

(2) 予定価格の管理 予定価格の管理は即ち調整率の管理を意味する。その方法は通常品質管理と同様の統計的管理を行えば充分である。

(VI) あとがき

本論の特色は従来予定価格決定の基準であつた積算のみの概念を調整率を考慮に入れた見積の概念に迄拡張した点にある。ただ独立変数 R_0, S_0, T_0 の並び方、その係数化については未だ研究の余地があるがこの事は本理論の展開に何等根本的障害とならない。換言すれば $Z(i)$ と相関度の高い外部的変動要因であれば何を独立変数に撰んでもよいのである。

本論は昨春筆者が会計検査院で講じた内容の一部であり、専ら理論に終始したがこの計数的論証は紙面の都合により後日にゆずりたい。(昭.26.9.8)

UDC 539.313:531.258.
624.073.12

半円板の一計算例

正員 岡 林 稔*

A NUMERICAL EXAMPLE OF SEMI-CIRCULAR PLATE

(Trans. of JSCE March 1952)

Minoru Okabayashi, C.E. Member

Synopsis Problems of plate can be solved by the similar method as what the writer once described concerning the 2-dimentional elastic problems. So the writer explains a problem of semi-circular plate as the numerical example.

要旨 平板問題は著者が先に発表した2次元弾性体の解法と全く同様の方法によつても解く事が出来る。これはその一計算例として半円板の問題を解いてみたものである。

1. 緒言

平板問題は先に著者が発表した2次元弾性体の解法¹⁾と殆んど全く同様にして、これを Fredholm 積分方程式に導き得る。その極く簡単な例題として、周辺が固定された半円板が満載等分布荷重を受けた場合の近似解を計算してみた。これによれば、例えば円形水槽が底版の周に沿つて支持された場合と、底版の周及び一直径に沿つて支持された場合の底版応力の比較が可能であろう。

2. 満載等分布荷重を受け全周辺固定の半円板の解

周知の如く基本方程式は

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{p}{N} \dots\dots\dots(1)$$

但し w : 撓み, p : 荷重強度, N : 板の曲げ剛さ

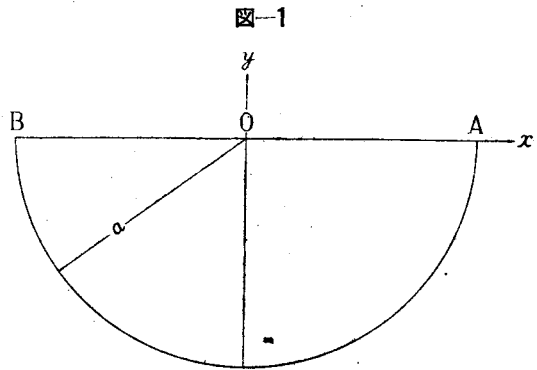
(1) 式の特解は $(u = x + iy, v = x - iy)$ なる置換を行つて計算すれば容易に求められ、その1つを

$$-\frac{p}{32N} y^2 (x^2 + y^2 - a^2)$$

とすれば一般解は次の如くなる。

$$w = -\frac{p}{32N} y^2 (x^2 + y^2 - a^2) + U + yV$$

但し U 及び V はそれぞれ任意の調和函数
しかし、後の計算に便利のためこれを次式の如く書く。



* 名古屋工業大学助教授

1) 土木学会論文集 第4号 昭.24

$$\left. \begin{aligned}
 w &= \frac{p}{32N} y^2 (x^2 + y^2 - a^2) + U + y V_1 + (x^2 + y^2 - a^2) V_2 \\
 \text{或いは} \quad w &= \frac{p}{32N} r^2 (r^2 - a^2) \sin^2 \theta + U + r V_1 \sin \theta + (r^2 - a^2) V_2
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

但し V_1 : 円周上では零なる調和函数

V_2 : 直径 AOB 上では零なる調和函数

これに対して境界条件は

$$\begin{aligned}
 [U]_{y=0} &= 0 & \left[-\frac{\partial}{\partial y} \{U + y V_1 + (x^2 + y^2 - a^2) V_2\} \right]_{y=0} &= 0 \\
 [U]_{r=a} &= 0 & \left[-\frac{\partial}{\partial r} \{U + V_1 r \sin \theta + (r^2 - a^2) V_2\} \right]_{r=a} &= \frac{pa^3}{16N} \sin^2 \theta
 \end{aligned}$$

