

なお、一連の試験結果があるとき、その中から異常に大きなバラツキを検出して、そのデータの取扱いに注意を払うことが必要である。この場合には、普通の品質管理における範囲の管理方式に従って行えばよい。しかしコンクリートの圧縮強度の場合は  $R$  をそのまま用いるよりは  $R/\bar{R}$  (ただし  $\bar{R}$  は平均強度) を管理する方が望ましいと思う。

### 7. 結 語

以上述べた点を要約すればつぎのようである。

- 1) 普通、現場コンクリートの供試体は、同じコンクリートから多くとるよりも、試験精度がわからないときは2個づつ、わかっているときは1個づつ、なるべく多数回、無作為にとるのが望ましい。
- 2) 試験結果からコンクリートの強度の変動を推定する精度を知るには、図-1, 3 を用いることができる。
- 3) コンクリートの強度の下限の推定値としては、最小値をとるよりは、最大値と最小値との差である範囲から定める 5.[B] の方法を用いるのが望ましい。
- 4) 試験結果のうちで、他からとび離れた値があつたとき、その取捨を問題とするには、6.[A] 及び [B] (2) の方法が便利である。

本研究は丸安隆和先生の御指導のもとに行つたもので、ここに厚く深謝の意を表する次第である。

(昭.27.7.21)

UDC 532.543

水理

## 滑面開水路における乱流の抵抗法則について

— 薄層流に関する研究(第4報) —

准 貞 岩 垣 雄 一\*

### ON THE LAWS OF RESISTANCE TO TURBULENT FLOW IN OPEN SMOOTH CHANNELS

—STUDIES ON THE THIN SHEET FLOW, 4 TH REPORT—

(Trans. of JSCE April 1953)

Yūichi Iwagaki, C.E. Assoc. Member

**Synopsis** It is generally considered that, differing from the pipe flow, the flow in open channels has a free surface and waves appearing on water surface relate to some extent with the laws of resistance to turbulent flow in open channels. According to this idea, the instability of flow is connected with the mixing length of turbulence, and then computing the velocity distribution by Prandtl's equation, Froude Number is added to Reynolds Number in the laws of resistance of turbulent flow in open channels. Applying this theory, experimental results by the author, Dr. Matsuo and R.W. Powell with smooth open channels can be explained all over the regions of subcritical and supercritical flows, and therefore, the difference between the laws of resistance to turbulent flow in pipe and that in open channel can be made clear.

**要旨** 開水路における流れは管路と異なり自由表面をもっているため水面に波が発生し、これが開水路乱流の抵抗法則にある程度関係するであろうということは一般に考えられることである。このような考えに基づいて、流れの不安定性と乱れの混合距離とを結びつけ、壁面近くの流れをあらわす Prandtl の式より流速分布を計算し、開水路乱流の抵抗法則に Reynolds 数の外に Froude 数を導入したものである。この理論によつて、滑面水樋による著者等、松尾博士及び Powell の実験の結果を常流及び射流のすべての範囲にわたつて説明することができ、管路における乱流と開水路乱流の抵抗法則の相違を明らかにすることができた。

\* 京都大学助教授、工学部土木工学教室。

1. 序 論

管内乱流の流速分布として Prandtl 及び Kármán が対数法則を提案して以来、開水路乱流に対しても同じ対数法則を適用して実験の結果を説明しようと試みた人々は少なくない。とくに、これらの人々のうち G.H. Keulegan<sup>1)</sup> が自由表面及び壁面の剪断力の不均一性の影響として  $-\bar{\epsilon}u_m/u_{\kappa}^*$ 、断面の形に対する効果として  $\beta/\kappa$  を管内乱流に対する対数法則の式につけ加えて、開水路としての特性をあらわしたことは大いに注目すべきことである。しかしながら自由表面の影響をこのような形であらわしたのは直観的であり、また実際にはこれは小さいとして無視している。その後 R.W. Powell<sup>2)</sup> は Keulegan の式を用いて自己の行つた実験の結果を解析しているが、この場合には  $\bar{\epsilon}=0$  としており、さらにそれから後発表した論文<sup>3)</sup>においては  $\bar{\epsilon}=-0.208$  と仮定している。断面の形に対する補正項については Keulegan<sup>1)</sup> によれば、矩形断面のとき  $\beta=\log_e\{1+(2h/B_0)\}-(h/B_0)$  であり、例えば径深  $R$  と水路巾  $B_0$  の比  $R/B_0$  が 0.1 のとき  $\beta=0.098$  となる故、 $\kappa=0.4$  とすれば  $\beta/\kappa=0.245$  となり、実験の精度に比較すれば無視しうるほど小さい。しかしながら  $\bar{\epsilon}$  については、 $\beta$  のように理論的にその値を評価することができない。本論文においては自由表面の影響として流れの不安定性を考慮し、これと乱れの混合距離とを結びつけ、壁面近くの流れをあらわす Prandtl の式を用いて J. Rotta<sup>4)</sup>、W. Szablewski<sup>5)</sup> と同じ方法で流速分布を計算し、対数法則の式に Froude 数を導入しようとしたものである。

