \text{kg} \qquad \cdots\cdots(43)$$

これに対し，中空円筒殻体として固定端における水平断面内の応力による抵抗モーメント M_r 及び抵抗剪断力 Q_r は次のごとくである。

$$M_r=4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\max\ T_1'\sin\phi\ a\sin\phi\ \ ad\phi+4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\max\cdot G_1\sin^2\phi\cdot ad\phi$$
$$=\pi a^2\max\ T_1'+\pi a\max\ G_1 \qquad \cdots\cdots(44)$$

$$Q_r=4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\max\ N_1\sin^2\phi\ ad\phi+4\int_0^{\frac{\pi}{2}}\max\ S_1'\cos^2\phi\cdot ad\phi$$
$$=\pi a(\max\ N_1+\max\ S_1') \qquad \cdots\cdots(45)$$

上式に $a=734.5$ cm, $\max\ T_1'=0.222\,5\times10^3$kg, $\max\ G_1=0.348\,9\times10^4$kg·cm, $\max\ N_1=0.236\,9\times10^2$kg $\max\ S_1'=0.137\,8\times10^3$kg を代入し，さらに殻体としてのポアソン比の影響を考慮して T_1', G_1, N_1 は $(1-\sigma^2)$ 倍，S_1' は $(1+\sigma)$ 倍すれば実際の抵抗モーメント及び抵抗剪断力は

$M_r=3.796\times10^8$kg·cm, $Q_r=4.174\times10^5$kg

しかして，固有振動週期が強制振動週期に比し相当短かい場合には，強制振動を受けた場合の M 及び Q は静的震力を考えた場合のものより大なるべきことはもちろんであるがその差異は小なるべきである。

b) 中空円形断面を有する片持梁としてこれが強制振動を受けた場合との比較：普通の梁においては剪断変形の影響はきわめて小であるが，直径の大なる中空円筒体ではその影響は省略できない。従つて振動中の変形 y を曲げ変形によるものと剪断変形によるものとに分けて前者を y_b, 後者を y_s とすれば，曲げ振動方程式及び剪断方程式はそれぞれ

$$\frac{\partial^4y_b}{\partial x^4}+\frac{qF}{gEI}\frac{\partial^2y}{\partial t^2}=0 \qquad \cdots\cdots(46)$$

$$\frac{\partial^2y_s}{\partial x^2}-\frac{\kappa q}{gG}\frac{\partial^2y}{\partial t^2}=0,\ \text{または}\ \frac{\partial^4y_s}{\partial x^4}-\frac{\kappa q}{gG}\frac{\partial^4y}{\partial x^2\partial t^2}=0 \qquad \cdots\cdots(47)$$

ただし F: 断面積，q：単位体積重量，κ は中空円形断面に対しては 1.5 である。両式を相加え $y_b+y_s=y$ なる関係を用いれば

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+\frac{qF}{gEI}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-\frac{\kappa q}{gG}\frac{\partial^4 y}{\partial x^2\partial t^2}=0 \quad \cdots\cdots(48)$$

地動を $A\cos pt$ とし定常振動を考えれば

$$y=V(x)A\cos pt \quad \cdots\cdots(49)$$

これを前式に代入し次のごとくなる。

$$\frac{d^4V}{dx^4}+\frac{\kappa qp^2}{gG}\frac{d^2V}{dx^2}-\frac{qFp^2}{gEI}V=0 \quad \cdots\cdots(50)$$

この一般解は　$V=C_1\sinh\alpha x+C_2\cosh\alpha x+C_3\sin\beta x+C_4\cos\beta x$ ……(51)

ただし

$$\left.\begin{aligned}&\alpha^2=\frac{1}{2}(\sqrt{X^2+4Z}-X),\quad \beta^2=\frac{1}{2}(\sqrt{X^2+4Z}+X)\\&X=\frac{\kappa qp^2}{gG},\quad Z=\frac{qFp^2}{gEI}\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(52)$$