従つて

$$\left. \begin{aligned}
 U=0 & \quad \left[V_1 + (x^2 - a^2) \frac{\partial V_2}{\partial y} \right]_{y=0} = 0 \\
 & \quad \left[-a \frac{\partial V_1}{\partial r} \sin \theta - 2a V_2 \right]_{r=a} = \frac{pa^3}{16N} \sin^2 \theta
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

となる。今座標を次式によつて変換し、半円の内部を XY 平面の X 軸を境界とする $Y > 0$ の部分に等角写像する。

$$X = \frac{1}{2} \left(\frac{r}{a} + \frac{a}{r} \right) \cos \theta \quad Y = \frac{1}{2} \left(\frac{r}{a} - \frac{a}{r} \right) \sin \theta \dots\dots\dots (4)$$

しかるときは、境界条件は次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned}
 X > 1 \text{ に対し} & \quad \left[V_1 + 2a(X^2 - 1) \frac{\partial V_2}{\partial Y} \right]_{Y=0} = 0 \\
 X < 1 \text{ に対し} & \quad \left[-(1 - X^2) \frac{\partial V_1}{\partial Y} - 2a V_2 \right]_{Y=0} = \frac{pa^3}{16N} (1 - X^2)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここに於て、境界上に於ける V_1 及び V_2 の値を仮定し

$$\begin{aligned}
 X > 1 \text{ に対し} & \quad [V_1]_{Y=0} = f\left(\frac{1}{X}\right) \quad [V_2]_{Y=0} = 0 \\
 X < 1 \text{ に対し} & \quad [V_2]_{Y=0} = g(X) \quad [V_1]_{Y=0} = 0
 \end{aligned}$$

と置けば V_1 及び V_2 はそれぞれ

$$V_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{-1} f\left(\frac{1}{t}\right) \frac{Y}{(t-X)^2 + Y^2} dt + \frac{1}{\pi} \int_1^{\infty} f\left(\frac{1}{t}\right) \frac{Y}{(t-X)^2 + Y^2} dt$$

$1/t = s$ と置いて

$$V_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f(s) \frac{Y}{(Xs-1)^2 + Y^2 s^2} ds, \quad V_2 = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 g(t) \frac{Y}{(t-X)^2 + Y^2} dt \dots\dots\dots (6)$$

与えられる故、 f 及び g の形を定める事が問題となる。今 (6) 式より

$$\left[\frac{\partial V_1}{\partial Y} \right]_{Y=0} = \lim_{Y \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f(s) \frac{(Xs-1)^2 - Y^2 s^2}{\{(Xs-1)^2 + Y^2 s^2\}^2} ds$$

等を通じ、これを (5) 式に代入して整理すれば f 或いは g を定むべき Fredholm 積分方程式を得る。しかし、それは核の形が複雑で厳密解を求める事が不可能に近い³⁾。依つて、近似解を求めるために境界上に適宜の間隔で幾つかの点 (これを以後、分点と呼ぶ) をとり、その各分点上の f 及び g の値を仮定し (これを以後、分点値と呼ぶ) その間は適当な函数形で結ぶ。かくすれば $[\partial V_1 / \partial Y]_{Y=0}$ 等の値が計算出来るから、それを (5) 式に代入し、各分点に於て (5) 式が満足される様に f 及び g の分点値を定める⁴⁾。この様にすれば、 f 及び g の近似値が求められ、従つて問題の近似解が得られる。

2) この様な形に書き表わす事も可能である。前掲論文参照
 3) 著者は直径 AOB が単純支持で円周が固定されている半円板について、この積分方程式を龜田氏の方法で一応形式的には解いてみたが、非常に収斂速度の悪い無限級数で得られるので、殆んど実用にはならない事を知つた。
 4) この分点の選び方を無限に細かくして行けば、結局 Fredholm の解と同じ考え方になつてくる。