2. 混合距離と対数法則

L. Prandtl 及び Th.v. Kármán<sup>6)</sup> は滑らかな円管内乱流において、壁面近くでは混合距離  $l$  は壁面からの距離  $y$  に比例するとし、 $l=\kappa y$  とおいて速度分布の対数法則式

$$\frac{u}{u^*} = A_S + \frac{1}{\kappa} \log_e \frac{u^* y}{\nu} \quad \dots\dots\dots (1)$$

を導いた。ここに  $u$  は壁面からの距離  $y$  における流速、 $\nu$  は流体の動粘性係数、 $u^*$  は摩擦速度で  $u^* = \sqrt{\tau_0/\rho}$ 、 $\tau_0$  は底面における摩擦応力、 $\rho$  は流体の密度である。(1) 式における  $A_S$  の値は、滑らかな円管内乱流においては  $A_S=5.5$  という一定値をもつことが実験的に見出されている。しかしながら滑面開水路乱流においては一定の値をもたず、勾配が大きくなると  $A_S$  の値が小さくなってゆくことが著者等の実験<sup>7)</sup> によつて明らかになされた。とくに常流の場合に較べて射流においては、 $A_S$  の値がいちじるしく変化することは Powell<sup>2)</sup> あるいは本間博士の実験<sup>8)9)</sup> によつてよく認められることである。このことは自由表面をもたない円管内の流れと、自由表面をもっている開水路の流れとの根本的な相違を示すものであると考えられる。

いまこの自由表面の影響によつて混合距離が円管内乱流におけるものよりも増加または減少するものと仮定しよう。そして増加する場合には 図-1 の実線で示すごとく、

$$\delta_L < y < 100 \nu / u^* ; \quad l = \kappa'(y - \delta_L) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに

$$\kappa' = \kappa + \left( \frac{u^* l_w}{\nu} / 100 - \frac{u^* \delta_L}{\nu} \right),$$

$$y > 100 \nu / u^* ; \quad l = \kappa(y - \delta_L) + l_w \quad \dots\dots\dots (3)$$

とおけるものと仮定する。ここに  $l_w$  は自由表面による混合距離の増加量で  $y$  方向に一定、 $\delta_L$  は層流底層の厚さである。また自由表面の影響によつて混合距離が円管の場合より減少するときは、図-2 の実線で示すごとくなるものと仮定すれば、(2) 式及び (3) 式の  $l_w$  の値を負にとればよい。

Prandtl の運動量輸送理論より摩擦応力は

$$\tau = \rho \left( \nu + l^2 \frac{du}{dy} \right) \frac{du}{dy} \quad \dots\dots\dots (4)$$

であらわされる。 $\tau$  を壁面における摩擦応力  $\tau_0$  に等しいとおけば、(4) 式は

$$\frac{du}{dy} = \frac{\sqrt{4 l^2 u^{*2} + \nu^2}}{2 l^2} + \frac{\nu}{2 l^2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

となり、(2) 式を用いてこれを積分し、 $y = \delta_L$  で  $u = u^* \delta_L / \nu$  の条件で積分常数を決定すれば、

$$\delta_L < y < 100 \nu / u^* ; \quad \frac{u}{u^*} = \frac{1}{\kappa'} \log_e \left( 2 \xi + 2 \sqrt{\xi^2 + \frac{1}{4}} \right) + \frac{1}{\kappa' \xi} \left( \frac{1}{2} - \sqrt{\xi^2 + \frac{1}{4}} \right) + \frac{u^* \delta_L}{\nu} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし  $\xi = u^* l / \nu$  が得られる。また (3) 式を用いて (5) 式を積分し、 $y = 100 \nu / u^*$  で  $\xi = \xi_0$ 、

図-1  $l$  の分布 ( $l_w > 0$ )  
Distribution of  $l$  ( $l_w > 0$ )

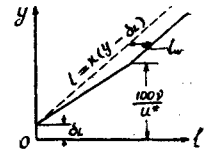
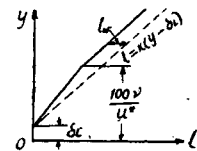


図-2  $l$  の分布 ( $l_w < 0$ )  
Distribution of  $l$  ( $l_w < 0$ )



$$\frac{u}{u^*} = \frac{1}{\kappa'} \log_e \left( 2\xi_0 + 2\sqrt{\xi_0^2 + \frac{1}{4}} \right) + \frac{1}{\kappa' \xi_0} \left( \frac{1}{2} - \sqrt{\xi_0^2 - \frac{1}{4}} \right) - \frac{u^* \delta_L}{\nu}$$