しかして，任意点の曲げモーメント M 及び剪断力 Q は

$$M=-EI\frac{d^2y_b}{\partial x^2}=-EI\left(\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{d^2y_s}{dx^2}\right)=-EI\left(\frac{d^2y}{dx^2}-\frac{\kappa q}{gG}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)$$

$$Q=\frac{dM}{dx}=-EI\left(\frac{d^3y}{dx^3}-\frac{\kappa q}{gG}\frac{\partial^3 y}{\partial x\partial t^2}\right)$$

また任意点の傾斜角は dy/dx であるがこれを曲げ変形によるものと剪断変形によるものとに分け，それぞれ θ 及び θ' とすれば　$\theta'=\dfrac{\kappa Q}{FG}$,　$\theta=\dfrac{dy}{dx}-\theta'=\dfrac{dy}{dx}-\dfrac{\kappa Q}{FG}$

従つて

$$\theta=\frac{dy}{dx}+\frac{\kappa EI}{FG}\left(\frac{d^3y}{dx^3}-\frac{\kappa q}{gG}\frac{\partial^3 y}{\partial x\partial t^2}\right)$$

以上の M, Q, θ 諸式に $y=V(x)A\cos pt$ を代入して

$$\left.\begin{aligned}M&=-EI\left(\frac{d^2V}{dx^2}+XV\right)A\cos pt\\Q&=-EI\left(\frac{d^3V}{dx^3}+X\frac{dV}{dx}\right)A\cos pt\\\theta&=\left[\frac{dV}{dx}+\frac{X}{Z}\left(\frac{d^3V}{dx^3}+X\frac{dV}{dx}\right)\right]A\cos pt\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(53)$$

従つて一般解の積分常数 $C_1\sim C_4$ を決定すべき，$x=0$ にて $V=1$, $\theta=0$ 及び $x=l$ にて $M=0$, $Q=0$ なる境界条件は次のごとくなる。

$$\left.\begin{aligned}&x=0:\ V=1,\qquad (Z+X^2)\frac{dV}{dx}+X\frac{d^3V}{dx^3}=0\\&x=l:\ XV+\frac{d^2V}{dx^2}=0,\quad X\frac{dV}{dx}+\frac{d^3V}{dx^3}=0\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(54)$$

この4条件より積分常数を，$\alpha^2+X=\beta^2$, $\beta^2-X=\alpha^2$ なることに留意し決定すれば次のごとくなる。

$$\left.\begin{aligned}C_1&=\frac{\lambda^2}{\Delta}(\sinh\alpha l\cos\beta l+\cosh\alpha l\sin\beta l)\\C_2&=-\frac{\lambda^2}{\Delta}\left(\sinh\alpha l\sin\beta l+\cosh\alpha l\cos\beta l+\frac{1}{\lambda}\right)\\C_3&=-\frac{1}{\lambda^3}C_1,\qquad C_4=1-C_2\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(55)$$

ただし　$\lambda=\dfrac{\alpha}{\beta}$, $\Delta=-\left[1+\lambda-\left(\dfrac{1}{\lambda}-\lambda^2\right)\sinh\alpha l\sin\beta l+\left(\dfrac{1}{\lambda}+\lambda^2\right)\cosh\alpha l\cos\beta l\right]$　なお，円筒体の固有振動週期は $\Delta=0$，従つて，$\lambda^2(1+\lambda)+(1+\lambda^5)\cosh\alpha l\cos\beta l-\lambda(1-\lambda^3)\sinh\alpha l\sin\beta l=0$ ……(56)

を満足すべき p より求めることができる。参考のため曲げ変形及び剪断変形を別々に考えた場合には上式より固有振動週期を求める式はそれぞれ　$1+\cosh\alpha l\cos\alpha l=0$ 及び $\cos\beta l=0$　となる。