今 f に対しては $X=1/\xi$ なる置換を行えば ξ の変域は $|\xi| < 1$ となる故、この区間を先ず最初に 5 等分し、 g に対しては X の変域を同じく 5 等分して分点値を仮定する。その際、次の事を考慮する。 f 及び g は偶函数であり、且つ $X=\pm 1$ に於てそれぞれ 0 である。又 $Y=f(1/X)$ 及び $Y=g(X)$ の表わす曲線は共に $X=\pm 1$ に於て Y 軸に平行な切線を有する (証明略)。依つて

$$f(1)=f(-1)=0, \quad f(0.6)=f(-0.6)=a_6, \quad f(0.2)=f(-0.2)=a_2$$

$$g(1)=g(-1)=0, \quad g(0.6)=g(-0.6)=b_6, \quad g(0.2)=g(-0.2)=b_2$$

と置き、その間の値を次の如く仮定する。

$$\left. \begin{aligned} 1 > \xi > 0.6 & \dots \dots \dots f(\xi) = \frac{a_6}{\sqrt{0.4}} \sqrt{1-\xi} \\ 0.6 > \xi > 0.2 & \dots \dots \dots f(\xi) = \frac{a_6-a_2}{0.4} \xi + \frac{3a_2-a_6}{2} \\ 0.2 > \xi > -0.2 & \dots \dots \dots f(\xi) = a_2 \\ -0.2 > \xi > -0.6 & \dots \dots \dots f(\xi) = \frac{a_2-a_6}{0.4} \xi + \frac{3a_2-a_6}{2} \\ -0.6 > \xi > -1 & \dots \dots \dots f(\xi) = \frac{a_6}{\sqrt{0.4}} \sqrt{1+\xi} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

g に関しても f と全く同様に (f に於ける ξ を X に、 a_n を b_n に代える) 仮定する。これ等を (6) 式に代入して V_1 及び V_2 を計算し、更に $\partial V_1/\partial Y$ 及び $\partial V_2/\partial Y$ を求めた結果は次の如くである。

$X < 1$ に対して ($X > 0$ の場合のみを示す)

$$\left[\frac{\partial V_1}{\partial Y} \right]_{Y=0} = \frac{1}{\pi X^2} \left[\frac{a_6 \sqrt{X}}{2\sqrt{0.4}\sqrt{1+X}} \log \frac{(\sqrt{0.4X}-\sqrt{1+X})^2}{1+0.6X} + \frac{a_2-a_6}{0.4} \log \frac{1+0.2X}{1+0.6X} \right. \\ \left. + \frac{a_6-a_2}{0.4} \log \frac{1-0.6X}{1-0.2X} + \frac{a_6 \sqrt{X}}{\sqrt{0.4}\sqrt{1-X}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{0.4}}{\sqrt{1-X}} \right]^{5)}$$

$X > 1$ に対して ($X > 0$ の場合のみを示す)

$$\left[\frac{\partial V_2}{\partial Y} \right]_{Y=0} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{b_6}{2\sqrt{0.4}\sqrt{X+1}} \log \frac{(0.4-\sqrt{X+1})^2}{X+0.6} + \frac{b_2-b_6}{0.4} \log \frac{X+0.2}{X+0.6} \right. \\ \left. + \frac{b_6-b_2}{0.4} \log \frac{X-0.6}{X-0.2} + \frac{b_6}{\sqrt{0.4}\sqrt{X-1}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{0.4}}{\sqrt{X-1}} \right]$$

これ等より各分点に対する $[\partial V_1/\partial Y]_{Y=0}$ 及び $[\partial V_2/\partial Y]_{Y=0}$ の値を求めて (5) 式に代入すると次の連立 1 次方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} a_2 + 2a(0.2464 b_2 + 0.3008 b_6) &= 0 \\ a_6 + 2a(0.1758 b_2 + 0.3107 b_6) &= 0 \\ 0.2464 a_2 + 0.3008 a_6 + 2a b_2 &= -0.96c \\ 0.1758 a_2 + 0.3107 a_6 + 2a b_6 &= -0.64c \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

但し

$$c = \rho a^3 / 16 N$$

故に

$$a_2 = 0.5783c \quad a_6 = 0.4988c \quad b_2 = -0.6263c/a \quad b_6 = -0.4483c/a$$

を得る。更にこれ等より (7) 式を使つて次の分点値を計算する (これを以後、挿入値と呼ぶ)。

$$f(0) = a_0, \quad f(0.1) = f(-0.1) = a_1, \quad f(0.3) = f(-0.3) = a_3, \quad \dots \dots f(0.9) = f(-0.9) = a_9$$

$$g(0) = b_0, \quad g(0.1) = g(-0.1) = b_1, \quad g(0.3) = g(-0.3) = b_3, \quad \dots \dots g(0.9) = g(-0.9) = b_9$$