の条件により積分常数を決定すれば、

$$\begin{aligned} \eta > 100 \nu / u^* ; \frac{u}{u^*} &= \frac{1}{\kappa} \log_e \left\{ \left( \xi + \sqrt{\xi^2 + \frac{1}{4}} \right) \middle/ \left( \xi_0 + \sqrt{\xi_0^2 - \frac{1}{4}} \right) \right\} \\ &+ \frac{1}{\kappa \xi} \left( \frac{1}{2} - \sqrt{\xi^2 + \frac{1}{4}} \right) + \frac{1}{\kappa'} \log_e \left( 2\xi_0 + 2\sqrt{\xi_0^2 - \frac{1}{4}} \right) \\ &- \left( \frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa'} \right) \frac{1}{\xi_0} \left( \frac{1}{2} - \sqrt{\xi_0^2 - \frac{1}{4}} \right) + \frac{u^* \delta_L}{\nu} \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

が得られる。ここに  $\xi_0 = 100 \kappa + \xi_w - (\kappa u^* \delta_L / \nu)$ ,  $\xi_w = u^* l_w / \nu$  である。さらに  $\eta$  の値が大きい場合には、(7) 式より(1)式の  $A_S$  をあらわす式として、

$$\begin{aligned} A_S &= \frac{1}{\kappa} (\log_e 4 \kappa - 1) - \left( \frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa'} \right) \log_e \left( 2\xi_0 + 2\sqrt{\xi_0^2 + \frac{1}{4}} \right) \\ &- \left( \frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa'} \right) \frac{1}{\xi_0} \left( \frac{1}{2} - \sqrt{\xi_0^2 + \frac{1}{4}} \right) + \frac{u^* \delta_L}{\nu} \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

が得られる。自由表面の影響のない場合、すなわち  $l_w = 0$  のときは  $\kappa = \kappa'$  なる故、J. Rotta<sup>4)</sup> の導いた結果と同じ式

$$A_S = (1/\kappa) (\log_e 4 \kappa - 1) + (u^* \delta_L / \nu)$$

となり、管路における実験値  $A_S = 5.5$ ,  $\kappa = 0.4$  をとれば、 $u^* \delta_L / \nu = 6.83$  の値が得られ、従つて(8)式は

$$A_S = 5.5 - \left( \frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa'} \right) \log_e \left( 2\xi_0 + 2\sqrt{\xi_0^2 + \frac{1}{4}} \right) - \left( \frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa'} \right) \frac{1}{\xi_0} \left( \frac{1}{2} - \sqrt{\xi_0^2 + \frac{1}{4}} \right) \dots \dots \dots (8)'$$

となり、 $\xi_0$  及び  $\kappa'$  はそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} \xi_0 &= \xi_w + 37.27 \\ \kappa' &= 0.4 \times 0.01073 \xi_w \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

となる。開水路における  $\kappa$  の値は著者等の実験<sup>7)</sup>、細井氏の実験<sup>10)</sup>及び図-7より、管路の場合と同じ値  $\kappa = 0.4$  を用いてよいであろう。(8)'式及び(9)式よりわかるように  $A_S$  は  $\xi_w$  のみの函数である。図-3はこれらの関係を図示したものである。これによつて自由表面の影響による混合距離の増減量と  $A_S$  との関係を知ることができる。

3. 流れの不安定性と混合距離

いま2次元の斜面上の流れを考え底面に沿つて下流方向へ  $x$  軸、底面に垂直上方へ  $y$  軸、水深を  $h$ 、時間を  $t$ 、斜面の傾斜角を  $\alpha$ 、平均流速を  $u_m$ 、重力加速度を  $g$ 、

$\alpha_m = (1/h) \int_{\delta_L}^h (u/u_m)^2 dy$  とし、 $u_m/u^* = C_m$  とおけば、一般に運動量方程式は

$$\frac{u_m^2}{C_m^2} = gh \sin \alpha - gh \cos \alpha \frac{\partial h}{\partial x} - \alpha_m \frac{\partial}{\partial x} (u_m^2 h) - \frac{\partial}{\partial t} (u_m h) \dots \dots \dots (10)$$

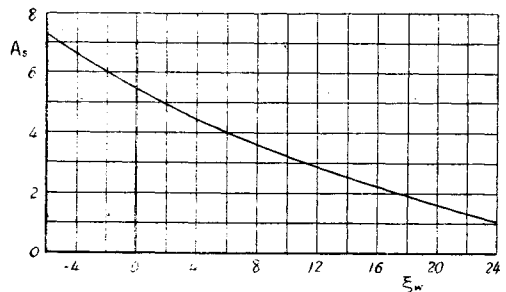
となる<sup>11)</sup>。また連続式は

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u_m h) = 0 \dots \dots \dots (11)$$

