

結 言

以上著者の誘導した平板に関する撓角法公式の応用例として、4辺固定矩形板の場合の計算法を述べたのであって、ラーメン及び連続梁の解法に於けるモーメント分配法及び撓角分配法等を、平板の解法に拡張した新らしい試みである。すなわち多元聯立1次方程式を解かずに、機械的計算によつて所要の値を求め得る。特に矩形板の場合は、方程式を解くのに比較して便利である。

本法は部材に於ける固定モーメントの觀念を平板に持ち込んだ点に特色があり、S.Timoshenko の解法を更に物理的意味を明確ならしめる上に役立つものと思われる。

なおこの方法は3辺固定1辺単純支持、相隣する2辺固定他の相隣する2辺単純支持の場合にも応用し得る。この場合はラーメン学に於ける C_{AB} と H_{AB} との関係の如く、平板に於いても C_{AB} を H_{AB} に変えるとよい。

更にマルクス (Marcus) の試みた多列板の解法も本法を応用すると非常に容易になると思われ、目下計算を試みていることを附言しておきたい。

UDC 532.517.2;532.543

薄層流に関する研究(第1報)*

正員 工学博士	石原藤次郎**
准員	岩垣雄一***
准員	合田健****

STUDIES ON THE THIN SHEET FLOW (Ist. Report)

*Dr. Eng., Tōjiro Ishihara, C.E., Member, Yuichi Iwagaki, B.Sc., Assoc.
Member & Takeshi Gōda, C.E., Assoc. Member*

Synopsis In this paper, as the Ist. report of the studies on the thin sheet flow, the experimental results obtained by the wooden experimental flume, rectangular section of 40 cm width and 19 cm depth, with smooth surface are described.

By this detailed experiment, the process of change of velocity distribution in transition from laminar flow to turbulent flow and the relation between Chézy constant, coefficient of frictional resistance and Reynolds' number are made clear, and the transition region is also determined. Moreover, the mean velocity formula in case of gentle slope is obtained.

要旨 本文は檜板で作られた滑面の木製水槽を用いて薄層流について実験した結果をとりまとめたものであつて、層流から乱流に遷移するときの流速分布の変化のしかた、Chézy constant 及び摩擦抵抗係数と Reynolds 数との関係、遷移領域の決定などについて詳しく論ずるとともに、緩勾配の場合の平均流速実験式を求めてい る。これらの成果は降水に伴う排水及び土壤浸蝕の問題や波浪に伴う海岸浸蝕の問題などを解明する基礎研究として注目されるのみでなく、流動する液体薄層を取扱う他の部門にも応用されうるものである。

1. 概 説

薄層流とは一般に水深の小さい即ち薄い Sheet flow を意味し、特に Laminar flow のみをいうのではない。詳しくいえば、水深の小さい流れは水深の増大とともに層流から遷移領域を経て完全乱流に変化していくのであるが、このあたりの流れを総称して薄層流というのである。

この研究は路面及び飛行場、あるいは傾斜面など水路ではなく主として所謂「面」を対象とし、特に降雨などによつて起るその面上の流れが最もよい実例であるが、舗装されていない路面とか山腹、あるいは堤防の傾斜面(斜面)である場合は地表流出及び滲透の外に土壤浸蝕が伴い、汀であれば波によつて打ち上げられる海水により

* 昭 24.10.15 関西工学連合講演会応用力学部門にて講演, ** 京都大学教授, *** 同助教授, **** 同講師

海岸浸食が起り、アスファルト及びコンクリートなどの舗装路面であれば排水の問題に直接関連してくるわけである。従つてこれらの問題は底面が滑面の場合、粗面の場合あるいは又可動底質の場合に分けられるが、丁度流れが層流と乱流の遷移領域を含んでいるので、それによつておこる土壤浸食、あるいは流量、平均流速、流速分布などの流況変化が微妙であつて、これが降雨強度などと関連して路面や堤防の法面勾配の決定、あるいは汀線の安定勾配の決定などに影響して来ると思われ、水理構造物の設計施工に気象乃至水文条件を導入する合理的な過程の1つとして実験実測に基く薄層流の体系的な解明が必要となつて来るわけである。そこで先づ基礎的実験として檜で作成された木製水槽を用いて薄層流の滑面の場合の基本的性質を調べた。

2. 流速分布、平均流速及び摩擦抵抗について

(1) 層流の場合 図-1に示す如く底面上に原点をとり、底面に対し垂直上方に y 軸をとれば、Navier-Stokesの運動方程式は2次元定流の場合

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -Jg \quad \dots \dots \dots (1)$$

であらわされる。こゝで u は流速、 ν は水の動粘性係数、 J は勾配、 g は重力加速度である。水深を h とし(1)式を $y=h$ で $du/dy=0$ 、 $y=0$ で $u=0$ の条件で2度積分すれば、

$$u = \frac{gJ}{\nu} \left(hy - \frac{y^2}{2} \right) \quad \dots \dots \dots (2)$$