しかるときは挿入値は次の如くなる。

$$a_0 = 0.5783c \quad a_1 = 0.5783c \quad a_3 = 0.5584c \quad a_4 = 0.5386c \quad a_7 = 0.5187c \quad a_7 = 0.4320c$$

$$a_8 = 0.3527c \quad a_9 = 0.2494c$$

$$b_0 = -0.6263c/a \quad b_1 = -0.6263c/a \quad b_3 = -0.5818c/a \quad b_4 = -0.5373c/a \quad b_5 = -0.4928c/a$$

$$b_7 = -0.3882c/a \quad b_8 = -0.3170c/a \quad b_9 = -0.2242c/a$$

次に上記の区間を 10 等分した場合及び 20 等分した場合につき前同様の計算を行つた結果を表にすると表一

5) $X=0$ の場合に対する計算は注意を要する。

表-1

(括弧内の数字は挿入値)

	5等分	10等分	20等分		5等分	10等分	20等分
a_0	(0.5783c)	0.5973c	0.6001c	b_0	(-0.6263c/a)	-0.6564c/a	-0.6580c/a
a_1	(05.783c)	(0.5935c)	0.5978c	b_1	(-0.6263c/a)	(-0.6457c/a)	-0.6526c/a
a_2	0.5783c	0.5897c	0.5918c	b_2	-0.6263c/a	-0.6350c/a	-0.6366c/a
a_3	(0.5584c)	(0.5772c)	0.5814c	b_3	(-0.5818c/a)	(-0.6028c/a)	-0.6098c/a
a_4	(0.5386c)	0.5646c	0.5663c	b_4	(-0.5373c/a)	-0.5705c/a	-0.5722c/a
a_5	(0.5187c)	(0.5399c)	0.5448c	b_5	(-0.4923c/a)	(-0.5158c/a)	-0.5234c/a
a_6	0.4988c	0.5152c	0.5152c	b_6	-0.4483c/a	-0.4611c/a	-0.4631c/a
a_7	(0.4320c)	(0.4671c)	0.4745c	b_7	(-0.3882c/a)	(-0.3811c/a)	-0.3904c/a
a_8	(0.3527c)	0.4189c	0.4157c	b_8	(-0.3170c/a)	-0.3010c/a	-0.3036c/a
a_9	(0.2494c)	(0.2962c)	0.3210c	b_9	(-0.2242c/a)	(-0.2128c/a)	-0.1974c/a

の如くなる。この表から、区間細分の程度を倍にするに従つて誤差が急激に減少して行く事が解る。故に20等分
 で得られた a_0, \dots, a_8 , 及び b_0, \dots, b_8 の値を採り、その間は f 及び g がそれぞれ直線の変化をすると仮定して
 も誤差は1%以内であろうと推定される(10等分の場合の値と20等分の場合の値との差が後者の1%程度であ
 る)。ただ a_9 及び b_9 の値、並びにそれより端部は誤差がまだやや大きい。よつて $1 > \xi > 0.9$ 及び $1 > X > 0.9$
 の区間のみを更に細分して分点値を次の如く仮定する。

$$f(0.95) = f(-0.95) = a_9', \quad f(0.975) = f(-0.975) = a_9'', \quad f(0.9875) = f(-0.9875) = a_9'''$$

$$g(0.95) = g(-0.95) = b_9', \quad g(0.975) = g(-0.975) = b_9'', \quad g(0.9875) = g(-0.9875) = b_9'''$$

依つて、前同様の計算の結果は表-2を得る。

表-2

a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
0.5987c	0.5964c	0.5904c	0.5799c	0.5647c	0.5430c	0.5131c
a_7	a_8	a_9	a_9'	a_9''	a_9'''	
0.4720c	0.4124c	0.3160c	0.2346c	0.1701c	0.1219c	
b_0	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
-0.6575c/a	-0.6521c/a	-0.6361c/a	-0.6093c/a	-0.5717c/a	-0.5230c/a	-0.4626c/a
b_7	b_8	b_9	b_9'	b_9''	b_9'''	
-0.3900c/a	-0.3034c/a	-0.1976c/a	-0.1313c/a	-0.0893c/a	-0.0618c/a	