式の取扱いの簡単のため  $C_m = \text{const.}$  と考え、また攪乱による平均流速及び水深の微小変化量をそれぞれ  $u_m'$  及び  $h'$  とし、 $u_m = u_{m0} + u_m'$ ,  $h = h_m + h'$  とおけば、(10)式及び(11)式より微小量を省略して

$$(gh_m \cos \alpha - \alpha_m u_{m0}^2) \frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} - 2 \alpha_m u_{m0} \frac{\partial^2 h'}{\partial x \partial t} - \frac{\partial^2 h'}{\partial t^2} - \left( g \sin \alpha + \frac{2 u_{m0}^2}{C_m^2 h_m} \right) \frac{\partial h'}{\partial x} - \frac{2 u_{m0}}{C_m^2 h_m} \frac{\partial h'}{\partial t} = 0$$

図-3  $A_S$  と  $\xi_w$  との関係  
Relation between  $A_S$  and  $\xi_w$



が得られる。いま与えられた微小攪乱を

$$h' = A_0 \exp(\gamma t - i\beta x) \quad \dots\dots\dots (13)$$

とし、さらに  $\gamma$  を実数部と虚数部に分けて  $\gamma = \gamma_1 + i\gamma_2$  とおけば、(12) 式及び (13) 式よりつぎのような  $\gamma_1$  について方程式が得られる。

$$4\gamma_1^4 + 8a\gamma_1^3 + (5a^2 + b^2 + 4c)\gamma_1^2 + (a^3 + ab^2 + 4ac)\gamma_1 + a^2c + abd - d^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに  $a = 2u_{m0}/C_m^2 h_m$ ,  $b = 2\alpha_m u_{m0}\beta$ ,  $c = \beta^2(g h_m \cos \alpha - \alpha_m u_{m0}^2)$ ,  $d = 3u_{m0}^2\beta/C_m^2 h_m$  である。(14) 式の各項の係数の大きさを  $u_{m0} = 200 \text{ cm/s}$ ,  $C_m = 15$ ,  $h = 1 \text{ cm}$ ,  $\alpha_m = 1$ ,  $\beta = 1 \text{ cm}^{-1}$  として比較すれば、第1項の係数=4, 第2項の係数=8a=1.4×10, 第3項の係数=5a<sup>2</sup>+b<sup>2</sup>+4c=3.9×10<sup>3</sup>, 第4項の係数=a<sup>3</sup>+ab<sup>2</sup>+4ac=7×10<sup>3</sup>, 第5項の係数=a<sup>2</sup>c+abd-d<sup>2</sup>=-1.2×10<sup>5</sup> となる。従つて  $|\gamma_1| < 5$  の場合には (14) 式の第1項及び第2項を省略して、数%の誤差範囲内で近似計算を行うことができる。後述のごとく Froude 数が 10 以下ではこの条件を満足している。それ故 (14) 式の第1項及び第2項を無視して  $\gamma_1$  について解くと、

$$\gamma_1 = \frac{u_{m0}}{C_m^2 h_m} \left\{ \sqrt{1 + \frac{(9-8\alpha_m)F^2-1}{\alpha_m(\alpha_m-1)F^2+1}} - 1 \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

が得られる。ここに  $F = u_{m0}/\sqrt{gh_m \cos \alpha}$  で、以下  $u_{m0}$  を  $u_m$ ,  $h_m$  を  $h$  とかくことにする。さらに (1) 式を用いて  $\alpha_m$  を計算すれば、 $\alpha_m = 1 + (1/\kappa)^2(u^*/u_m)^2 = 1 + 6.25(u^*/u_m)^2$  となる故、これを (15) 式に代入すれば

$$\gamma_1 = \frac{u_m}{C_m^2 h} \left[ \sqrt{1 + \frac{\{1-50(u^*/u_m)^2\}F^2-1}{6.25(u^*/u_m)^2F^2+1}} - 1 \right] \quad \dots\dots\dots (15)'$$

となる。

この理論では攪乱が与えられると、 $\gamma_1$  が正のときは攪乱波の波高は時間とともにますます増大し、 $\gamma_1$  が負のときは時間とともに波高が減衰して行くことになるが、波高が水深に比して大きくなればこの理論はもはや適用されなくなり、実際においては波高が無限に大きくなつたり、または零になつたりするのではなく、ある一定の大きさの波高となり安定してしまうものと考えられる。その最も顕著な例として波列<sup>(1)</sup>をあげることができる。いま攪乱が与えられてから波高が一定となるまでの時間を  $t_0$  とすれば、 $t_0$  は水深  $h$  に比例し  $u^*$  に逆比例すると考えてよいであろう。そうすれば水深が小さく勾配が大きければ、 $h/u^* = 1/\sqrt{h/g \sin \alpha}$  なる関係から、当然  $t_0$  が小さくなることになるが、このことは波列の実験ではつきりと観察された事実である。つぎに  $t_{w0}$ , すなわち  $u^* t_{w0}/\nu$  の量を考えると、 $\gamma_1 = 0$  のとき  $t_{w0} = 0$ , 従つて  $t_{w0} = 0$  としてよいであろう。 $\gamma_1 = 0$  というのは、与えられた攪乱波が理論的には減衰も増大もしないことを意味している。すなわちその波高を保つためにエネルギーが波に与えられたり、あるいは波のもつエネルギーが減少しないということになり、この場合には自由表面の混合距離に及ぼす効果は全く零であると考えてよい。また  $\gamma_1$  は  $[T]^{-1}$  の次元をもち、 $\gamma_1 t_0$  は無次元となるから、自由表面の混合距離に及ぼす効果を示す要素ともいうべき無次元量  $t_{w0}$  が  $\gamma_1 t_0$  に比例すると考えても、正の考察から一応さしたる不都合はないであろう。そうすれば  $t_{w0}$  の  $\gamma_1 t_0$ ,  $t_0$  の  $h/u^*$  となつて、(15)' 式から  $K$  を比例常数として、