今 τ_0 を底面における剪断応力、 ρ を水の密度とし、 $u_* = \sqrt{\tau_0/\rho} = \sqrt{ghJ}$ とおけば(2)式は

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_* y}{\nu} \left(1 - \frac{y}{2h} \right) \quad \dots \dots \dots (2)'$$

$$\text{水面における流速を } u_0 \text{ とすれば, } \frac{u}{u_0} = 2 \left(\frac{y}{h} \right) - \left(\frac{y}{h} \right)^2 \quad \dots \dots \dots (2)''$$

$$\text{又平均流速を } u_m \text{ とすれば, } u_m = \frac{1}{h} \int_0^h u dy = \frac{gJh^2}{3\nu} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$u_m/u_* = u_* h / (3\nu) \quad \dots \dots \dots (3)'$$

あるいは

$$u_m/u_* = \sqrt{u_m h / (3\nu)} \quad \dots \dots \dots (3)''$$

管路の場合と同様に、摩擦抵抗係数 λ を用いて長さ l の間の損失水頭を $\rho g \Delta h = \lambda(l/h)(\rho u_m^2/2)$ で表わせば、

$$\tau_0 = \lambda \rho u_m^2 / 2 \quad \dots \dots \dots (4)$$

従つて、

$$\lambda = 2ghJ/u_m^2 = 6/R_e, \text{ ただし } R_e = u_m h / \nu \quad \dots \dots \dots (5)$$

(2) 亂流の場合 開水路乱流の流速分布については色々の式が提案されているが、こゝでは管路の場合と比較するために、対数法則の式を用いる。

$$\frac{u}{u_*} = A + \frac{2.3}{\kappa} \log \frac{u_* y}{\nu} \quad \dots \dots \dots (6)$$

こゝに A 及び κ は常数で、管路の場合 $A=5.5$ 、 $\kappa=0.4$ である。(6)式で $y=h$ として表面流速 u_0 を求める

$$\frac{u_0}{u_*} = A + \frac{2.3}{\kappa} \log \frac{u_* h}{\nu} \quad \dots \dots \dots (6)'$$

$$\therefore u = u_0 + (2.3 u_* / \kappa) \log(y/h)$$

$$\text{平均流速は近似的に, } u_m = \frac{1}{h} \int_0^h u dy = u_0 + \frac{1}{h} \frac{u_*}{\kappa} \int_{y=0}^h \ln \frac{y}{h} dy = u_0 - \frac{u_*}{\kappa}$$

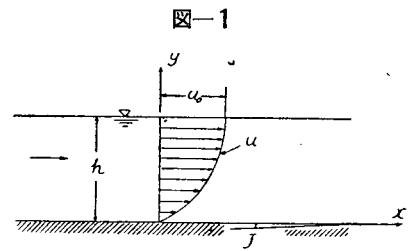
$$\text{この関係を(6)'式に代入して, } \frac{u_m}{u_*} = A - \frac{1}{\kappa} + \frac{2.3}{\kappa} \log \frac{u_* h}{\nu} \quad \dots \dots \dots (7)$$

$$\text{あるいは } \frac{u_m}{u_*} = A - \frac{1}{\kappa} + \frac{2.3}{\kappa} \log \left(\frac{u_m h}{\nu} \frac{u_*}{u_m} \right) \quad \dots \dots \dots (7)'$$

管路の場合の A 及び κ の値がそのまま適用されるものとすれば、(7)、(7)'式は次々次の様になる。

$$\frac{u_m}{u_*} = 3.0 + 5.75 \log \frac{u_* h}{\nu} \quad \dots \dots \dots (7)''$$

$$\frac{u_m}{u_*} = 3.0 + 5.75 \log \left(\frac{u_m h}{\nu} \frac{u_*}{u_m} \right) \quad \dots \dots \dots (7)'''$$



又 u_m に相当する水深 h_m を求めると³⁾, $h_m = 0.968 h$

摩擦抵抗係数 λ は(4)及び(7)'式より,

$$\sqrt{\frac{2}{\lambda}} = A - \frac{1}{\kappa} + \frac{2.3}{\kappa} \log \left(\frac{u_m h}{v} \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \right) \quad \dots \dots \dots (8)$$

A 及び κ に管路の場合の値を代入すると,

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 1.509 + 4.07 \log(R_e \sqrt{\lambda}) \quad \dots \dots \dots (8)'$$

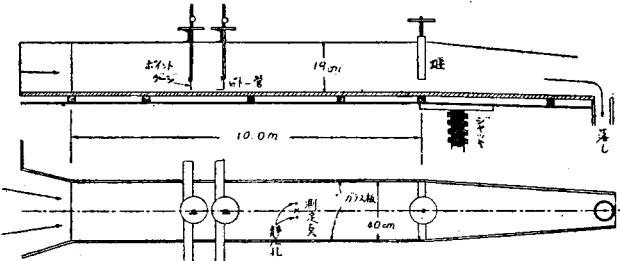
3. 実験装置及び実験方法

(1) 実験場所 京都大学工学研究所水力実験室

(2) 実験期日 昭和24年6月～9月

(3) 実験水槽 檜製鉋削りで幅40cm
深さ19cmの矩形断面を有し、全長18m
直線区間10m、その中央附近の側壁に長さ1m及び50cmのガラス板を挿入してあり、水槽全体が鉄製の可動水槽の中に固定されていて、ジャッキにより勾配を0～ $24/1000$ 变えることが出来る(図-2)。