さて **計算例—1** の問題を円形断面を有する片持梁としての強制振動を考えれば次のごとくなる。

$F=2.0767\times10^5\ \mathrm{cm}^2$, $I=5.607\times10^{10}\ \mathrm{cm}^4$, $EI=11.775\times10^{15}$, $G=E/2(1+\sigma)=0.9375\times10^5\ \mathrm{kg/cm}^2$, $p=2\pi/T=20.94$, $X=1.7182\times10^{-8}$, $Z=1.8940\times10^{-14}$, $\alpha=0.3596\times10^{-3}$, $\beta=0.3827\times10^{-3}$, $\lambda=0.9396$, $l=1800\ \mathrm{cm}$, $\sinh\alpha l=0.69345$, $\cosh\alpha l=1.21691$, $\sin\beta l=0.63570$, $\cos\beta l=0.77194$, $\Delta=-3.6885$

従つて　$C_1=-0.31324$, $C_2=0.58501$, $C_3=0.37767$, $C_4=0.41499$

以上の結果を用い $\cos pt=1$ なる場合 $x=l$ なる筒頂の変位は（51）式より

$$V=1.05511\,\mathrm{cm}\qquad \therefore\ \text{弾性変形}=0.0551\,\mathrm{cm}\ (0.0542)$$

固定端における曲げモーメントは（53）式において

$$V_{x=0}=C_2+C_4=1\qquad \left(\frac{d^2V}{dx^2}\right)_{x=0}=\alpha^2C_2-\beta^2C_4=0.14854\times10^{-7}$$

であるから　$M=3.772\times10^8\,\mathrm{kg\cdot cm}(3.796\times10^8)$

同じく固定端の剪断力は（54）式において

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)_{x=0}=\alpha C_1+\beta C_3=0.03189\times10^{-3}$$

$$\left(\frac{d^3V}{dx^3}\right)_{x=0}=\alpha^3C_1-\beta^3C_3=-0.35735\times10^{-10}$$

であるから　$Q=4.143\times10^5\,\mathrm{kg}(4.174\times10^5)$

また（55）式による固有振動週期は $T=0.0630\,\mathrm{sec}\ (0.0657)$ となる。

以上求めた各数値中括弧内の値は円筒殼体としてすでに計算した結果を示したものであり，いづれもきわめて近似した値であり，著者の強制振動を受ける円筒殼体の一般応力解式，従つてまた実用応力解式は信頼性の高いものであることが察知される。

第III章　応力計算図表

1. 鉄筋コンクリート中空円筒殼体構造物の地震応力計算図表

鉄筋コンクリートに対し弾性係数 $E=2.1\times10^5\,\mathrm{kg/cm^2}$，重量 $q=2.4\times10^{-3}\,\mathrm{kg/cm^3}$，ポアソン比 $\sigma=0.12$ としこれを実用解式（38）に代入すると，下部固定端より x なる水平断面内において震力に直角方向より ϕ なる角をなす点の曲げ応力 σ_{G_1}，垂直応力 σ_{T_1}'，radial 方向の剪断応力 τ_{N_1} 及び切線方向の剪断応力 τ_{S_1}'（単位：$\mathrm{kg/cm^2}$）は次のごとくなる。

$$\left.\begin{aligned}
&\sigma_{G_1}=e^{-\beta x}\left[12.033\sqrt{\frac{t}{d}}\cos\beta x+14.73\frac{t}{d}\sqrt{\frac{t}{d}}\sin\beta x\right]\frac{A}{T}c(1+L)\sin\phi\\
&\sigma_{T_1}'=\frac{2qK}{1-\sigma^2}dc^2\left(1-\frac{x}{l}\right)^2(1+L')\sin\phi-\varDelta\sigma_{T_1}'\\
&\text{ただし}\quad \varDelta_{T_1}'=e^{-\beta x}\left[3.048\frac{t}{d}\sqrt{\frac{t}{d}}\cos\beta x\right]\frac{A}{T}c(1+L)\sin\phi\\
&\tau_{N_1}=e^{-\beta x}\left[3.706\frac{t}{d}(\cos\beta x+\sin\beta x)-6.72\left(\frac{t}{d}\right)^2(\cos\beta x-\sin\beta x)\right]\frac{A}{T}c(1+L)\sin\phi\\
&\tau_{S_1}'=\frac{2qK}{1+\sigma}dc\left(1-\frac{x}{l}\right)(1+L')\cos\phi-\varDelta\tau_{S_1}'\\
&\text{ただし}\quad \varDelta\tau_{S_1}'=e^{-\beta x}\left[3.679\frac{t}{d}(\cos\beta x+\sin\beta x)-3.57\left(\frac{t}{d}\right)^2(\cos\beta x-\sin\beta x)\right]\frac{A}{T}c(1+L)\cos\phi
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(57)$$