$$t_{w0} = K \Phi(u_m/u^*, F) \quad \dots\dots\dots (16)$$

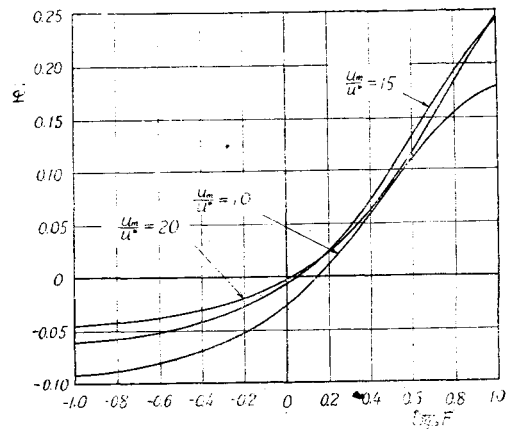
$$\Phi(u_m/u^*, F) = \frac{u_m}{u_m} \times \left[ \sqrt{1 + \frac{\{1-50(u^*/u_m)^2\}F^2-1}{6.25(u^*/u_m)^2F^2+1}} - 1 \right] \quad \dots\dots\dots (17)$$

が得られる。 $u_m/u^*$  をパラメーターとした  $\Phi$  と  $F$  との関係を図示したものが図-4である。これより  $K$  の値を実験の結果から決定することによつて、 $A_s$  と  $F'$ ,  $u_m/u^*$  との関係を求めることができる。

4. 実験結果による  $K$  の決定と抵抗法則

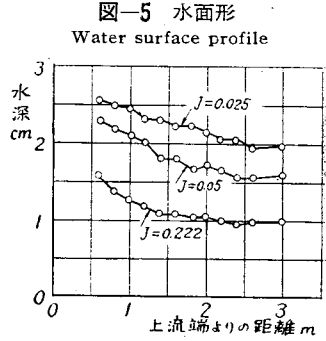
かつて著者等<sup>7)</sup> は巾 40 cm, 深さ 19 cm, 長さ約 18 m (有効長 10 m) の矩形断面鉋削りの木製水樋を用い、0.0021~0.024 の勾配の範囲にわたつて薄層流の実験を行ったが、さらに巾 20 cm, 深さ 10 cm, 長さ約 5 m (有効長 3.8 m) の矩形断面鉋削り木製水樋を用いて 0.025~0.222

図-4  $\Phi$  と  $F$  との関係  
Relation between  $\Phi$  and  $F$



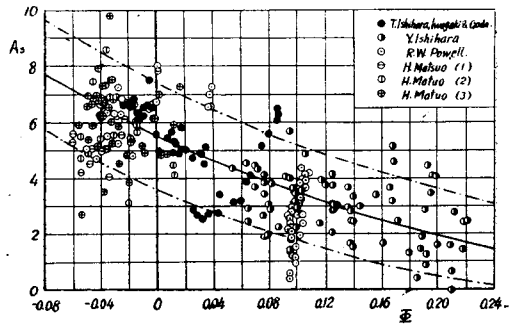
の勾配の範囲で実験を行った\*。図-5は水樋の中心線に沿って測定した水面形の数例であるが、上流端より約2.5mの附近から水深がほぼ一様となり、その水深が等流水深と考えられるので、上流端より3mの位置において水深及び流速分布を測定した。実験は3次元であるから2次元として得られた(17)式において摩擦速度として  $u^* = \sqrt{gh \sin \alpha}$  における水深  $h$  の代りに径深をとった  $u_R^* = \sqrt{gR \sin \alpha}$  を用い、また取扱いの便宜のために Froude 数として  $F_R = u_m / \sqrt{gR \cos \alpha}$  (これは Boussinesq 数ともよばれる<sup>12)</sup>) を用いると、(17)式は

$$\phi(u_m/u_R^*, F_R) = \frac{u_R^*}{u_m} \times \left[ \sqrt{1 + \frac{\{1 - 50(u_R^*/u_m)^2\} F_R^2 - 1}{6.25(u_R^*/u_m)^2 F_R^2 + 1}} - 1 \right] \dots\dots\dots(17)'$$