図-2 実験水槽



(4) 実験用水 実験室外の貯水槽よりポンプアップして循環式に用いられ、取入口のタンクには溢流孔があるて水のヘッドが一定に保てるようになつていている。水深が小さい場合即ち流量が小さい場合は、流速測定のためピトーピーとして細い注射針を用いる関係上、ピトーピーの孔が浮遊物でつまらぬようするため水道水を用いる。

(5) 実験器具及び装置

(i) 水深の測定には $1/10$ mm 読みのポイントゲージを用いた。
(ii) 流速分布の測定にはピトーピーによつたが、特に外径の小さいものを必要とするので外径 2.8mm の銅管を曲げて作ったもの及び外径 0.92mm の注射針を曲げてゲージにハンド付けしたもの用い、静圧の測定には水路の中央附近に設けた間隔 5cm の 2つの静圧孔(孔の径は約 1mm)からゴム管を水槽外のマノメーターに取付けた。水深及び流速分布の基本測定箇所は 2つの静圧孔の中間に、水路の中央である。ピトーピーを取付けたゲージもポイントゲージと同じ $1/10$ mm 読みであつて、これらのゲージは channel beam によつて任意に移動しうる。マノメーターは $1/10$ 勾配に倒して読みの差を 10 倍に拡大して小さい流速が測定出来るようにした。
(iii) 流量の測定は流量が小さいので最も容易で確実な方法として水槽の末端から下方へ円管を設けて落し、測定箱に受けて水が箱の側壁に開けた小孔から流出する迄の時間をストップウォッチによつて計測する方法をとつた。測定箱の容量は 65l のもの及び 14.4l のものの 2種を用いた。

(6) 実験方法

(i) 流速分布を測定するときの水深は 2回測定して平均をとり、水深の変動は静圧孔を通じてマノメーターで読み取ることが出来る。又流量を測定するときの水深はその断面に対する平均水深が必要なので、5cm 間隔で 5ヶ所の水深を測定して平均をとつた。

(ii) 流速の測定において水道水を用いるときは外径 0.92mm のピトーピーで、貯水槽の水を用いるときは外径 2.8mm の太いピトーピーを用いた。マノメーターは前述したように $1/10$ の勾配に倒したもの用い、測定毎に水温を測つた。

(iii) 流量の測定において流量の大きいときは 65l の測定箱を用い、小さいときは 14.4l のものを用いた。時間の測定はストップウォッチにて 3回測り平均をとつた。

(iv) 勾配は $2.1/1000 (=1/470)$, $1/200$, $1/100$, $1/50$, $2.4/100 (=1/41.7)$ の 5種類をとり、その各々について水深を変化せしめて、流速分布及び流量を詳細に測定した。

4. 実験結果とその考察

(1) 流速分布 (2)'式及び(6)式より縦軸に u/u_* 、横軸に $\log(u_* y/v)$ をとつて各実験毎に異つた記号を用いてプロットしたのが図-3～図-7 である。(2)'式の層流の場合は u/u_* は $u_* y/v$ だけの函数でなく y/h の函数でもあるから図上に一義的に示すことが出来ないが、流速分布を直線とすると $u/u_* = u_* y/v$ となり、図-3～

図-8のIの曲線であらわされる。従つて実際の流速分布はIの曲線よりいずれも下の方にプロットされる。又(6)式は図-3~図-8のIIの直線であらわされる。水深が増加して行くにつれて流速分布が変化して行く模様をわかりやすく説明すると、図-8において先ず水深が非常に小さいと①の如くなり、少し水深が増すと②、③となる(こゝまで層流)。更に水深が増すと水面附近が乱れ始めて④の如くなり、次いで⑤、⑥、⑦と変化し