この結果を f 及び g の近似解として V_1 及び V_2 を求めれば、求むる近似解が得られる訳であるが、この
 ままでは各分点に於て

$$\frac{d}{dX} f\left(\frac{1}{X}\right) \quad \text{及び} \quad \frac{d}{dX} g(X)$$

の値が不連続になるため色々の不都合が起るし、実際にはその様な不連続がある筈はないから、これ等を適当な
 函数で置換える事にする。即ち、 $\xi < 1$ の区間に於て f が偶函数である事を考慮して

$$f(\xi) = \sqrt{1-\xi^2} \{ \alpha_0 + \alpha_1(1-\xi^2) + \alpha_2(1-\xi^2)^2 + \alpha_3(1-\xi^2)^3 \}$$

と置き、係数 α_0 等を最小自乗法で定めると

$$f(\xi) = c\sqrt{1-\xi^2} \{ 0.7815 - 0.3347(1-\xi^2) + 0.2323(1-\xi^2)^2 - 0.0808(1-\xi^2)^3 \} \dots\dots\dots(9)$$

を得る。同様にして

$$g(X) = \frac{c}{a} \sqrt{1-X^2} \{ -0.3823 - 0.4076(1-X^2) + 0.2042(1-X^2)^2 - 0.0721(1-X^2)^3 \} \dots\dots\dots(10)$$

を得る。(9) 及び (10) 式より計算した分点値を表-2の値と比較してみると最大0.1%程度の差しかない。

(9) 及び (10) 式を用いて w を計算した結果は次の如くである。

$$w = \frac{p}{32N} y^2(x^2+y^2-a^2) - \frac{pa^2y}{1024N} \left[40.4144 \frac{x^2+y^2-a^2}{x^2+(y-a)^2} - 2.4060 \frac{(x^2+y^2-a^2)^3 - 12a^2x^2(x^2+y^2-a^2)}{\{x^2+(y-a)^2\}^3} \right]$$

$$\begin{aligned}
 &+0.3636 \frac{(x^2+y^2-a^2)^5-40a^2x^2(x^2+y^2-a^2)^3+80a^4x^4(x^2+y^2-a^2)}{\{x^2+(y-a)^2\}^5} \\
 &-0.0808 \frac{(x^2+y^2-a^2)^7-84a^2x^2(x^2+y^2-a^2)^5+560a^4x^4(x^2+y^2-a^2)^3-448a^6x^6(x^2+y^2-a^2)}{\{x^2+(y-a)^2\}^7} \\
 &+\frac{pa^2}{1024N} (x^2+y^2-a^2) \left(38.3910 \frac{y}{a} + 3.9538 \frac{y^3-3x^2y}{a^3} - 0.3114 \frac{y^5-10x^2y^3-5x^4y}{a^5} \right) \\
 &+0.0722 \frac{y^7-21x^2y^5+35x^4y^3-7x^6y}{a^7}
 \end{aligned}$$

となる。なお、上式の一部を省略して

$$\begin{aligned}
 w_1 = &\frac{p}{32N} y^2(x^2+y^2-a^2) - \frac{pa^2y}{1024N} \left[40.4144 \frac{x^2+y^2-a^2}{x^2+(y-a)^2} - 2.4060 \frac{(x^2+y^2-a^2)^3-12a^2x^2(x^2+y^2-a^2)}{\{x^2+(y-a)^2\}^3} \right] \\
 &+\frac{pa^2}{1024N} (x^2+y^2-a^2) \left(38.3910 \frac{y}{a} + 3.9538 \frac{y^3-3x^2y}{a^3} \right)
 \end{aligned}$$

と置き、両式より撓みを計算した結果は表-3及び表-4の如くである。wを図示すれば図-2の如くなる。

これによれば w₁ は半円の隅部附近では精度が悪い。次に

$$\begin{aligned}
 M_r = &-\gamma N \left[\frac{\partial^2 w_1}{\partial r^2} + \frac{1}{m} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial \theta^2} \right) \right] \\
 M_t = &-\gamma N \left[\frac{1}{m} \frac{\partial^2 w_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w_1}{\partial \theta^2} \right]
 \end{aligned}$$

(m: ポアソン数)

によつて w₁ からモーメントを計算 (m=3として) した結果は表-5及び表-6の如くである。w₁ は半円の隅部附近では精度が悪いが、計算の結果、その附近にモーメントの最大最小は起きないから、この結果でも大体満足出来ると思う。