とかくことができる。図-6は著者等の実験<sup>7)</sup>、松尾博士の実験<sup>13)</sup>及び Powell の実験<sup>2)</sup>の結果のうち  $u_R^* R / \nu > 100$  のものについて、 $A_S$  及び (17)' 式の  $\phi$  の値を計算して点描したもので、図における実線  $K=90$  として(8)式及び(17)'式より求めた曲線である。後述する理由によつて実験値が相当散らばっているため  $K$  の適当な値を決定することは困難であるが、90 という値はこれらの実験の結果からみて妥当なものと考へてよいであろう。また図-6における松尾博士の実験に(1)、(2)及び(3)と区別されているが、これはそれぞれ水樋の巾 70 cm, 35 cm 及び 20 cm に対するものである。なお本間博士の実験結果<sup>8)</sup>は図-6に示したものに較べてかなり小さい値を示すものがあるので省略した。

図-6  $A_S$  と  $\phi$  との関係  
Relation between  $A_S$  and  $\phi$



さて  $K$  の値が決定されると、 $u_m/u^*$  及び  $F'$  の値を与えれば(16)式及び(17)式から  $\xi_w$  の値が計算され、従つて(9)式より  $\xi_0$  及び  $\kappa'$  の値が定まる故、(6)式及び(7)式より流速分布を求めることができる。図-7は  $\xi_w$  の値を適当に与え、計算して求めた流速分布曲線と著者等の実験を示したものである。後述の実験の精度より理解されるように、実験結果における  $\xi_w$  の値と計算に用いた  $\xi_w$  の値とは一般に一致していないが、乱れた領域から遷移域を経て層流底層領域における流速分布曲線に移る変化の様子はよく一致しており、(2)式及び(3)式の仮定がほぼ正しいものであることを実証している。図中(1)、(2)はそれぞれ  $u/u^* = u^*y/\nu$ ,  $u/u^* = 5.5 + 5.75 \log_{10}(u^*y/\nu)$  の曲線及び直線を示す。

図-7 流速分布  
Velocity distribution

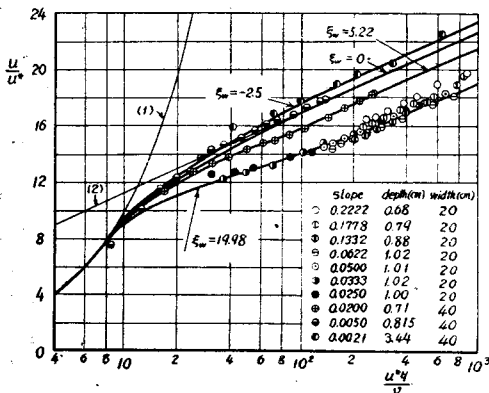


図-8  $A_S$  と  $F_R$  との関係  
Relation between  $A_S$  and  $F_R$

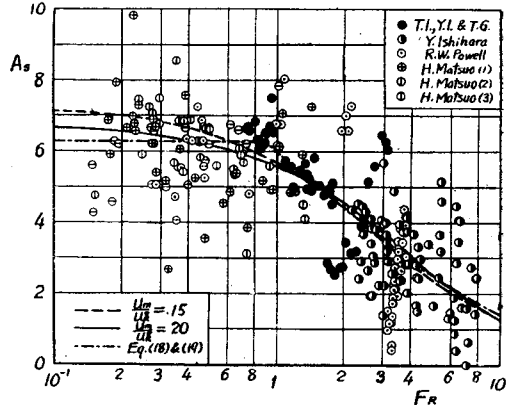


図-4からわかるように  $u_m/u^* = 15$  と  $20$  の場合の  $\phi$  の値は、 $F'$  が小さい場合を除いて大きい差異を示していない。横軸に  $F_R$  の対数、縦軸に  $A_S$  をとつて実験の結果及び計算結果を示したのが図-8である。 $F_R > 1$

\* この実験は主として大学院特別研究生石原安雄君が行つた。

の場合には  $u_m/u_{R^*}=15$  と  $20$  の曲線はほぼ一致している。いま実験式として 図-8 に示した計算結果から、

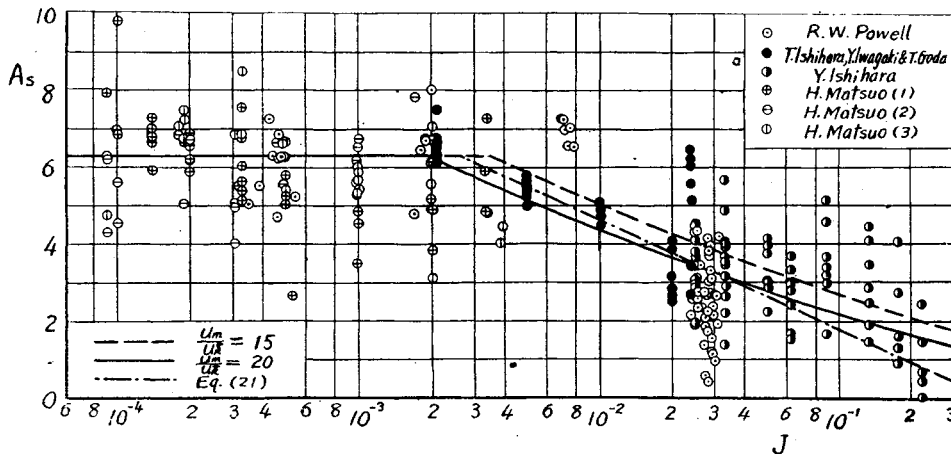
$$F_R \leq 0.89; A_S = 6.3 \quad \dots\dots\dots (18);$$