図-3

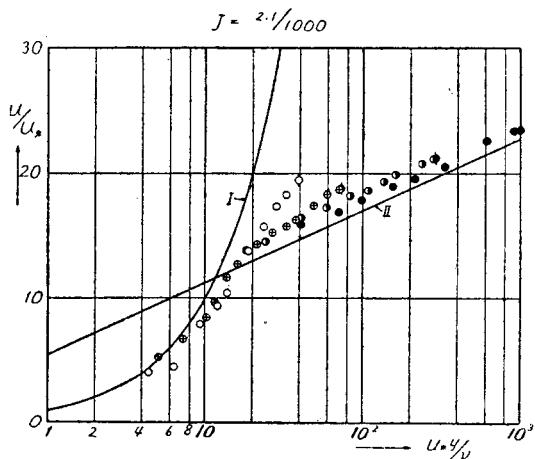


図-5

図-4

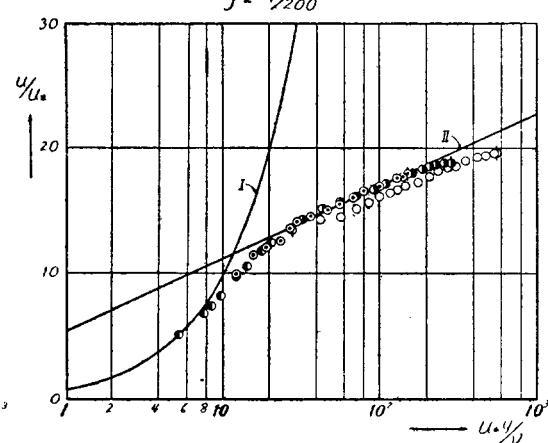


図-6

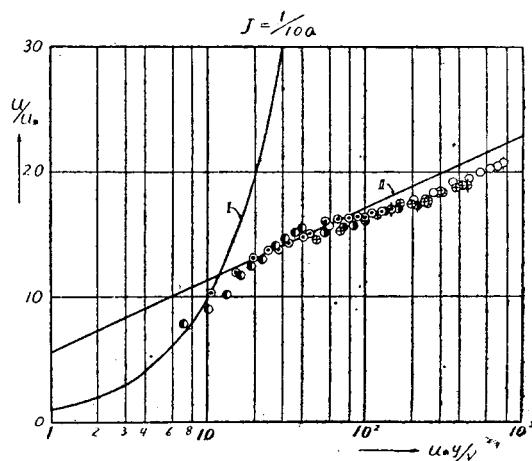


図-7

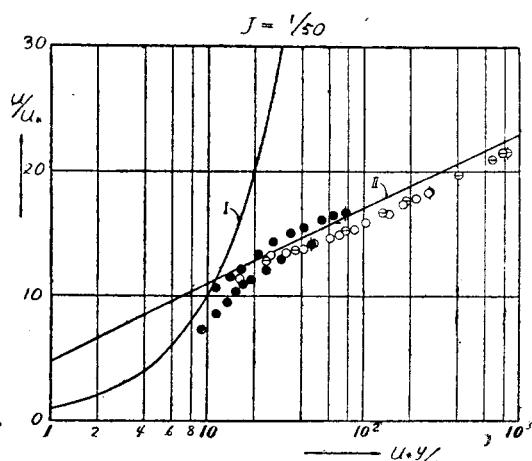
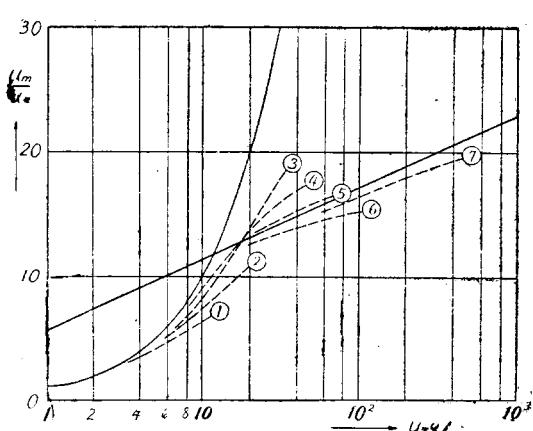
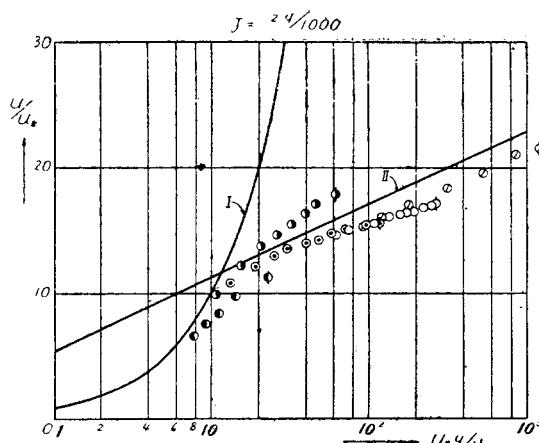


図-8 説明図



完全に乱れた場合の流速分布となる。図-3～図-7の5つの図を比較検討して見ると大体次のようなことが云える。

勾配が0.0021のときは乱れた場合管路の流れのときの直線より少し上に出て来るようであるが、傾斜は管の場合と大体一致する。0.005の勾配のときは管の場合とよく一致しているが、水深が大きくなると少し下に出て来る傾向があり、0.01の勾配でも水深が大きくなると下に来るようである。0.02及び0.024の勾配のときは傾斜が管の場合と平行でなくなり、水深の増加とともに一たん下るが、更に水深が大になると管路の場合に近づいて行くようである。これは側壁によって限られた水路における実験なので8次元の影響が入つて来るわけであるから、勾配の小さい、水深の大きい場合は多少異つて来るであろう。しかし横方向の流速分布(表面)は図-9に示す如くで、側壁より8cm附近で流速が一定になつていて、図-10は縦軸に流速 u と表面流速 u_* の比、横軸に底面からの距離 y と水深 h の比をとった場合の流速分布の1例であつて、 u_*h/ν の増大とともに流速分布の形が変る様子は管の場合と全く同様である。なお乱流の場合の壁面附近の流速分布の式($u/u_* = u_*y/\nu$ と $u/u_* = 5.5 + 5.75 \log u_*y/\nu$ の間を接続する式)として、管の場合 Reichardt⁽²⁾は

$$\ln[(15.5 - u/u_*)/(15.5 - 1.5)] = (1.5 - u_*y/\nu)/(15.5 - 1.5) \dots \dots \dots (9)$$