式中，

$$L'=3.070\times10^{-10}c^2d^2(c^2+3)\frac{1}{T^2}\ ,\qquad L=3.034\times10^{-5}d\frac{1}{T}+L'$$

$$\beta=\frac{1.8545}{\sqrt{dt}}\ ,\qquad K(\text{震度})=\frac{4A\pi^2}{gT^2}$$

d：直径（cm），t=壁厚（cm），l：高さ（cm），$c=l/d$，A：地動の振巾（cm）　T：地動の週期（sec），g：重力加速度（$\mathrm{cm/sec^2}$）

なお σ_{T_1}' 及び τ_{S_1}' はすでに述べたごとくそれぞれ曲げ応力及び捩り応力を別途に考えこれを除外した場合の垂直応力と剪断応力を表わす。上式は円筒殼体の下部に適用すべき式であり，上部に対するものは各種応力とも小なるゆえこれを省略する。各応力の正負に関しては **図—3** に示した方向を正とする。σ_{T_1}' と τ_{S_1}' の式中の $2qKdc^2(1-x/l)^2$ と $2qKcd(1-x/l)$ はそれぞれ中空円形断面を有する片持梁が qK なる震力を静的に受けるものと考えた場合の最大曲げ応力と最大剪断応力を表わす。上記実用応力公式より，$\dfrac{A}{T}c\,(1+L)\sin\phi$ または $\dfrac{A}{T}c\,(1+L)\cos\phi$ を multiplier とし，任意の t/d 及び βx に対する σ_{G_1}，$\varDelta\sigma_{T_1}'$，τ_{N_1} 及び $\varDelta\tau_{S_1}'$ を求める図表を作製すれば **図表—1～4** が得られる。

L と L' は近似計算の場合または地動の週期が比較的長くかつ円筒体の直径が大ならざる場合には省略してさしつかえない。図表において，t/d の比により多少の差異はあるが大体 $\beta x=1.6$ にて σ_{G_1} は0となり，βx がこれより大となれば σ_{G_1} は負となり $\beta x=2.4$ で負の最大値をとる。この負の最大値は正の最大値に比しきわめて小であり従つて $\beta x>2.4$ に対する σ_{G_1} を求める曲線は省略した。なお，$\varDelta\sigma_{T_1}'$ は大体 $\beta x=1.6$ の時0，$\beta x=2.4$ の時負の最大値をとる。τ_{N_1} と τ_{S_1}' は $\beta x=2.4$ の時0となる。

