

い。

7. 結語

上述の如く簡単な応力函数を適当に組合せて、重力堰堤の基本三角形断面に任意の荷重が作用する場合の堤内応力を解析することができた。単に堆砂圧の場合に限らず、堰堤に作用する任意の外力の分布に伴つて生ずる堤内応力を求めることができるわけであつて、従来採用せられて来た不合理な実用的解法によらず、純弾性学的に厳密な解析を行うことができる様になつた。氷圧、波圧等の外力による堤内応力を従来閑等視され勝ちであつたが、これらの点について本解法は資する所が渺くないと考えられる。目下数値計算を進めており、実例について改めて考察結果を発表したいと思う。

本研究は文部省科学研究費によつて行つている“高堰堤設計の合理化に関する基礎的研究”の1部であり、こゝに關係方面並びに種々御指導を賜つた京大教授石原、小西両博士に謝意を表わす次第である。

UDC 624.131.522 : 518.4

基礎地盤応力の新図解法

正員 松尾 新一郎*

NEW GRAPHICAL SOLUTION OF STRESS IN SOIL UNDER FOUNDATION

Shin-ichirō Matsuo, C.E., Member

Synopsis In this article the author first discusses the graphical solutions of obtaining stresses in soil under foundation proposed hitherto, and then proposes 3 new simplified graphical methods by improving the methods of Burmister and Newmark and by transforming the scales in compliance with the coefficient of concentration according to Fröhlich, making practical application easier.

要旨 任意の上載荷重を受けた地盤内の応力を知ることは、建設工学上重要な問題であるが、理論式の積分計算が困難なるため、図解法による。本文は基礎地盤応力についての従来の図解法を検討して、集中係数の考慮可能なより簡便な図解法の3案を提唱し、その特色を明らかにしたものである。

すなわち弾性理論に基く Burmister 法、Newmark 法の改良、拡張を行い、集中係数の考慮を可能ならしめしから Krynnine の如き厄介な作図を必要としない方法を提唱し、更に縮尺変換法を示し、それらが従来の諸方法に比較して優れている点を明らかにしたもので、実用的価値が高められたものと信ずる。

目次

1. 緒言	3. 新図解法
2. 従来の方法に対する批判	(1) 第1法
(1) Burmister 法に対して	(2) 第2法
(2) Newmark 法に対して	(3) 第3法
(3) Krynnine 法に対して	4. 結語

1. 緒言

構造物設計上、地上における構造物自身の応力計算は一般に力学的解析により求めることができる。然るに地下における地盤応力の算定は、土の力学的性質の複雑なるため、前者の如く容易且つ相当の精度をもつて求めるることは困難である。

構造物の完全なる設計は、基礎地盤の解決を俟つて初めて期し得られると云うことが出来る。この意味において地盤応力の算定は一層重要である。

一般に基盤地盤における応力は、不規則であつて、未だ完全に把握されるに至っていない。従来の解析的方法

* 京都大学助教授、工学部土木工学教室

は弾性理論を應用して誘導せられたものであるが、この解析的方法は荷重面の形状によりあらゆる場合に積分を遂行することは容易でなく、この問題の解決のために図解法が試みられ、D.M. Burmister¹⁾ や N.M. Newmark²⁾ により提案された方法がある。

一方、自然地盤が常に完全な弾性を示さず、鉛直軸附近では実測値が計算値より大であることを考慮して、O.K. Fröhlich³⁾ は応力分布を修正して自然地盤に即応することに努めた。しかし、この解析方法もあらゆる場合の積分の遂行が容易でなく、この解決策として、D.P. Krynine⁴⁾ により図解法が提唱されている。

以下、これらの図解法に検討を加え、より簡便な 2, 3 の試案につき述べる。

なおこゝに論ずるのはすべて 3 次元の場合であり、2 次元の場合はその特別の場合として包含せられる。

2. 従来の方法に対する批判

(1) D.M. Burmister 法に対して 一般に荷重をうけた地表面下僅かの深さにおいては、Kögler, Scheidig 等⁵⁾ の云う「攪乱領域」が生じ、深部における応力と全く区別して考えねばならぬことは、従来の研究者の唱導せるところであり、且つ此の「攪乱領域」における応力は決して弾性体として取扱つて正確な結果を得るものではない。従つて Boussinesq の理論、延いては Burmister 法は、この領域において適用することが出来ないと云い得る。