を提案し、又平板の場合浜良助氏⁽³⁾は壁に近い場所では混合距離 h は y^2 に比例するとして、

$$\frac{u}{u_*} = (\sqrt{2}/0.3) \left\{ \frac{1 - (1+z^4)^{1/2}}{z^3} + 2 \int_0^z \frac{dz}{(1+z^4)^{1/2}} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

$$\text{但し } z = 0.1\sqrt{2} u_*y/\nu$$

を提案しておられる。開水路の場合は勾配によつて流速分布が多少変化し、一義的に $u/u_* \sim u_*y/\nu$ の普遍的な関係で表わされないこと、2次元流れにすることがむづかしいことなどの問題はあるが、ピトー管を更に細くするかあるいは他の方法でごく壁面近くの流速分布を測定することにより開水路の場合の解明は不可能ではない。恐らく平板の場合と大差がないであろうが、こゝではこれに関してくわしく触れない。

(2) 流量、平均流速及び摩擦抵抗 流量を測定してそれを流積で除すと平均流速 u_m が求まる。この場合3次元的な影響を出来るだけ除く意味で水深 h の代りに径深 R を用いて整理した。図-11は縦軸に u_m/u_{*R} 、横軸に $\log u_{*R}R/\nu$ をとつて測定値をプロットしたものである。こゝで u_{*R} は h の代りに R をとつた u_* 即ち $u_{*R} = \sqrt{gRJ}$ である。図-11におけるI, IIの曲線及び直線は夫々(3'), (7)'式の h の代りに R を用いた式をあらわす。 u_m/u_{*R} とChézyの平均流速公式

$$u_m = C \sqrt{RJ} \dots \dots \dots (11)$$

の C との関係は、

$$u_m \sqrt{g/u_{*R}} = C \dots \dots \dots (12)$$

であるから、 u_m/u_{*R} はChézy constantに相当するものを意味していることになる。図-11からわかることは、次の通りである。

- (i) 測定点は $u_{*R}/\nu = 40$ 附近で層流の曲線から離れ始める。この附近で測定点が散らばつているが、これは水深が数mm以下になると底面の歪曲が非常にきいてくること、水深の測定精度が悪くなることなどのためである。
- (ii) 勾配が0.0021及び0.005の場合は、 $u_{*R}R/\nu = 50$ 附近より殆ど u_m/u_{*R} が一定となり、 $u_{*R}R/\nu = 100$ 附近からIIの直線に平行に増大してゆく。
- (iii) 勾配が0.01の場合は、 $u_{*R}R/\nu = 60$ 附近で急に減少し始め、 $u_{*R}R/\nu = 90$ 附近からIIの直線に平行に増大する。

図-9 横方向流速の分布($J=1/500$)
(深さ 3.14 cm)

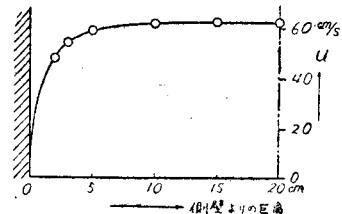


図-10 鉛直線に沿う流速分布
($J=1/500$)

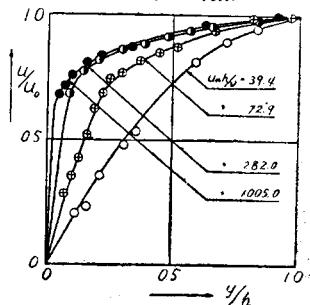
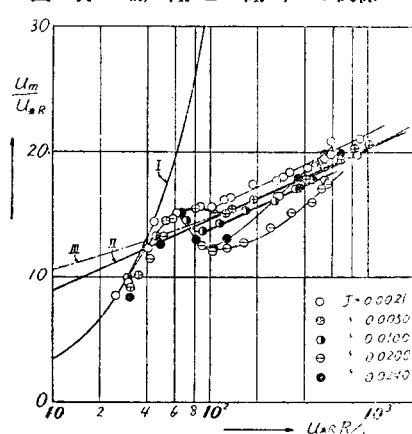


図-11 u_m/u_{*R} と $u_{*R}R/\nu$ の関係



(iv) 勾配が 0.02 以上になると $u_{*R}R/\nu=60$ 附近で 0.01 の勾配の場合と同様に急に減少し, $u_{*R}R/\nu=100$ 附近で上昇を始め, $u_{*R}R/\nu$ が大きくなると Ⅱの直線に近づいておちつくものと思われる。

