求めた到達角 -0.006 と $+0.005$ を接続点1へ記入し $\phi_1^{(1)}=+0.192$ と合成して $\phi_1^{(2)}=+0.191$ を得る。つぎに，接続点3を考える。この点の撓角に直接影響するのは接続点 1，5 及び7であるから図—11の関係を見ながら，即座に表—2 の計算を行うことができる。

接続点1の撓角として $\phi_1^{(1)}$ よりも近似度の高い $\phi_1^{(2)}$ を仮定した点に注意されたい。得た到達角を所定の位置へ記入，$\phi_3^{(1)}=-0.138$ と合算して $\phi_3^{(2)}=-0.128$ が算定される。以下，このような計算を繰返えすのである。ここでは第3近似値 $\phi^{(3)}$ も求めたが，事実上第2近似値と等しいこと図に見るとおりである。

表—1

操作点	仮定撓角	1への到達角
3	$\phi_3^{(1)}=-0.138$	$-0.138\times0.043=-0.006$
5	$\phi_5^{(1)}=+0.186$	$+0.186\times0.029=+0.005$

表—2

操作点	仮定撓角	3への到達角
1	$\phi_1^{(2)}=+0.191$	$+0.191\times0.036=+0.007$
5	$\phi_5^{(1)}=+0.186$	$+0.186\times0.037=+0.007$
7	$\phi_7^{(1)}=-0.218$	$-0.218\times0.018=-0.004$

接続点の撓角が求まつたら，次の関係に従つて各十字材ごとに中央点の撓角を算定する。

$$\phi=-\frac{1}{j}\ (\text{不釣合モーメント})+\Sigma\ (\text{周点からの到達角})$$

図—12 の余白にこの計算を記した。上式中周点からの到達角は $-\gamma_{am}\phi_m$ で与えられる。何となれば 図—2 (b) における中央点撓角 ϕ_a は 3. によれば $\phi_a=(-k_{am})/j_a=-\gamma_{am}$，ここに $\gamma_{am}=\gamma_{ma}$ であつて，これはすでに計算して図—10に記入されている。

これで，全節点の ϕ が見出されたので，最後に撓角式を用いて端モーメントを決定して計算を終了する。

14. 結 び

十字材法では与えられたラーメンを十字材の集合系とみなすから，十字材の中央点に当る節点が省略され，実際に取扱う節点数は約半数に減らされる結果となる。これに，現行法の算法を取入れるときは中央点をとびこえて周点から周点へ到達する撓角が考察される。この到達率は一般にきわめて小さく，イテラチオンにおける近似値が速かに収斂することは大きな利益である。

しかしながらその反面，準備計算が複雑さを加え，それに費やす手数が増大することは不可避的であつて，このために上の効果が大きく相殺される結果になる。この損失をできるだけ防ぐには，簡単で記憶しやすい計算規則を与えて公式を駆逐するほかはない。この目的は十字材の力学的性状を観察することによつて達せられ，計算をすべて図上で機械的に進めることに成功した。 (昭. 27.7.20)

コンクリート

UDC 666.97:620.17
658.562:519.24

現場コンクリートの品質を管理するに際しての 2, 3 の問題について

正員　水　野　俊　一*

SOME PROBLEMS ABOUT QUALITY CONTROL OF FIELD CONCRETE

(Trans. of JSCE April 1953)

Shun-ichi Mizuno, C.E. Member

Synopsis In this paper, the number of test specimens in order to know reasonably the quality and uniformity of concrete in the field, and degree of confidence to estimate variance of strength of concrete are described. The author's viewpoints for article 92 in Standard Specifications for Reinforced Concrete published by the Japan Society of Civil Engineers, and the method of rejecting data are also presented.

* 東京大学助手，生産技術研究所第五部

要旨 本文は現場コンクリートの品質のうち，とくに強度を管理するに際し，打込まれるコンクリートの強度の変動を合理的に知るための，強度試験供試体の個数のとり方，および試験結果の取扱い方，得られた資料からコンクリートの品質を推定する場合の信頼性について述べるとともに，さらに土木学会制定の鉄筋コンクリート標準示方書 92 条について検討を行つたものである。

1. 緒言

工事現場において，打込まれるコンクリートの品質にどのくらいの変動があるかを調べることは，最も経済的な配合を決定する上からも，コンクリートの品質を管理する上からも，またでき上つた構造物の品質を判定する上からも，また将来の工事に数々の便宜を与える点からも重要なことである。しかるに実際に現場においては，ところによつては強度試験をしない所さえあり，強度試験をする所でもテストピースをとるのは１日１回それも大体望みどおりの混合ができたと思われるバッチからとつているのが実情のようである。このような供試体のとり方では，その試験結果がたとえ満足すべき強度を示しても，打込まれたすべてのバッチのコンクリートが果して満足すべきものであるかどうか，また技術上から満足すべきものであろうと推定できたにしても，どのくらいの信頼度があるかが明らかにならない。また強度にどのくらいの変動があるかはもちろんこのような方法ではわからない。それ故，供試体の個数を何個ずつ，何回くらいとるのが適当であるか，またその結果をいかに判断するのが適当かということを，技術的な判断とともに，推計学の力を借りることによつて合理的に究明したいと思う。つぎに土木学会制定の鉄筋コンクリート示方書92条第２項に「上記のコンクリートの圧縮強度[1]は工事中，現場で標準供試体４個について試験し，それらのうちの最小値がこの値以下になつてはならない強度のことである」と記されてあるが，４個の試験結果の最小値がいかなる意味をもつているかを明らかにすることによつて，最小値が与えられた強度以下になつた場合，このコンクリートは果して定められた基準以下のコンクリートであると推定するのが適当かどうかについても検討を加えた。また同じバッチのコンクリートから N 個の供試体を造り，その試験結果にとび離れた値があつたとき，その値が生じた原因（例えば試験の方法が適当でなかつたという場合）が明らかでそれを棄却するのが適当と思われる場合には棄てられるが，原因が明らかでない場合にはいかに取扱うかが問題になる。