垂直断面内の各種応力は近似的（39）式による。

鉄筋コンクリート構造の場合，コンクリート自体並に鉄筋の応力を求めるために巾 1 cm，厚さ t に対する合応力を必要とするがこれは（37）式の関係から求めうる。

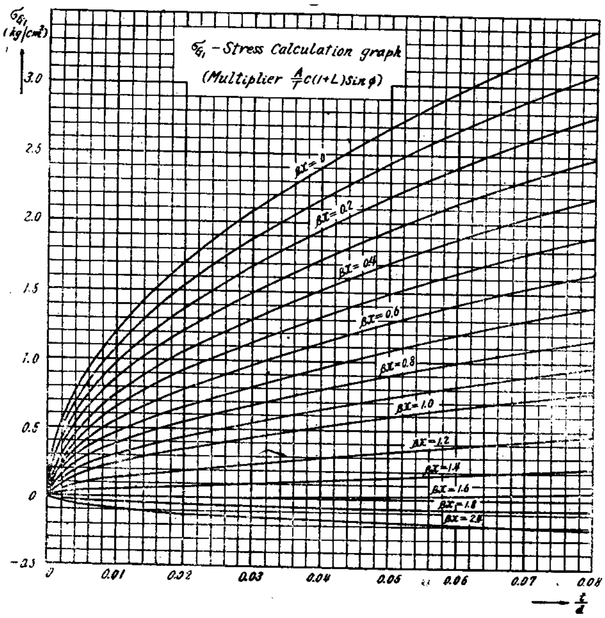
2. 応力計算図表使用例

前章の計算例—1の場合について $\phi=\pi/2$ における σ_{G1} 及び G_1 を求める。この問題においては

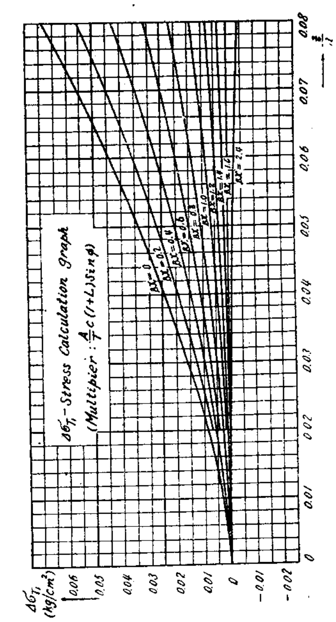
$$t/d=0.0306,\quad c=1.2253,\quad L=0.1983$$

$$\beta=0.7213\times10^{-2},\qquad \text{Multiplier}\frac{A}{T}c(1+L)\sin\phi=4.894$$

図表—1



図表—2



表—3

x (cm)	βx	表値	σ_{G1}=表値×4.894 (kg/cm²)	$G_1=\sigma_{G1}\times\frac{1}{6}t^2$ (kg·cm)
0	0	2.11	10.33	3 486
27.7	0.2	1.70	8.32	2 810
55.5	0.4	1.32	6.46	2 180
83.2	0.6	0.98	4.80	1 620
166.4	0.12	0.26	1.27	430
221.8	0.16	0.00	0.00	0

しかして図表—1より $t/d=0.0306$ に対する下部諸断面における σ_{G1} に関する表値を求め，これより σ_{G1} と G_1 を決定すれば表—3のごとくである。なお参考のため一般解式による $x=0$ 点の σ_{G1} と G_1 の値を示せばそれぞれ 10.34 km/cm² 及び 3 489 kg·cm である。

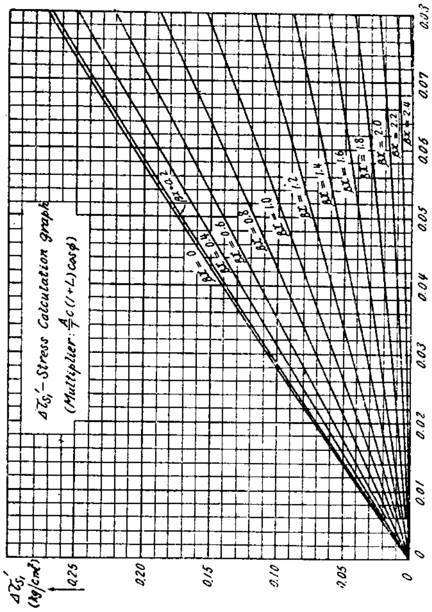
第 IV 章　十勝沖地震によるサイロの被害とその検討

十勝沖地震による中空円筒殻体構造物の被害中最も顕著であつたのは酪農家において冬期間の家畜飼料貯蔵のため築設せられているサイロであり，これに関する詳細は近く発行予定の十勝沖地震調査委員会報告に発表することとし，ここにはその概要を記すこととする。