このように勾配の急な場合は全く別個の変化の仕方を示し, 勾配の緩かな場合詳しくは 0.01 以下の勾配の場合と一緒に取扱うことが出来ない。勾配が急な場合 u_m/u_{*R} が $u_{*R}R/\nu=60$ 附近より急に減少する原因はよくわからないが, 降雨の際に急斜面の舗装道路などに見られる雨水波列(Rain wave-train)の生成と関連があるのではないかと思われる。実際に実験中の観察によると勾配の急な場合に $u_{*R}R/\nu=100$ 附近で波列と思われる周期的な波が顕著に認められた。Horton⁽⁴⁾⁽⁵⁾はこのような波列の生成が土壤浸食作用と深い関係があるのではないかと思われる。実際に実験中の観察によると勾配の急な場合に $u_{*R}R/\nu=100$ 附近で波列と思われる周期的な波が顕著に認められた。Horton⁽⁴⁾⁽⁵⁾はこのような波列の生成が土壤浸食作用と深い関係があるのではないかと思われる。こののような急勾配の場合の水理学的性質は上述したように緩勾配の場合と異つており, これらの究明は別個に行う必要があるわけであつて, 今後に残された問題である。

次に平均流速公式について述べて見よう。図-11に示すように $u_{*R}R/\nu>100$ では 0.01 以下の勾配の場合には u_m/u_{*R} と $\log u_{*R}/\nu$ の関係は直線であらわされるから, 次の実験式が求まる。

$$\frac{u_m}{u_{*R}} = A + 5.75 \log \frac{u_{*R}R}{\nu} \quad \dots\dots\dots\dots(13)$$

但し $J=0.0021$ のとき: $A=4.1$, $J=0.005$ のとき: $A=3.0$, $J=0.01$ のとき: $A=2.2$

さらに A と $\log J$ の関係は図-12に示すように直線となり,

$$A = -3.6 - 2.875 \log J$$

であらわされる。これを(13)式に代入すると,

$$\frac{u_m}{u_{*R}} = 5.75 \log \frac{\sqrt{gR} R}{\nu} - 3.6 \quad \dots\dots\dots\dots(14)$$

図-13は u_m/u_{*R} と $\log(\sqrt{gR} R/\nu)$ の関係をプロットしたもので大体(14)式が満足されることがわかる。これを Chézy constant C であらわすと,

$$C = \sqrt{g} \left(5.75 \log \frac{\sqrt{gR} R}{\nu} - 3.6 \right) \quad \dots\dots\dots\dots(14')$$

となる。これに対し椿氏⁽⁶⁾は松尾博士の資料⁽⁷⁾から,

$$\frac{u_m}{u_{*R}} = 7.59 \left(\frac{u_{*R}R}{\nu} \right)^{1/7} \quad \dots\dots\dots\dots(14'')$$

を提案しておられる。図-11のⅠの鎖線の曲線がこれを示す。このように緩勾配の場合に $u_{*R}R/\nu>10^2$ では, u_m/u_{*R} あるいは Chézy constant の実験式としては, 勾配の入らない(14)式あるいは(14')式が適当であると思われる。

次に遷移領域における u_m/u_{*R} あるいは Chézy const. は複雑に変化するが, 大胆にこれを一定としてしまえば,

$$\left. \begin{aligned} &J=0.0021 \text{ のとき } u_m/u_{*R}=15.6, \quad C=15.6\sqrt{g}, \quad \text{但し } 46.8 < u_{*R}R/\nu < 10^2 \\ &J=0.005 \text{ のとき } u_m/u_{*R}=14.5, \quad C=14.5\sqrt{g}, \quad \text{但し } 43.5 < u_{*R}R/\nu < 10^2 \\ &J=0.01 \text{ のとき } u_m/u_{*R}=13.7, \quad C=13.7\sqrt{g}, \quad \text{但し } 41.1 < u_{*R}R/\nu < 10^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots\dots(15)$$

これらの const. と $\log J$ の関係は図-14に示す如く大体直線となり,

$$\left. \begin{aligned} &\frac{u_m}{u_{*R}} = 7.9 - 2.875 \log J \\ & \text{適用限界範囲も (3)' 式より} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots\dots(15')$$

$$23.7 - 8.625 \log J < u_{*R}R/\nu < 10^2$$

$$23.7 - 8.625 \log J > u_{*R}R/\nu \text{ の場合は (3)' 式より}$$

$$\left. \begin{aligned} &\frac{u_m}{u_{*R}} = \frac{1}{3} \frac{u_{*R}R}{\nu} \\ & \text{適用限界範囲も (3)' 式より} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots\dots(16)$$