従来一般に行われている形式的な供試体個数のとり方，データの取扱い方，その他の点について疑問な点が多い。以上の見地から筆者は実際に携わつた現場の経験をもとにして，コンクリートの品質を管理するに際しての基礎的な問題であるこれらの点に考察を加えようと思う。

2. 強度試験結果の変動

コンクリートの強度試験結果からそのコンクリートの強度を判定する場合に注意しなければならない点は，よく煉り混ぜてほとんど均一であると思われるコンクリートから充分な注意を払つて造つた供試体について強度試験を行つた場合でも，いくつかの供試体から得られた結果には若干の変動（仮に試験による変動とよぶ）が避けられない。すなわちこの変動はコンクリート自身の強度の変動と区別して考えなければならないことである。いま同じコンクリートで非常に多くの供試体を造り，それを試験して得られた強度の平均値をもつてそのコンクリートの真の強度 m と考えると，各供試体の強度 x は m を中心として正規分布をなすと考えられる。ある同じバッチのコンクリートから N_t 個の供試体を造り，それを試験したところ，$x_1, x_2, \cdots\cdots x_{N_t}$ という結果が得られたとすれば，このコンクリートの真の強度 m の最もよい推定値は $\bar{x}=1/N_t\sum_{i=1}^{N_t}x_i$ であるが，この $\bar{x}$ は真の強度 m に一般に等しくなく幾らかの差がある。いま x_i を m を母平均とし，σ_t^2 を母分散とする正規母集団 $N(m, \sigma_t^2)$ から任意に抽出された標本と考えると，標本平均 $\bar{x}$ は $N(m, \sigma_t^2/N_t)$ なる分布をなすことが知られている。これによつて平均強度と真の強度との関係が明らかであるが，現場においては各バッチによつてコンクリートの品質に相当の変動が予想され，これを知ることが重要な問題である。そこで１バッチ内のコンクリートの真の強度 m の１日またはある期間内での分布を $N(M, \sigma_m^2)$ とする。M は各バッチのコンクリートの真の強度の１日（ある期間）全体の平均値（仮に１日内の真の強度と呼ぶ）である。そうすると１バッチからとつた N_t 個の供試体の強度の平均値 $\bar{x}$ の１日内での分布は $N(M, \sigma_t^2/N_t+\sigma_m^2)$ のような分布であることがわかる。このことから次のことが云えよう。同じバッチからとつた供試体の平均強度 $\bar{x}$ の変動（仮に見掛けの変動とよぶ）を知つて，これがすなわち各バッチごとのコンクリートの強度の変動であると考えるのは誤りであり，σ_t と N_t を知らなければこの変動はわからない。例えば，ある２組の標本から σ_{m1} と σ_{m2} の大小を問題とするときには，標本の大きさが同じであり，コンクリートの品質，試験者の能力，試験方法，その他の環境が同じでなければ，見掛けの変動の大小のみから推定することは危険である。また一方，σ_t 及び標本の大きさを知つても，さらに分散 σ_m^2 の推定値がどのくらいの変動をするものであるかを知らなければ，得られた σ_m^2 の推定値の信頼度がわからないのであ

1) 構造物の設計図に明記すべき材令 28 日のコンクリートの圧縮強度をさす。

る。この点については後節においてさらに究明したいと思う。

なお，コンクリートの品質の変動には1日（ある期間）内の変動のほかに長期間にわたる変動が考えられるが，これらを知るには以上述べた考え方をそのまま適用すればよいと思う。すなわち，1日内のコンクリートの真の強度 M が日によつて変動し，その分布を $N(\mathfrak{M}, \sigma_d^2)$ とすると，1日内の N_m 組の $\bar{x}$ の平均値 $\bar{\bar{x}}$ の分散は $\sigma_t^2/N_t+\sigma_m^2/N_m$ であるから，$\bar{\bar{x}}$ の分布は $N[\mathfrak{M}, (\sigma_t^2/N_t\cdot N_m+\sigma_m^2/N_m+\sigma_d^2)]$ となる。そこで σ_d^2 を知るためには，見掛けの分散から σ_t, σ_m, N_t, N_m の影響を除けばよいことがわかる。