3. 附言

上の結果から見ると、この問題の近似解は、直径 AOB 上で 0 となり、領域内に異状点を持たない調和関数の系

$$y/a, (y^3-3x^2y)/a^3, \dots$$

表-3 $w \div \frac{pa^4}{N}$

$\angle \alpha$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
10°	0.000012	0.000041	0.000081	0.000122	0.000152	0.000162	0.000144	0.000076	0.000034
20°	0.000041	0.000143	0.000272	0.000374	0.000472	0.000477	0.000402	0.000255	0.000134
30°	0.000084	0.000277	0.000579	0.000724	0.000817	0.000817	0.000662	0.000401	0.000190
40°	0.000133	0.000436	0.000775	0.001054	0.001184	0.001125	0.000884	0.000523	0.000167
50°	0.000183	0.000583	0.001017	0.001368	0.001482	0.001378	0.001052	0.000678	0.000184
60°	0.000228	0.000713	0.001222	0.001570	0.001717	0.001573	0.001174	0.000635	0.000212
70°	0.000264	0.000812	0.001374	0.001761	0.001885	0.001710	0.001287	0.000733	0.000225
80°	0.000287	0.000875	0.001469	0.001873	0.001966	0.001771	0.001342	0.000787	0.000236
90°	0.000295	0.000876	0.001500	0.001709	0.002020	0.001818	0.001361	0.000773	0.000240

表-4 $w_1 \div \frac{pa^4}{N}$

$\angle \alpha$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
10°	0.000044	0.000037	0.000072	0.000112	0.000154	0.000184	0.000197	0.000151	0.000080
20°	0.000087	0.000141	0.000261	0.000373	0.000474	0.000502	0.000445	0.000310	0.000133
30°	0.000170	0.000276	0.000507	0.000714	0.000832	0.000827	0.000682	0.000427	0.000150
40°	0.000241	0.000435	0.000771	0.001045	0.001176	0.001117	0.000876	0.000511	0.000152
50°	0.000272	0.000536	0.001015	0.001361	0.001477	0.001364	0.001038	0.000585	0.000162
60°	0.000288	0.000718	0.001222	0.001575	0.001707	0.001557	0.001174	0.000660	0.000188
70°	0.000274	0.000877	0.001377	0.001765	0.001884	0.001707	0.001285	0.000731	0.000224
80°	0.000278	0.000883	0.001473	0.001876	0.001771	0.001700	0.001343	0.000784	0.000255
90°	0.000306	0.000705	0.001505	0.001713	0.002027	0.001832	0.001384	0.000804	0.000267

表-5 $M_r \div \frac{pa^2}{N}$

$\angle \alpha$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0°	-0.02237	-0.02276	-0.02330	-0.02287	-0.02127	-0.01667	-0.01175	-0.00526	-0.00308	-0.00071	0
10°	-0.02374	-0.01805	-0.01211	-0.00577	+0.00065	+0.00427	+0.00654	+0.00426	+0.00331	-0.00248	-0.01177
20°	-0.02763	-0.01580	-0.00415	+0.00687	+0.01570	+0.02103	+0.02100	+0.01864	+0.01073	-0.00310	-0.02129
30°	-0.03367	-0.01551	+0.00151	+0.01670	+0.02774	+0.03388	+0.03475	+0.02713	+0.01451	-0.00400	-0.03070
40°	-0.04087	-0.01700	+0.00557	+0.02387	+0.03655	+0.04247	+0.04081	+0.03242	+0.01627	-0.00737	-0.03882
50°	-0.04887	-0.01701	+0.00817	+0.02873	+0.04174	+0.04740	+0.04402	+0.03427	+0.01675	-0.00760	-0.04277
60°	-0.05578	-0.02000	+0.00775	+0.03445	+0.04464	+0.04920	+0.04541	+0.03384	+0.01452	-0.01208	-0.04556
70°	-0.06174	-0.02057	+0.01043	+0.03375	+0.042581	+0.044787	+0.04526	+0.03280	+0.01423	-0.01175	-0.04250
80°	-0.06582	-0.02270	+0.01078	+0.03342	+0.044601	+0.044727	+0.04443	+0.03221	+0.01348	-0.01153	-0.04073
90°	-0.06717	-0.02307	+0.01081	+0.03360	+0.044600	+0.044712	+0.044626	+0.03180	+0.01332	-0.01076	-0.03772
平均	+0.03933	+0.00125	+0.07520	+0.06458	+0.05020	+0.03125	+0.00833	-0.01875	-0.05000	-0.08542	-0.12500