然し乍ら基礎最大幅の少くとも $\frac{1}{3}$ より深く、相当凝集性あり、且つ飽和せる細粒土壤よりなる地盤は弾性理論に従う(「弾性領域」)様に思われると云う見解の許に、D.M. Burmister は弾性理論に基く図解法で満足している。

応力を求める点の深さに対して、(一々計算を行い)図表を用意するか、或いは上下の接近せる深さのものに対する図表より挿入法により求める必要があるのも、この方法の短所であろう。この図表の上におかれた荷重平面図から直接の読みをとることは一般に困難であつて簡単ではあるが補助作図を要する。唯取扱う平面図の縮尺が通常一定されている所では、後の Newmark 法より便利とも云いう。この場合は図表を透明紙に作図しておくと便利である。

(2) N.M. Newmark 法に対して 適用可能範囲は(1)と同じく「弾性領域」に限られる。

前述の Burmister 法は、平面図の応力を求める点を中心として、半径が単位長だけ変化する同心円で区割し、各円帶片の影響度を等しくする点を連ねて得た曲線であり、それらの形状は可成り複雑である。又、図表作製のための計算も深度毎に行う必要があるが、この Newmark 法は全周を 100 等分して得た扇形を同一影響度を得る如く分割するため出来上りの図表は簡単である。而も応力を求める点の深度を基準長として計算、作図を行うため、計算は 1 回でよく、図表も一枚で事が足る点は前者に比して大いなる利点であると考える。

求める深さの異なるについて平面図の縮尺を変える手数がある。唯荷重が影響素面の一部分に丈にかかる場合に影響素面の何%かを読取ることが若干面倒であるが、これとて求める応力の性質からして左程精度を要しないため、大した欠点とも云い得ない。

要するに同一理論より出発して前者は影響度の変化を同心円周上に求め、後者は半径方向に求めたことにより以上の如き図表作成、その数、計算に長短が生じ、両者を比較すると後者が優れていると考えられる。

Krynine⁶⁾ (1941) や Terzaghi⁷⁾ (1948) の著書に於ても、Newmark の方法が収録されている。

(3) D.P. Krynine 法に対して 前 2 者は何れも弾性理論に基く図解法であるから、その適用に際して考慮されるべき限界があることは、既述の通りである。

この方法はこの点を改めるべく Fröhlich の理論に基づき展開された図解法であつて、地盤の特性に応じて集中係数を考慮して、弾性理論に基づくよりも合理的な結果が求められる点で前 2 者に比して大いなる利点を持つものである。

しかしこの方法は応力を求める点につき一々作図を行う必要があり、著しい手数を要する。

土質力学の現状からして、地盤内の応力を充分の精後で算定することは困難であり、起り得べき最大及び最小の値を推定すると云う立場に立つて考察すると、一々の点につき上述の如き作図を繰返すことは、実用的見地からして面白くない。もつと簡便な方法で、手軽に、任意の載荷重をうけた場合の地盤内の任意の点の応力を求めることが出来、設計上の目安を得ることが望ましい。又この様になると、地盤応力に対する設計者の関心が高まり、この方面的研究の進歩にも役立つと考える。以上の見地から、次の如き試案を提唱する。

3. 新図解法

(1) 第 1 法 O.K. Fröhlich の立場を保持して、D.M. Burmister の図解法を改良すると、次の如くである。

いま地表に働く集中荷重 P により、地盤内の任意の一点（極座標にて ρ, ϕ ；直角座標にて x, z ）に生ずる放射応力 σ_r は

$$\sigma_r = \frac{\nu P}{2\pi\rho^2} \cos^{\nu-2}\phi \quad (1)$$

その点における鉛直応力 σ_z は $\sigma_z = \sigma_r \cos^2\phi$

$$= \frac{\nu P}{2\pi\rho^2} \cos^{\nu}\phi \quad (2)$$

$$= \frac{\nu P}{2\pi\rho^2 \left[1 + \left(\frac{z}{r_0} \right)^2 \right]^{\nu/2}} \quad (3)$$