3. 強度試験供試体の個数の決め方とコンクリート強度の変動を推定する精度

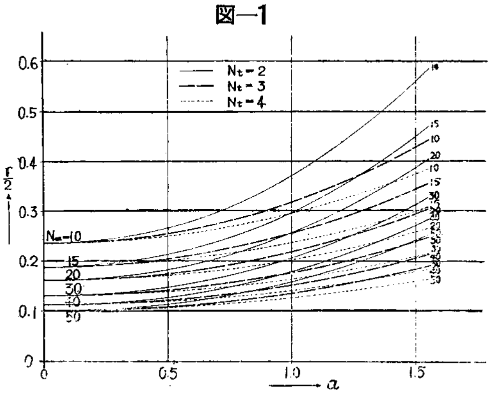
現場コンクリートの強度試験をする主な目的は，打込まれたコンクリートの強度を推定する資料を得て過去を知るとともに，これを将来に役立たせることにあると思う。構造物はその一部に弱い所があれば，そこがその構造物の弱点となることが考えられるので，打込まれるコンクリートの強度がどのような変動をしているかを知るためには，なるべく多くの部分から供試体を造ることが望ましいことはいうまでもない。しかし，実際には労力，時間，経済等の点からは，試験個数をなるべく少なくすることが望まれるので，合理的な個数のとり方を決める必要がある。コンクリートの強度試験結果の変動は前述のように，試験による変動とコンクリートの品質による変動とにわけられる。試験による変動の影響を少なくするためには，同じバッチのコンクリートから造る供試体の数 N_t を大にすればよい。品質の変動は我々が主に知りたいと望むものであるが，これを正確に知るためには，供試体をとるバッチの数 N_m を大にすればよい。いま供試体の総数 $N_t\times N_m$ が決められているときに，品質の変動を最も精度よく知るためには N_t をどのような大きさにすればよいか考えてみよう。1日内の各バッチごとの強度の変動として直接観測されるのは，第2節でのべたように $\bar{x}$ の変動すなわち見掛けの変動である。この分散を $\sigma_t^2/N_t+\sigma_m^2=\sigma'^2$ で表わすと真の分散は $\sigma_m^2=\sigma'^2-\sigma_t^2/N_t$ となる。この σ_m^2 の精度を問題とするには，分散の分散を考えればよいであろう。すなわち，正規母集団 $N(m, \sigma^2)$ から N 個の標本を抽出して，その不偏分散 s^2 から母分散を推定する場合，N 個の標本のとりうる組は無限組あるのでそのとり方によつて s^2 が変動し，s^2 の分散が考えられるわけである。$s^2=1/(N-1)\cdot\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})$, $\bar{x}=1/N\cdot\sum_{i=1}^{N}x_i$ とすると s^2 の分散は $V(s^2)=\sigma^4\left[\frac{\beta_2-1}{N-1}-\frac{\beta_2-3}{N(N-1)}\right]$ であることが理論的に明らかにされている[2]。ここで $\beta_2=\mu_4/\sigma^4$：分布の尖度，$\mu_4=\int_{-\infty}^{\infty}(x-m)^4p(x)dx$: m に関する4次積率，$p(x)$ は x の確率法則である。正規母集団では $\beta_2=3$ であるから $V(s^2)=\sigma^4[2/(N-1)]$ となる。これを変異係数で表わせば $Cs^2\doteqdot\sqrt{2/(N-1)}$，また $Cs\doteqdot1/2\cdot\sqrt{2/(N-1)}$（ただし N が大であるとき），これから s の変異係数は母集団の型がきまつているときには，標本の大きさのみによつて決ることがわかる。すなわち $C_{\sigma'^2}\doteqdot\sqrt{2/(N_m-1)}$ となる。

［**A**］ 試験による変動が未知の場合　試験の精度が未知のときは，σ_t^2 は $N_t\times N_m$ 個の試験結果から推定しなければならない。故にその場合の推定値の変動を変異係数で表わせば，σ_t^2 の不偏分散 S_t^2 の平均値は N_t の大きさのいかんによらず，N_m が非常に大になると σ_t^2 に近似的に等しくなるので $C_{\sigma_t^2}\doteqdot\sqrt{\frac{2}{(N_t-1)N_m}}$ と考える。以上のような考え方によつて，σ'^2 及び σ_t^2 の推定値の変動がわかつたので，σ_m^2 の推定の変動も計算できるわけである。すなわち，σ_m^2 の変異係数を $C_{\sigma_m^2}$ とすると $C^2_{\sigma_m^2}\cdot\sigma_m^4=C^2_{\sigma'^2}\cdot\sigma'^4+C^2_{\sigma_t^2}\cdot\sigma_t^4/N_t^2$，いま $C_{\sigma_m^2}=\gamma$, $C_{\sigma'^2}=\beta$, $C_{\sigma_t^2}=\alpha$ とおき $\sigma_t=a\cdot\sigma_m$ とすると，$\sigma'^2=a^2\cdot\sigma_m^2/N_t+\sigma_m^2=(a^2/N_t+1)\sigma_m^2$ であるから，前式は $\gamma^2\cdot\sigma_m^4=\beta^2(a^2/N_t+1)^2\sigma_m^4+\alpha^2\cdot a^4\sigma_m^4/N_t^2$

$$\therefore\ \gamma^2=a^4(\alpha^2+\beta^2)/N_t^2+2\beta^2\cdot a^2/N_t+\beta^2\cdots\cdots(1)$$

すなわち γ は N_t, N_m, a によつてきまることがわかる。図―1 にこれらの関係を図示した。この関係から強度の変動が試験による変動の何倍のときは供試体の個数をどのようにとればよいか，どのくらいの供試体の個数をとればコンクリートの強度の変動をどのくらいの精度で推定できるかが明らかになる。σ_m を 20% の精度（変異係数）で推定したいときには，$a=0.5$ とすると N_t