註: 比較のために最下段に円板の場合の値を掲げた

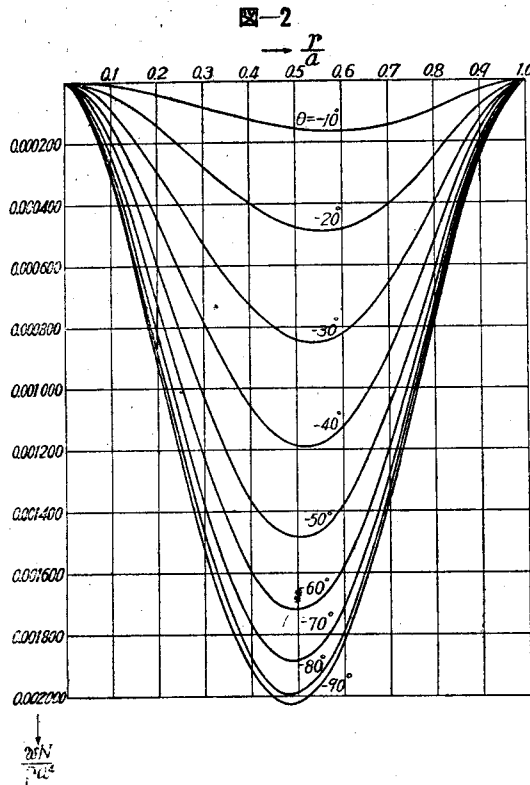


表-6 $M_i \div \frac{pa^2}{N}$

θ	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0°	-0.06777	-0.06826	-0.06970	-0.06852	-0.06386	-0.05002	-0.03825	-0.01577	-0.00723	-0.00211	0
10°	-0.06582	-0.05876	-0.05094	-0.04075	-0.02846	-0.01741	-0.00772	+0.00113	+0.00102	+0.00168	-0.00327
20°	-0.06794	-0.04787	-0.03280	-0.01873	-0.00564	+0.00367	+0.00687	+0.00783	+0.00785	+0.00202	-0.00678
30°	-0.05578	-0.03575	-0.01651	-0.00235	+0.01145	+0.01827	+0.02062	+0.01037	+0.01221	+0.00307	-0.00976
40°	-0.04567	-0.02483	-0.00725	+0.01377	+0.02473	+0.02784	+0.03057	+0.02564	+0.01755	+0.00603	-0.00050
50°	-0.04087	-0.01453	+0.00876	+0.02526	+0.03587	+0.03774	+0.03716	+0.03386	+0.02472	+0.01217	-0.00003
60°	-0.03358	-0.00508	+0.01821	+0.03466	+0.04487	+0.04864	+0.04783	+0.04176	+0.03202	+0.01855	+0.00134
70°	-0.02763	+0.00144	+0.02472	+0.04477	+0.05185	+0.05640	+0.05574	+0.05207	+0.04200	+0.02721	+0.01205
80°	-0.02374	+0.00554	+0.02701	+0.04584	+0.05643	+0.06441	+0.06132	+0.05702	+0.04814	+0.03555	+0.01966
90°	-0.02237	+0.00694	+0.03045	+0.04734	+0.05801	+0.06632	+0.06325	+0.05800	+0.05043	+0.03698	+0.02220
円板	+0.08333	+0.08205	+0.07893	+0.07208	+0.06383	+0.05288	+0.03833	+0.02208	+0.00333	+0.01772	+0.04167

註: 比較のために最下段に円板の場合の値を掲げた

及び円周上では0となり、領域内に異状点を持たない調和関数の系

$$(x^2 + y^2 - a^2) / \{x^2 + (y-a)^2\} \dots \dots \dots$$

を適宜の数だけとり、各々に係数を掛けて加え、これに基本方程式の一特解を加えて、第2の境界条件(周辺で $w=0$ と言う第1の境界条件は完全に満足している)に出来るだけ近づく様に各係数を定めても求められるであらう。

なお、本研究には文部省科学研究費の補助を受けた。又撓み及びモーメントの数値計算には名古屋工業大学土木科学生中神久人、長谷川鯉一両君の手を煩わした。

(昭.26.9.29)