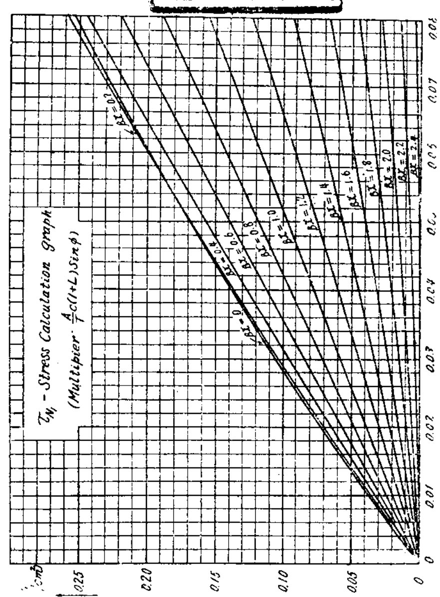
北海道におけるサイロの全基数は昭和 24 年 7 月現在で 6 683 に達し，十勝沖地震の被害区域である十勝，釧路及び根室方面ではその基数それぞれ 1 009，717 及び 581 である。

サイロはその形式から大別して地上式，地下式及び半地下式に区別せられ，材料は主として無筋の流込コンクリート及びコンクリートブロックであり，煉瓦のものも多少散見せられる。いずれも円筒形で内径は 2.73 m（9 尺）から3.63 m（12 尺）のものが普及せられ，高さは天蓋部を除き内径の 2 倍が標準となつている。壁厚は内径によつても異なるが 12 cm と 15 cm のものが多く内面は 1 cm 程度のモルタル仕上げがしてある。煉瓦構造では壁厚は 24 cm である。なお，近時普及の傾向にある火山灰使用の軽量コンクリートブロック構造では壁厚は 18～20 cm であるが調査当時にはこの種のものはなかつた。地震時においては内部の飼料はほとんど使用しつくし空虚に近く，かつ地表は 60 cm 程度凍結の状態にあつた。

サイロの被害の最も大きかつたのは十勝の池田町近郊であり その被害は全基数 58 中 52 に及びその内約 2 割が倒壊した。この地区において著者が実地調査したものは市街を中心に 4 km 以内にある 18 基と市街地北方約 15 km における 14 基で，1，2 例を除いてすべて地上式であり煉瓦構造のもの 4 基，他はコンクリートブロック構造であつた。前記の 18 基中，倒壊 5 基，倒壊寸前のもの 2 基，大破 6 基，小亀裂のもの 3 基，無被害のもの 2 基でこの無被害のものは高さはきわめて低く内径とほぼ等しい程度のものでつた。市街地北方約 15 km 地



図表—3



図表—4

点のものはこの地区の最南端に位しかつ傾斜面に築造せられた1基のみが下部大亀裂を生じ天蓋が落下し，他は被害は僅少であつた。釧路，根室方面におけるものは被害は軽少で実地調査したものの中には特記すべきものはなかつた。

池田町市街地周辺においては墓石の転倒状況からして地震の震度は 0.4 程度と推定し得る。また地動週期は釧路と帯広における地震計記録より推定して大体 0.6～0.7 sec でこれを 0.674 sec とすれば振巾は 4 cm 程度となる。池田町市街地北方 15 km の地点では地盤も良好で 0.3 以下と推定した。釧路，根室方面はさらにこれより小である。

地上式サイロは基部固定の中空円筒殻体構造とみなされるのでこの地震応力推定には **図表 1～4** を使用することができる。鉄筋コンクリートの弾性係数及び重量を E 及び q とし無筋コンクリートのそれ等を E' 及び q' とすれば図表使用の場合，表値に $\sqrt{E'q'}/\sqrt{Eq}$ を乗ずべきである。サイロの高さが直径の2倍の場合，池田町市街地週辺のものについて地震による最大曲げ応力を図表により求めると基部においては 30 kg/cm² に達し，剪断応力は 20 kg/cm² 強度である。