図―1

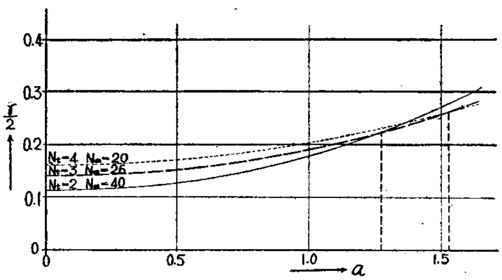


2) 斉藤・浅井著：標本調査の設計，1951，p. 304

3) 筆者：現場コンクリートの強度試験に必要な供試体の個数について，土木学会誌第 37 巻第12号

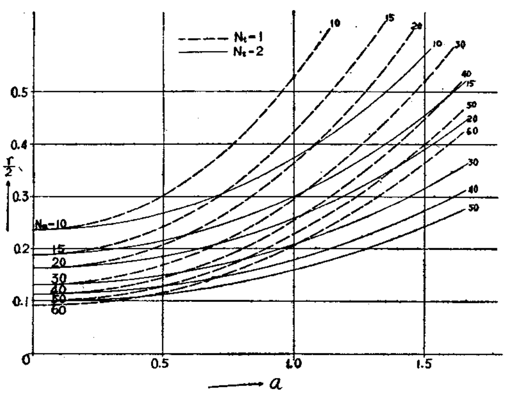
$=2$ のときは，$N_m=17$，$N_t=3$ のときは $N_m=16$，$N_t=4$ のときは $N_m=15$ となる。このときの供試体の総数はそれぞれ 34 個，48 個，60 個必要とすることになる。いま1日に造る供試体の個数 $N_t\times N_m$ が決つているとき，1回に造る個数 N_t をいくらにすればよいか調べてみる。$N_t\times N_m=80$ のとき $N_t=2,3,4$ として σ_m を推定する精度を比較したものが図—2である。これによつて $a<1.27$ のときは $N_t=2$，$1.27\leqq a<1.52$ のときは $N_t=3$，$a\geqq1.52$ のときは $N_t\geqq4$ とするのが精度がよいことがわかる。$N_t\times N_m$ の値が変つた場合は a の範囲が変り（1）式からこれを容易に計算することができるが，普通の現場コンクリートの試験においては，a の値は大体1より小なる値なので $N_t=2$ とするのが望ましい。

図—2

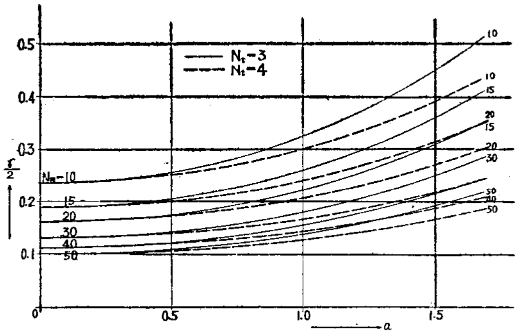


［B］ 試験による変動の既知の場合　試験による強度の変動が過去の経験から明らかで，それと同じ変動が試験結果に生じうると推定される場合には，σ_t^2 としてその既知の値を用いることができる。この場合には σ_m^2 の推定精度はいかになるであろうか。いま $N_t=1$ の場合について考えると $\sigma_m^2=\sigma'^2-\sigma_t^2$ となる。N_m 個の資料から σ_m^2 を推定する場合，σ_t^2 なる試験による変動は実際の N_m 個の資料においては，σ_t^2 に等しくなつているとは考えられない。この変動は変異係数で表わせば $\alpha=\sqrt{\dfrac{2}{N_m-1}}$ と考えてよいであろう。すなわち σ_m^2 の推定値の変異係数 γ^2 は（1）式において $\alpha=\beta$ とおけばよい。故に $\gamma^2=2\beta^2a^4/N_t^2+2\beta^2a^2/N_t+\beta^2$………(2)。この関係を図示したのが図—3である。これをみると，

図—3 (1)

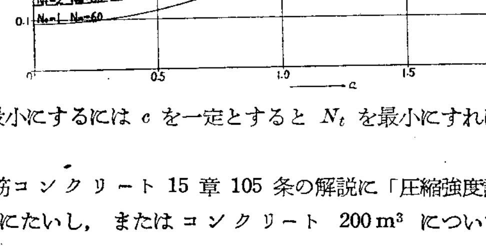


図—3 (2)



σ_t が未知の場合とほとんど等しいが，$N_t=1$ とすることが可能であることがわかる。つぎに $N_t\times N_m=60$ として $N_t=1,2,3,4$ の場合 a と $\gamma/2$ の関係を図示すると図—4になる。これから $a<1.0$ のときは $N_t=1$，$1.0\leqq a<1.4$ のときは $N_t=2$，$1.4\leqq a<1.6$ のときは $N_t=3$，$1.6\leqq a$ のときは $N_t\geqq4$ とする方が σ_m を推定する精度がよいことがわかる。