以上の実験式は緩勾配の場合で 0.02 以上の急勾配には適用出来ない。

次に実験式を

$$u_m = K J^m R^n \quad \dots\dots\dots\dots(17)$$

図-12 A と $\log J$ の関係

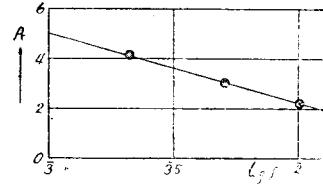


図-13 u_m/u_{*R} と $\log(\sqrt{gR} R/\nu)$ の関係

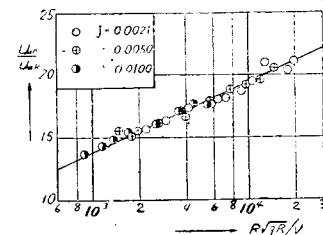
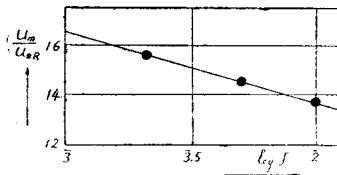
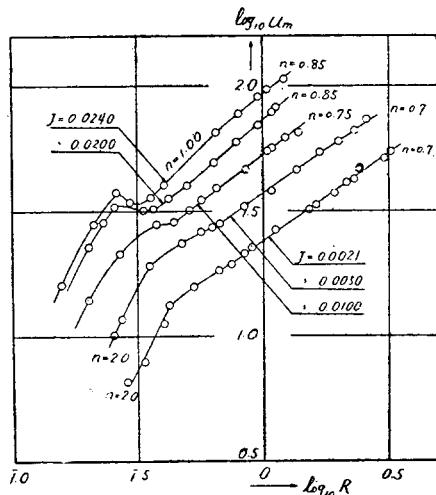


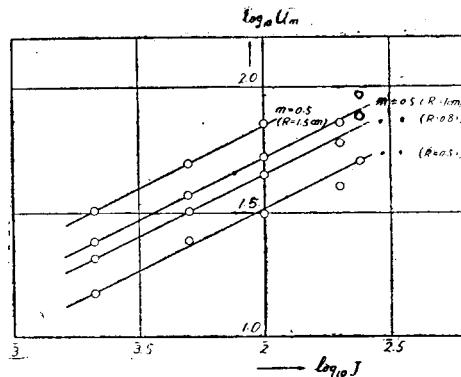
図-14 u_m/u_{*R} と $\log J$ の関係



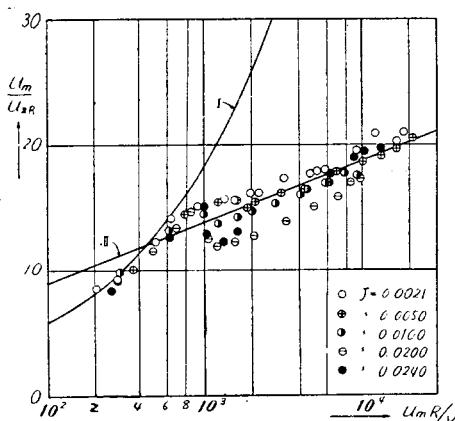
の指數の形であらわし、 m, n の値を検討して見よう。図-15, 16 は夫々 $\log u_m$ と $\log R$ 及び $\log J$ の関係をあらわしたもので、これより乱流領域では勾配が増大するにつれ n の値も大きくなつてゆくようであるが、0.01以下の緩勾配では $n=0.7 \sim 0.75$ である。 m の値は急勾配を除くといづれも $m=0.5$ の直線によく乗っている。松尾博士は小型開水路の実験で $n=0.754$, $m=0.543$, $K=190$ を出され、M.R. Lewis 及び E.H. Neal⁽⁸⁾ は同じく実験で $n=0.9$, $m=0.7$, $K=1100$ (但し ft·sec 単位) を出している。(17)の形で平均流速をあらわすと式

図-15 $\log u_m$ と $\log R$ の関係

の取扱が簡単であると云う利点があるが、このように n の値が勾配と共に変化すること及びディメンションがあわないことなどの欠点がある。

図-16 $\log u_m$ と $\log J$ の関係

Lorenz G. Straub⁽⁹⁾ はアルミニウムで組立てられた幅 1.70", 深さ 3" の矩形断面水路を用い、水及び燈油を使って 0.004, 0.002, 0.001 の勾配の場合について実験を行い、Chézy const. 及び Manning の n と $u_m R/\nu$ の関係についてプロットしているが解析されていないのは残念である。 u_m / u_{*R} と $u_m R/\nu$ の関係は図-17に示されるが、図中 I の曲線及び II の直線は夫々 (3)" 式、(7)''' 式をあらわす。実際に使用する場合には勾配及