しかるに普通コンクリートの曲げ強度は 20～30 kg/cm² 程度であり，従つて震度が 0.4 程度と推定される池田町市街地周辺のサイロに被害が甚大であつたことは当然と考えられる。もつともサイロには壁面に小開孔部を有するものもあり，また材料の弾性領域内の理論計算結果をもつて破壊領域内における応力状態を律することは妥当ではないが，大体の判定資料としてはさしつかえないであろう。

壁厚を増して耐震強度を増加せしめうるかに考えられるが，地震応力計算結果は **図表—1** でわかるようにかえつて曲げ応力を増加せしめる。直径の割合に壁厚の大なるもので倒壊した例もある。もつともサイロの構造は円筒体であるため局部的の破壊応力，亀裂発生，倒壊といたるまでの過程を考えれば壁厚を薄くして曲げ応力を小にしても必ずしも安全であるとはいえない。サイロの高さを低くすることは地震応力の軽減に最も有利である。

地盤の良否は震度に直接関係し，池田町近郊においても比較的地盤の良好な市街地北方約 15 km の一群のサイロの被害が市街地周辺のものに比しきわめて軽微であつたことからも明らかである。

地盤が軟弱で震度 0.3～0.4 なる地震発生の予想せられる地域において現状程度の強度の材料を使用する場合には，サイロの地上高は直径程度に低くせねば大地震に対し安全を期しがたい。直径の2倍程度の地上高を有するサイロ構築の場合にはサイロの下部のみでも鉄筋を用いなければ無理である。

地盤が良好で震度 0.25 以上の地震の予想されない地域にあつては従来どおりの設計でさしつかえない。ただし立地条件が傾斜面であるとか崖のそばであるような場合は特に施工に入念を要する。釧路，根室方面の被害例はいづれも施工の粗雑，立地条件の不良等に基因している。壁面に開孔部のあるものでは震害に対するばかりでなく周辺に鉄筋を用い強度の弱点を補うべきである。開孔部における亀裂が特に多いからである。また地表面に接するところは凍害により強度の低下を免れぬので目地の施工は特に入念にしなければならない。

以上はたまたま地震の発生がサイロの空虚時であつたのでこの場合に対し応力計算をなし結論したものである。

以上のごとく本文においては中空円筒殻体構造物の強制振動による諸応力従つてまた地震応力を計算するための一般解式 (28)～(31)，実用解式 (38) 及び計算図表を求めこの種構造物の応力性状を明らかにする便に供し，またその設計の一資料を与えたものである。なお中空円形断面を有する片持梁の強制振動並びに，十勝沖地震の被害とその検討を附記したものである。終りに本研究並に調査に対し，昭和 27 年度文部省科学研究費並びに北海道庁科学研究費の補助を受けたことを附記し感謝の意を表わす次第である。

(昭.28.5.15)