図—4



つぎに，ある期間（例えば1日とか1週間など）のコンクリートの平均強度を最も精度よく知るためにはどのような供試体のとり方をすればよいかを考えよう。1バッチの平均強度 $\bar{x}$ の分布は前述のように $N(M,\sigma_t^2/N_t+\sigma_m^2)$ であるから，N_m 個の $\bar{x}$ の平均値 $\bar{\bar{x}}$ の分布は $N(M,\sigma_t^2/N_tN_m+\sigma_m^2/N_m)$ と考えられる。それで，$\sigma_t^2/N_t\cdot N_m+\sigma_m^2/N_m=\sigma''^2$ が最小になるように N_t,N_m のとり方を決めるのがよいことになる。いま $\sigma_t=a\cdot\sigma_m$，$N_t\times N_m=c$ とすれば $\sigma''^2=(a^2+N_t)\sigma_m^2/c$ となり σ''^2 を最小にするには c を一定とすると N_t を最小にすればよいことがわかる。すなわち $N_t=1$ とするのが望ましい。

土木学会制定のコンクリート標準示方書によれば，無筋コンクリート15章105条の解説に「圧縮強度試験は，普通，毎日の作業に用いられた同種のコンクリートにたいし，またはコンクリート $200\,\mathrm{m^3}$ について

1回以上これを行い，各回にたいして4個以上の供試体を造るのが望ましい」とあり，また前述のように，鉄筋コンクリート 92 条にも，現場で標準供試体4個について試験するようになつている。これに対し著者の考えとしては，上述のように，実際のコンクリートの強度の変動および平均強度を最も精度よく知る見地から，試験精度がわかつているときには1回に1個づつ，それがわかつていないときには2個づつとつて，1日内の回数をできるだけ多く（最小限3回）すること，及び，あるバッチのコンクリートの強度そのものの値を比較的問題とするときには，2個または3個づつとるのが適当ではないかと思う。ただし，これは試験による変動がコンクリートの品質の変動より小なる場合についてであつて（普通の現場試験ではほとんどそうであると思うが）大なる場合にはその値に応じて，**図—2** および **図—3** から決定すればよい。

なお，供試体を造る試料をとるバッチを決めるには，無作為に決めることが必要で，例えば，乱数表などにより，今日は何番目と何番目のバッチから試料をとるということを試験者はあらかじめ決めておき，施工者には知らさずに，不意に試料をとるのが適当と思う。

この考え方は各バッチごとのコンクリートの品質の変動を知るだけでなく，いろいろの場合に適用できるのではないかと思う。例えば，でき上つた構造物からコーアを切りとつてその構造物のコンクリートの品質を判定する場合にも，試験の精度とコンクリートの品質の変動との関係から，コーアを切りとる個数及び位置を決めることができよう。さもなければ，同じような労力に対して精度の悪い結論を導く可能性が多分にある。

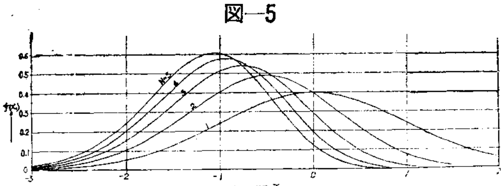
4. 同じコンクリートで造つた数個の供試体の強度の最小値について

緒言において述べたように，鉄筋コンクリート示方書3編 92 条に「上記コンクリートの圧縮強度は，工事中，現場で標準供試体4個について試験し，それらのうちの最小値がこの値以下になつてはならない強度のことである」とあり，また，その解説に「工事中コンクリートの品質を確かめるために，同時に造つた4個の供試体について圧縮強度試験をした場合に，材令 28 日の圧縮強度の最小値が常に設計図に示した値より小さくなつてはならない。特に，最小値をとることにした理由は一部でも弱いコンクリートの部分があれば，それが構造物の弱点となるから，安全の上から最小値をとることにしたのである」とある。それで，同じコンクリートで同時に造つた4個の供試体の強度の最小値はそのコンクリートの強度といかなる関係にあるか調べてみよう。

同じコンクリートで造つた N 個の供試体の試験結果があるとき，それを大きさの順に並べ $x_1 \leqq x_2 \leqq \cdots\cdots \leqq x_N$ とする。x_i の従う分布の確率密度を $\varphi(x)$ とし，1つの実数 u をとりさらに正数 $\varDelta u$ をとる。x_i が区間 $(-\infty, u)$, $(u, u+\varDelta u)$, $(u+\varDelta u, \infty)$ に入る確率はそれぞれ $p_0\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(x)dx$, $p_1=\int_{u}^{u+\Delta u}\varphi(x)dx$, $p_2=\int_{u+\Delta u}^{\infty}\varphi(x)dx$ であるから，x_1 が $(u, u+\varDelta u)$ に入り $x_2, \cdots\cdots, x_N$ が $(u+\varDelta u, \infty)$ に入る確率は