$$F_R \geq 0.89; A_S = 6.0 - 5.75 \log_{10} F_R + 1.2 (\log_{10} F_R)^2 \quad \dots\dots\dots (19);$$

とあらわす。(18) 式における  $6.3$  という値は著者等及び Powell の実験値の平均をとつたものである。図-8 における鎖線は実験式 (18) 及び (19) をあらわし、 $F_R$  の小さいところを除き理論曲線とよく一致している。また (19) 式を変形すれば

$$A_S = 6.0 - 5.75 \log_{10} \frac{u_m}{u_{R^*}} - 5.75 \log_{10} \sqrt{J} + 1.2 \left( \log_{10} \frac{u_m}{u_{R^*}} \cdot \sqrt{J} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (20)$$

図-9  $A_S$  と  $J$  との関係  
Relation between  $A_S$  and  $J$



となり、 $A_S$  が  $u_m/u_{R^*}$  及び勾配  $J = \sin \alpha$  の函数としてあらわされる。図-9 は  $u_m/u_{R^*}=15$  及び  $20$  の場合について  $A_S$  と  $J$  との関係を示したものである。図中の鎖線は

$$A_S = -1.1 - 5.75 \log_{10} \sqrt{J} \quad \dots\dots\dots (21)$$

を示し、これは第1報において提案した実験式をあらわす。なおこの式は (20) 式における右辺の最後の項を省略したときの  $u_m/u_{R^*}=17.17$  の場合に相当する。

さらに  $\lambda$  を摩擦抵抗係数として  $\tau_0 = \lambda \rho u_m^2 / 2$  とおけば、 $\lambda = 2(u_{R^*}/u_m)^2$  となる故、(1) 式より  $\delta_L \rightarrow 0, h \rightarrow R$  として求まる平均流速の式

$$\frac{u_m}{u_{R^*}} = A_S - \frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa} \log_e \left( \frac{u_m R}{\nu} \cdot \frac{u_{R^*}}{u_m} \right) \quad \dots\dots\dots (22)$$

及び (18) 式、(19) 式より

$$F_R < 0.89; 1/\sqrt{\lambda} = 2.07 - 4.07 \log_{10} \times (R_e \cdot \sqrt{\lambda}) \quad \dots\dots\dots (23)$$

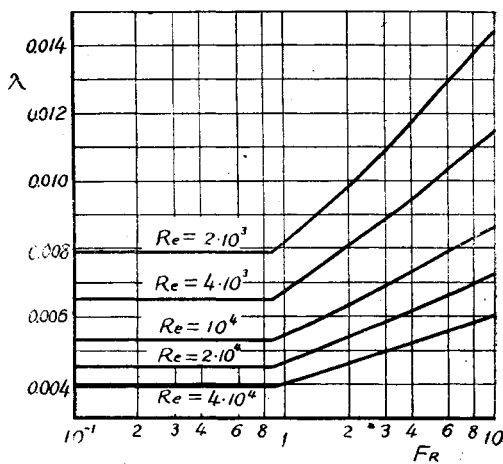
$$F_R > 0.89; 1/\sqrt{\lambda} = 1.861 - 4.07 \log_{10} F_R + 0.849 (\log_{10} F_R)^2 - 4.07 \log_{10} (R_e \cdot \sqrt{\lambda}) \quad \dots\dots\dots (24)$$

が得られる。図-10 は  $R_e = u_m R / \nu$  をパラメーターとして (23) 式及び (24) 式による摩擦抵抗係数  $\lambda$  と  $F_R$  との関係を示したものである。

5. 実験の精度

図-6, 8, 9 においてわかるように実験の結果が非常に散乱しているのであるが、このことは実験の精度の問題から充分説明することができる。いま簡単のため2次元の場合について論ずる。

図-10  $\lambda$  と  $F_R$  との関係  
Relation between  $\lambda$  and  $F_R$



単位巾の流量を  $Q$  とすれば, (22) 式は2次元の場合

$$\frac{Q/h}{\sqrt{ghJ}} = A_S - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \log_e \sqrt{ghJ} \nu \quad \dots\dots\dots (22)'$$