図-17 u_m / u_{*R} と $\log u_m R/\nu$ の関係

び径深を用いた $u_{*R} R/\nu$ の方が平均流速の入った $u_m R/\nu$ よりも便利である。

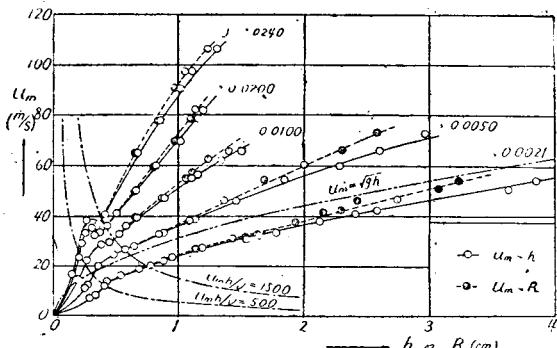
図-18 u_m と h, R の関係

図-18 は u_m とあるいは R の関係を図示したもので、鎖線で $u_m = \sqrt{gh}$ の射流と常流の限界、層流と遷移領域の限界 $u_m R/\nu = 500$ 、遷移領域と乱流の限界 $u_m R/\nu = 1550$ (但し $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ として図示) が示してある。この図より水深の小さい場合及び 0.0021 の勾配を除いて他は全部射流の範囲にあることがわかる。図-19 は摩擦抵抗係数 λ と $u_m R/\nu$ の関係であつて実験は層流の場合の (5) 式、乱流の場合の (8)' 式をあらわしている。 R_e 数が大きくなると勾配の大きい場合でもよくあつて来るようである。鎖線 I は椿氏⁽⁶⁾が (14)" 式より導かれた式である。なお L.Hopf⁽¹⁰⁾ は臨界 R_e 数として更に小さい $u_m R/\nu = 250 \sim 350$ と云う値を与えている。

5. 結論

以上水路底が滑面の場合の薄層流実験により明らかにされた 2, 3 の重要な性質として次のことが挙げられる。

- (i) 流速分布はほど管路における法則に従う。
 (ii) 勾配が急な場合(0.02以上)は全く別個の流況を呈する。
 (iii) u_m/u_{*R} あるいはChézy公式の常数Cは $u_{*R}R/\nu$ 又は u_mR/ν の函数であつて、緩勾配の場合(0.01以下)には実験式として、

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_m}{u_{*R}} &= 5.75 \log \frac{\sqrt{gRR}}{\nu} - 3.6 \\ \text{又は } C &= \sqrt{g} \left(5.75 \log \frac{\sqrt{gRR}}{\nu} - 3.6 \right) \end{aligned} \right\} u_{*R}R/\nu > 100, \text{ 亂流領域}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_m}{u_{*R}} &= 7.9 - 2.875 \log J \\ \text{又は } C &= \sqrt{g} (7.9 - 2.875 \log J) \end{aligned} \right\}$$

$$23.7 - 8.625 \log J < \frac{u_{*R}R}{\nu} < 100, \text{ 遷移領域}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_m}{u_{*R}} &= \frac{1}{3} \frac{u_{*R}R}{\nu} \\ \text{又は } C &= \frac{\sqrt{g}}{3} \frac{u_{*R}R}{\nu} \end{aligned} \right\} 23.7 - 8.625 \log J > \frac{u_{*R}R}{\nu}, \text{ 層流領域}$$

が与えられる。

(iv) 層流より乱れはじめて遷移領域に移るのは $u_{*R}R/\nu \approx 40$, u_mR/ν であらわすと大凡500程度、遷移領域より完全乱流になるのは $u_{*R}R/\nu \approx 100$, u_mR/ν で1500程度である。

(v) 勾配の非常に緩かな場合(0.0021以下の勾配の場合は全領域にわたり常流)と水深の浅い場合の外は殆んど射流領域である。

(vi) 勾配の急な場合 $u_{*R}R/\nu = 60$ になると u_m/u_{*R} が急激に減少し、波列が顕著となる。このあたりは道路排水計画の際に注意を要する。

更に急勾配における薄層流の研究は波列の生成など興味ある現象があり、実際問題と相関連してその解明が必要である。

参考文献

- (1) Vito A. Vanoni: "Velocity distribution in open channels", Civil Eng., Vol II. No.6(1941).
- (2) H. Reichardt: "Die Wärmeübertragung in turbulenten Reibungsschichten", Z.A.M.M.,(1940).
- (3) 浜良助: "平板に沿ふ乱流境界層(第1報)", 東大理学研究所報告, 第1卷, 第1号(1947).
- (4) Robert E. Horton: "Rain wave-trains", Trans. Amer. Geophys. Union, part I(1938).
- (5) 野満隆治: "河川学", (昭 18).
- (6) 椿東一郎: "開水路及び河川に於ける流速法則に就いて", 九大流体工学研究所報告, 第4卷, 第2号(昭 22).
- (7) 松尾春雄: "小型水路に於ける流速公式の実験的研究", 土木試験所報告, (昭 14).
- (8) M.R. Lewis and E.H. Neal: "The flow of water in thin sheets", Trans. Amer. Geophys. Union, (1935).
- (9) Lorenz G Straub: "Studies of the transition-region between laminar and turbulent flow in open channels", Trans. Amer. Geophys. Union, (1939).
- (10) 日本機械学会編, "機械工学便覧", p.790.

その他の参考文献

細井正延: "開水路乱流の流速分布及び摩擦抵抗に就いて", 土木研究 第1輯, (昭 23).

図-19 λ と u_mR/ν の関係