$\dfrac{N!}{0!\,1!\,(N-1)!}p_0{}^0p_1{}^1p_2{}^{N-1}=Np_1p_2{}^{N-1}=N\cdot\varphi(u+\theta_1\cdot\varDelta u)\left\{\int_{u+\Delta u}^{\infty}\varphi(x)dx\right\}^{N-1}\cdot\varDelta u$, 故に x_1 の従う分布の確率密度は $\varPsi(x_1)dx_1=N\varphi(x_1)\left\{\int_{x_1}^{\infty}\varphi(x)dx\right\}^{N-1}dx_1$ となる。いま x が正規分布 $N(0,1)$ に従つているときは $\varphi(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$ となる。$N=1,2,3,4,5$ の場合について x_1 の分布を図示したのが **図—5** である。これにより，N 個の供試体の強度の最小値はいかなる性質を有しているかが明らかになる。最小値がある値 θ 以上になる確率が $(1-\alpha)$ であるような θ の値を求めるには $\int_{-\infty}^{-\theta}\varphi(x)dx=p$ とおき $(1-p)^N=1-\alpha$ より計算すればよい。**表—1** はこの式より求めたものである。この表より正規母集団 $N(m, \sigma^2)$ から4個の標本を抽出したときその最小値の 10% は $(m-1.943\sigma)$ より小さい値であることがわかる。すなわちコンクリートの強度試験において，試験精度を変異係数で表わして4%とすれば，同じコンクリートで造つた4個の供試体強度の最小値の数多くのうちの 10% は真の強度の $1-1.943\times0.04=0.922$ 倍より小さい値であり 6.2% ($1/2^4$) は真の値より大きな値であるといえるであろう。それ故4個の供試体強度の最小値を品質判定の基準にとるということは安全に過ぎる場合が多い（最小値が $m-1.943\sigma$ 以下になる場合が10%もある）割合に，危険率が6.2%あり，この他に試験の過失等により特に弱い強度が表われる場合があることを考え合わせれば適当な方法とは思われない。また前に述べたように示方書の解説に「一部でも弱いコンクリートの部分があればそれが構造物の弱点となるから安全の上から最小値をとる」とある意味は，

図—5



表—1

N \ α	0.01	0.05	0.10	0.15	0.20
5	2.882	2.318	2.037	1.853	1.710
4	2.808	2.234	1.943	1.753	1.605
3	2.713	2.121	1.818	1.619	1.463
2	2.576	1.955	1.632	1.418	1.250

供試体の強度の変動は試験による変動と，品質による変動との合成されたものであるとする見地からいえば疑問であると思う。すなわち，一部でも弱いコンクリートの部分があればいけないので，打込まれるどの部分のコンクリートもある値以上の強度を持たねばならないが，コンクリートの弱い部分の強度と，同時に造つた4個の強度の最小値とは密接な関係にあるのではないのである。要は試験結果から推定されるそのコンクリートの真の強度が問題であると思う。

5. 数個の供試体の強度の最小値をとることに代る提案

コンクリートの強度判定の一手段として，数個の供試体の強度の最小値をとることは取扱いが非常に簡単であるが，前節で述べたように適当でないと思われる点がある。それでこれに代る方法を 1,2 提案したい。

[A] 正規母集団 $N(m,\sigma^2)$ から N 個の標本を無作為に抽出した場合　平均値を $\bar{x}$，不偏分散を u^2 とすれば，母平均の信頼限界は $\bar{x}\pm\tau u/\sqrt{N}$ であることが理論的に求められている。ただし $u=\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2/(N-1)}$ τ は t- 分布において $p_r\{|t|>t_0\}=\alpha,[n=N-1]$ が成立するような t_0 の値である。それで試験結果からそのコンクリートの強度を判定するには，上式を用いるのが合理的ではないかと思う。いま下限のみを問題とすると，τ の値としては t-分布において 2α に相当する値をとればよいから $\bar{x}-\tau u/\sqrt{N}=\bar{x}-au$ とおくと，a の値は表—2のようになる。いま $N=4$ のとき $\bar{x}-1.177\,u$ を強度判定の基準にとれば，真の強度がこの値より小である危険率は 5% となり，このような方法が最も合理的な決め方であると思う。

表—2

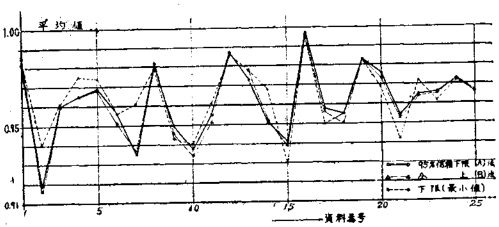
N \ α	0.025	0.05	0.10
5	1.241	0.953	0.686
4	1.591	1.177	0.819
3	2.484	1.686	1.089
2	8.984	4.465	2.176

[B] 前項[A]で述べた u を用いる方法は精度は最もよいが計算がやや面倒なきらいがある。それで精度があまり下らず計算の簡単な方法として，最大値と最小値との差 R すなわち範囲を用いる方法を提案したい。いま正規母集団 $N(m,1)$ から大きさ N の無作為標本を抽出した場合，その平均値を $\bar{x}$，その範囲を w で表わすと，与えられた α に対して $p_r\{|\bar{x}-m|/w\geqq l_N(\alpha)\}=\alpha$ となるような $l_N(\alpha)$ が求められている[4]。それ故この l_N を用いれば m の信頼限界を求めることができる。いま下限のみを問題とすれば危険率が α である母平均の信頼下限を $\bar{x}-l_N R$ で表わすことができる。ただし R は範囲である。l_N の値は表—3に示してある。これにより4個の供試体の平均強度から $0.529\,R$ だけ低い値をそのコンクリートの強度とすれば，危険率は 5% であることがわかる。この方法は計算も簡単であり，理論的にも最小値をとるより精度がよく適当な方法と思う。実際の資料にこれらの方法を用いた場合の例を 図—6 に示す。この図は平均値を1として $\alpha=0.05$ の場合の信頼下限を示した。この例を見ると範囲を用いる方法が，計算は簡単であるが，最も精密な[A]の方法とよく合つていることがわかる。なお，l_N の値は記憶，計算に便なためと，α のとり方に融通性がある等のため，重要な構造物の場合は $l_4=0.5$ $(\alpha\doteqdot0.056)$ $l_3=0.8(\alpha\doteqdot0.059)$ 普通の構造物の場合は $l_4=0.4(\alpha\doteqdot0.086)$ $l_3=0.6(\alpha\doteqdot0.093)$ として差支えないと思う。