土木学会刊行物案内

土木工学論文抄録 第3集	A4判 230頁	実費 500円	(送料 60円)
〃 第4集	A4判 173頁	〃 450円	(〃 60円)
土木学会論文集 第3号	B5判 183頁	〃 160円	(〃 30円)
〃 第4号	B5判 134頁	〃 200円	(〃 30円)
〃 第5号	B5判 140頁	〃 250円	(〃 30円)
〃 第6号	B5判 140頁	〃 250円	(〃 30円)
〃 第8号(国分博士)	B5判 24頁	〃 50円	(〃 10円)
〃 第9号(小西博士)	B5判 9頁	〃 20円	(〃 10円)
〃 第10号(岡本博士 久保慶三郎)	B5判 18頁	〃 40円	(〃 10円)
〃 第11号(林 泰造)	B5判 11頁	〃 50円	(〃 10円)
〃 第12号(沼田・丸安・黒崎)	B5判 26頁	〃 60円	(〃 10円)
〃 第13号	B5判 54頁	〃 80円	(〃 10円)
〃 第14号	B5判 54頁	〃 120円	(〃 10円)
〃 第15号(結城博士)	B5判 9頁	〃 60円	(〃 10円)
〃 第16号	B5判 66頁	〃 120円	(〃 10円)
〃 第17号(猪股俊司)	B5判 90頁	〃 250円	(〃 30円)
コンクリート標準示方書(昭和26年度)	B6判 266頁	〃 180円	(〃 30円)
コンクリート標準示方書解説	B5判 167頁	〃 300円 会員特価240円	(〃 30円)
最新土質工学(改定4版)	B5判 138頁	〃 150円	(〃 30円)
土木製図基準(I)	B5判 46頁	〃 200円	(〃 30円)
第6回年次学術講演会講演概要	B5判 100頁	〃 150円 会員特価100円	(〃 20円)
第7回 〃	B5判 120頁	〃 200円 会員特価150円	(〃 20円)
第8回 〃	B5判 103頁	〃 150円	(〃 20円)
第9回 〃	B5判 115頁	〃 150円	(送料共)
昭和26年 夏季講習会パンフレット I コンクリートとダム	B5判 66頁	〃 150円 会員特価120円	(〃)
II 橋梁	B5判 92頁	〃 200円 会員特価150円	(〃)
昭和27年 夏季講習会パンフレット 建設機械化	B5判 176頁	〃 300円	(〃 30円)
昭和28年 夏季講習会パンフレット プレストレストコンクリートと構造力学	B5判 190頁	〃 300円	(〃 30円)

土木工学叢書

(1) 杉戸 清著 下水道学(前編)	B5判 258頁	定価 500円	(送料 70円)
(2) 福田武雄著 木構造学(再版)	B5判 243頁	〃 500円	(〃 70円)
(3) 広瀬孝六郎著 上水道学(前編)	B5判 177頁	〃 500円	(〃 70円)
(4) 岡田信次著 鉄道線路	B5判 168頁	〃 350円	(〃 70円)
(5) 平井 敦著 鋼橋(1)(再版)	B5判 530頁	〃 1000円	(〃 80円)
(6) 横道英雄著 鉄筋コンクリート橋(再版)	B5判 469頁	〃 1300円	(〃 80円)
(7) 杉戸 清著 下水道学(後篇)	B5判 238頁	〃 500円	(〃 70円)

昭和28年9月25日 印刷　土木学会論文集　定価 120円
昭和28年9月30日 発行　第18号

編集兼発行者　東京都千代田区大手町2丁目4番地　中川一美
印刷者　東京都港区赤坂溜池5番地　大沼正吉
印刷所　東京都港区赤坂溜池5番地　株式会社 技報堂

東京中央局区内　千代田区大手町2丁目4番地　電話 和田倉(20) 3945番
発行所　社団法人 土木学会　振替東京16828番

TRANSACTIONS

OF THE

JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS

NO. 18

CONTENTS

Page

Difference Method for Partial Differential Equations. Part II.
By Bennosuke Tanimoto, C.E. Member 1

Mathematical Theory and Experiment of Flood Waves
By Dr. Eng., Taizō Hayashi, C.E. Member 13

On the Experiment of Flood at Shin-Takase River
By Dr. Eng., Masafumi Yoneda, C.E. Member 27

On the Free Surfaces in Dam Sections which Slant to the Upper and the Lower Stream Sides
By Dr. Eng., Shigeru Tanaka, C.E. Member 35

On the Variation of the Strengh of Disturbed Soil
By Ichirō Uchida, C.E. Member, Renzō Matsumoto 42

On the Sound Transmission in Sand
By Shōji Gotō, C.E. Member 47

General and Practical Calculation Formulae of the Stresses in Hollow Cylindrical Shell due to Forced Vibration
By Dr. Eng., Tadaaki Sakai, C.E. Member 52

Sept. 1953

DOBOKU-GAKKAI

JAPAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS

No. 4 2-CHOME OTE-MACHI CHIYODA-KU TOKYO, JAPAN