であらわされる。 $Q$  及び  $J$  を一定と仮定して上式を微分すれば,

$$\frac{dA_S}{A_S} = -\frac{3}{2} \left( 1 + \frac{1}{A_S} \frac{1}{\kappa} \log_e \frac{u^*h}{\nu} \right) \frac{dh}{h} \quad \dots\dots\dots (25)$$

となり,  $(1/\kappa) \log_e(u^*h/\nu) = 20$  とし,  $dh/h = \pm 0.05$  すなわち水深において5%の誤差があるものとすれば, (25)式は

$$dA_S = \mp (0.075 A_S + 1.5) \quad \dots\dots\dots (26)$$

となる。図-6における上下の鎖線は(26)式を図示したものである。また  $Q$  及び  $h$  を一定として(22)'式を微分すれば,

$$\frac{dA_S}{A_S} = -\frac{1}{2} \left( 1 + \frac{1}{A_S} \frac{1}{\kappa} \log_e \frac{u^*h}{\nu} \right) \frac{dJ}{J} \quad \dots\dots\dots (27)$$

となり, 勾配の小さい場合を考慮して  $(1/\kappa) \log_e(u^*h/\nu) = 14$ ,  $A_S = 7$  とすれば, (27)式は

$$dA_S/A_S = -1.5 dJ/J \quad \dots\dots\dots (28)$$

が得られる。これより  $A_S$  の誤差は  $J$  の誤差の1.5倍ということになる。急勾配の場合すなわち  $F_R$  が大きい場合は自由表面の変動がいちじらしいことと, 等流水深が得られ難いことのため, 水深において5%の誤差は充分起りうることであり, また勾配が小さい場合すなわち  $F_R$  が小さいときは勾配の誤差が相当大きいことが予想されるから, (28)式から  $A_S$  の誤差もかなり大きくなると思われる。いずれの実験結果もかなり散乱しているが, これは実験の不備というよりも, むしろ上述の事情によつてやむを得ないところであろう。

## 6. 結 論

流れの不安定性と乱れの混合距離を結びつけることによつて, Reynolds 数とともに Froude 数を開水路乱流の抵抗法則に導入することができた。最初に述べたように, 断面の形に対する効果は実験の精度に較べて非常に小さく, また壁面の剪断力の不均一性の影響も, 図に示した種々の巾の水樋に対する実験結果を比較すれば, これも実験の精度に較べてその差異が見出せないほど小さいことがわかるであろう。従つて管路と開水路の抵抗法則のいちじらしい相違を示すものは, 自由表面の影響のみであつて, もつぱら本論文で自由表面の効果を論じたのはこの理由によるものである。流れの不安定性と乱れの混合距離との関連性の詳細な点については未だ不明確なところが多く, 今後に残された問題であると思われる。

最後にこの研究に対して終始御懇篤な御指導を賜つた石原教授, ならびに実験及び計算に熱心な助力をしていただいた石原安雄君, 石原寿君, 末石富太郎君, 松井彰君に対して深く感謝するとともに, この研究は文部省科学研究費の援助による研究の一部であることを附記して感謝の意を表する。

## 参 考 文 献

- 1) Garbis H. Keulegan: "Laws of turbulent flow in open channels", Jour. of Research of the National Bureau of Standards, Vol. 21, Dec., 1938.
- 2) Ralph W. Powell: "Flow in a channel of definite roughness", Trans. A.S.C.E., Vol. 111, 1946.
- 3) Ralph W. Powell: "Resistance to flow in rough channels", Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 31, No. 4, Aug., 1950.
- 4) J. Rotta: "Das in Wandnähe gültige Geschwindigkeitsgesetz turbulenter Strömungen", Ingenieur-Archiv, 18 Band, 1950.
- 5) W. Szablewski: "Turbulente Strömungen in konvergenten Kanälen", Ingenieur-Archiv, 20 Band, 1952.
- 6) S. Goldstein: Modern developments in fluid dynamics, Vol. 1, 1938, p. 209.
- 7) 石原藤次郎, 岩垣雄一, 合田健: "薄層流に関する研究(第1報)", 土木学会論文集, 第6号, 附.26.
- 8) 本間 仁: "射流現象特に射流の流体抵抗に就て(1)", 土木学会誌, 第28巻, 第5号, 昭.17.
- 9) 本間 仁: "射流現象特に射流の流体抵抗に就て(2)", 土木学会誌, 第30巻, 第1号, 昭.19.
- 10) 細井 正延: "開水路乱流の流速分布及び摩擦抵抗に就いて", 土木研究, 第1輯, 昭.23.
- 11) 石原藤次郎, 岩垣雄一, 石原安雄: "薄層流に関する研究(第3報), 雨水波列について", 土木学会誌, 第36巻, 第1号, 昭.26.
- 12) F.V.A.E. Engel: "Non-uniform flow of water", The Engineer, 1933.
- 13) 松尾 春雄: "小型水路に於ける流速公式の実験的研究", 土木試験所報告, 第48号, 昭.14,

(昭.27.8.18)