表—3

N \ α	0.025	0.05	0.10
5	0.507	0.388	0.279
4	0.717	0.529	0.367
3	1.304	0.885	0.570
2	6.353	3.157	1.539

図—6



6. データの棄却について

コンクリートの強度試験を行うにあたり，同じコンクリートで造つた供試体でもその製作，取扱い，試験などの関係から，他とかけ離れた強度を示すことがある。このような値がでた場合にいかなる取扱いをするかが問題になる。いま，そのような値がでた原因が明らかで，そのデータは他と同一視できないと考えられるとき，例えば，キャッピングが悪くて特に弱い強度がでたときは当然棄ててもよいであろう。しかしその原因がわからない場合には，数学的な取扱いが参考となる。それにはまず，コンクリートの供試体強度の分布が問題となるが，同じコンクリートで多数の供試体をつくり，強度試験をしたとき，その結果は正規分布に近い分布をすることが一般に認められている。それで，その分布を正規分布として取扱うことにする。データの取捨を問題とするとき，試験の

4) 統計科学研究会編：新編統計数値表　第37表

精度がわかつているときと，わかつていないときとで取扱いが異なるのでそれらをわけて考える。

[A] 試験の精度が既知の場合　同じコンクリートで造つた供試体の強度の分布を正規分布 $N(m,\sigma^2)$ として，σ^2 が既知のとき，とび離れた値 x_n の棄却を検定するには，精密標本論的に正確な理論に立つた Grubbs の方法[5] がある。すなわち $u_n=|x_n-\bar{x}|/\sigma$ ただし $\bar{x}=\sum_{i=1}^{n}x_i/n$ とし，n の各値に対し $p_r\{u_n\leqq u\}=H_n$ が表で示されている。ゆえに危険率をαとするとき，$u_n>u$ になれば x_n を棄てることができるような u を決めることができる。表―4 は u の値を示したものである。試験の精度は普通変異係数で表わされるから，$c=\sigma/m$ とすると c の大きさはコンクリートの圧縮強度試験では普通数%であると考えられるので近似的に $u<|x_n-\bar{x}|/c\bar{x}$ が成立すれば x_n を棄却すると考えてよいであろう。α の値としては 0.05 を用いてよいと思う。

表―4

α \ n	2	3	4	5
0.05	1.336	1.738	1.941	2.081
0.01	1.822	2.216	2.432	2.575

[B] 試験の精度が未知の場合

1) 母分散 σ^2 が未知の場合の理論的に正確な方法として Smirnoff の方法[6] がある。すなわち，$s=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2/N}$，とびはなれている値を x_n とすると $T_n=|x_n-\bar{x}|/s$ を計算し $p_r\{T_n\leqq\tau(n,\alpha)\}=1-\alpha$ となるような $\tau(n,\alpha)$ が求められている。しかしこの方法は s を計算しなければならず面倒であるので，近似的に範囲 R を用いる方法を考えよう。すなわち $s\doteqdot\frac{c_{2\cdot n}}{d_{2\cdot m}}\times R$ とすれば $T_n\doteqdot\frac{|x_n-\bar{x}|}{R}\cdot\frac{d_{2\cdot n}}{c_{2\cdot n}}$ となり，$|x_n-\bar{x}|>bR$ となれば，x_n を棄てても差支えないような b が得られる。これを表―5 に示す。ただし c_2, d_2 は標準偏差，範囲の管理図の中心線の係数[7] である。これにより，最小値と平均値の差が最小値と最大値の差の 0.655 倍以上であればその最小値は棄てても危険率は大体 5% しかないということができる。

表―5

α \ n	3	4	5
0.05	0.61	0.66	0.68
0.01	0.61	0.67	0.71

2) 別法として Grubbs の法を近似的に簡約化した方法を示す。Grubbs の法によると，正規母集団 $N(\mathrm{m},\sigma^2)$ から大きさ n の放意標本を抽出して大きさの順に並べたものを $x_1\leqq x_2\leqq\cdots\cdots\leqq x_{n-1}\leqq x_n$ とし $\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$, $\bar{x}_n=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n-1}x_i$, $S^2=\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$, $S_n{}^2=\sum_{i=1}^{n-1}(x_i-\bar{x}_n)^2$ とすると，$p_r\{S_n{}^2/S^2\leqq k(\alpha\cdot n)\}=\alpha$ が成立するような $k(\alpha\cdot n)$ が求められている。これにより x_n の検定ができるが S^2, $S_n{}^2$ を計算するのは面倒であるから，近似的に範囲を用いる方法を示すと $S_n{}^2/S^2\doteqdot\frac{n-1}{n}\left\{\frac{c_{2\cdot(n-1)}}{c_{2\cdot n}}\cdot\frac{d_{2\cdot n}}{d_{2\cdot(n-1)}}\cdot\frac{R_n}{R}\right\}^2$ と考えられる。ここで $d_{2\cdot n}$, $c_{2\cdot n}$ はそれぞれ標本数 n のときの d_2, c_2 の値で R, R_n はそれぞれ全標本の範囲と最大値 x_n を除いた標本の範囲である。$S_n{}^2/S^2<k(\alpha\cdot n)$ であれば x_n は棄てられるから，範囲を用いると $R_n/R<e$ であれば x_n を棄ててもよいような e が計算できるわけである。計算をなるべく簡単にするため $x_n-x_{n-1}>(1-e)R=R/e'$ とすると，e' は表―6 に示される値となる。これにより，最大値とこれに次いで大きいものとの差が最大値と最小値との差の $1/e'$ より大であれば，その最大値を棄ててもよいということが云える。このようにして，厳密な方法ではないが非常に簡単な計算でデータの棄却判定の目安を決めることができ，現場で応用するにはこの程度で充分と思う。最小値の棄却も上述の方法と同様にして行うことができる。

表―6

α \ n	3	4	5
0.05	1.06	1.30	1.59
0.01	1.01	1.12	1.28

いま，例によつて計算法を示すと，同じコンクリートの圧縮強度が 125, 139, 143, 144, 146 kg/cm² であつたとき，最小値 125 の棄却を問題とする。試験の精度が未知として検定すると，Smirnoff 法では，

$\bar{x}=(125+139+143+144+146)\div5=139.4$

$S=\sqrt{\{(125-139.4)^2+(139-139.4)^2+(143-139.4)^2+(144-139.4)^2+(146-139.4)^2\}\div5}=7.55$

$T=(139.4-125)\div7.55=1.91>1.869$ 故に $\alpha=0.05$ で棄てられる。（1）法によれば $\bar{x}=(125+139+143+144+146)\div5=139.4$, $R=146-125=21$　$\therefore$ $(139.4-125)\div21=0.686>0.68$ 故に $\alpha=0.05$ で棄てられる。（2）法によれば $139-125=14>\frac{(146-125)}{1.59}=13.2$ 故に $\alpha=0.05$ で棄てられる。以上の計算によつて明らかなように，（2）法は最も迅速に計算することができて，現場で用いるのには，最も適しているのではないかと思う。しかしながら，データの棄却は計算のみによつて決めるべきではなく，技術者の綜合判断によらなければならないと考えている。

5) 6) 註 4) の本 p. 60
7) 註 4) の本 第 35 表

なお，一連の試験結果があるとき，その中から異常に大きなバラツキを検出して，そのデータの取扱いに注意を払うことが必要である。この場合には，普通の品質管理における範囲の管理方式に従つて行えばよい。しかしコンクリートの圧縮強度の場合は R をそのまま用いるよりは $R/\bar{x}$（ただし $\bar{x}$ は平均強度）を管理する方が望ましいと思う。

7. 結　語

以上述べた点を要約すればつぎのようである。

1) 普通，現場コンクリートの供試体は，同じコンクリートから多くとるよりも，試験精度がわからないときは2個づつ，わかつているときは1個づつ，なるべく多数回，無作為にとるのが望ましい。

2) 試験結果からコンクリートの強度の変動を推定する精度を知るには，図-1，3を用いることができる。

3) コンクリートの強度の下限の推定値としては，最小値をとるよりは，最大値と最小値との差である範囲から定める5.[B]の方法を用いるのが望ましい。

4) 試験結果のうちで，他からとび離れた値があとき，その取捨を問題とするには，6.[A]及び[B](2)の方法が便利である。

本研究は丸安隆和先生の御指導のもとに行つたもので，ここに厚く深謝の意を表する次第である。

（昭.27.7.21）

水理

UDC 532.543

滑面開水路における乱流の抵抗法則について

――薄層流に関する研究（第4報）――

准員 岩垣雄一*

ON THE LAWS OF RESISTANCE TO TURBULENT FLOW IN OPEN SMOOTH CHANNELS

—STUDIES ON THE THIN SHEET FLOW, 4 TH REPORT—

(Trans. of JSCE April 1953)

Yūichi Iwagaki, C.E. Assoc. Member

Synopsis It is generally considered that, differing from the pipe flow, the flow in open channels has a free surface and waves appearing on water surface relate to some extent with the laws of resistance to turbulent flow in open channels. According to this idea, the instability of flow is connected with the mixing length of turbulence, and then computing the velocity distribution by Prandtl's equation, Froude Number is added to Reynolds Number in the laws of resistance ot turbulent flow in open channels. Applying this theory, experimental results by the author, Dr. Matsuo and R.W. Powell with smooth open channels can be explained all over the regions of subcritical and supercritical flows, and therefore, the difference between the laws of resistance to turbulent flow in pipe and that in open channel can be made clear.

要旨 開水路における流れは管路と異なり自由表面をもつているので水面に波が発生し，これが開水路乱流の抵抗法則にある程度関係するであろうということは一般に考えられることである。このような考えに基づいて，流れの不安定性と乱れの混合距離とを結びつけ，壁面近くの流れをあらわす Prandtl の式より流速分布を計算し，開水路乱流の抵抗法則に Reynolds 数の外に Froude 数を導入したものである。この理論によつて，滑面水樋による著者等，松尾博士及び Powell の実験の結果を常流及び射流のすべての範囲にわたつて説明することができ，管路における乱流と開水路乱流の抵抗法則の相違を明らかにすることができた。

---

* 京都大学助教授，工学部土木工学教室