こゝに ν ：集中係数

次に等分布（荷重強度 p ）円形載荷（半径 r_0 ）で底面反力一様のとき、その中心鉛直軸上において、深さ z の点 A に生ずる鉛直応力 σ_z は、式(3)を積分することにより求められる。

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_z &= \int_0^{\varphi_0} \frac{\nu(2\pi r)dr}{2\pi\rho^2} p \cos^{\nu}\phi = \nu p \int_0^{\varphi_0} [\sin\phi \cos^{\nu-1}\phi] d\phi \\ &= p(1 - \cos^{\nu}\phi_0) \end{aligned} \quad (4)$$

$$= p \left\{ 1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r_0}{z} \right)^2 \right]^{\nu/2}} \right\} \quad (5)$$

こゝに ϕ_0 ：応力を求める点 A と載荷の縁端とを結ぶ線が中心鉛直軸となす角

$$\begin{aligned} \text{半径 } r_1, r_2 (r_2 > r_1) \text{ の同心円間の分布荷重 } p \text{ による応力 } \Delta\bar{\sigma}_z \text{ は} \\ \Delta\bar{\sigma}_z &= p \left\{ \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r_1}{z} \right)^2 \right]^{\nu/2}} - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r_2}{z} \right)^2 \right]^{\nu/2}} \right\} = p(K_1 - K_2) \\ &= p \Delta K \end{aligned} \quad (6)$$

例えば、 $z = 10 \text{ m}$ として

$$r_1 = 0, 1, 2, 3, \dots, 24 \text{ m}, r_2 = 1, 2, 3, 4, \dots, 25 \text{ m}$$

そして、 ΔK を計算したのが表-1 で、応力の影響 0.001 をうける円弧角

$$\alpha^\circ = \frac{360^\circ \times 0.001}{\Delta K} \quad (7)$$

を示してある。

各円弧とそれに対応する α° との交点を求め、それらの各点を順次連ねると、 $\sigma_z = 0.001 \text{ t/m}^2$ に対する曲線を決定することができる。 $\sigma_z = 0.01, 0.1 \text{ t/m}^2$ 等に対する曲線は夫々 $10\alpha^\circ, 100\alpha^\circ$ 等を探ればよい。このようにして 1 t/m^2 の分布荷重が作用した場合の等応力線図が求められる(図-1)。

図-1において、実線は $z = 10 \text{ m}$, $\nu = 3$ の場合の図表で、参考のため 0.001, 0.005 に対する曲線の $\nu = 4, 5, 6$ と変化せる場合を破線で示してある。

Burmister の弾性 ($\nu = 3$) の場合のみならず、 ν を適宜変換して σ_z を求めることが出来る事、及び Krynnine の如き一々の点につき可成り手数のかゝる作図を行ふ必要がない点は本法の特長であると考える。

(2) 第2法 式(5)より

$$\sigma_z = p \left(1 - \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{r_0}{z} \right)^2 \right]^{\nu/2}} \right) \quad (5')$$

$\frac{\sigma_z}{p}$ と $\frac{r}{z}$ の関係は表-2 のようである。 $\frac{\sigma_z}{p} = 0.1, 0.2, \dots$ に対する半径 $\frac{r}{z}$ を有する同心円を書き、次に放射線を全円周を 100 等分するように画くと、図-2 が得られる。これらの線により囲まれた各単位面は 0.001 の影響面である。荷重平面図をこの図表に対応する縮尺で画く、即ちこの図表 1 枚で任意の深さの σ_z を求めることが出来ることが、この方法の特長である。

地盤を弾性体として Newmark が求めた図表は、この改良により地盤の応力集中現象を考慮した応力を求める如くなり、而も Krynnine 法の如き作図の面倒はない。

表-1

ν	ΔK	$\nu = 4$	$\nu = 5$	$\nu = 6$
1	0.004925	26.12	0.007850	0.012751
2	0.042153	5.54	0.025521	0.040550
3	0.044255	5.60	0.028042	0.040679
4	0.070716	4.60	0.019839	0.021576
5	0.088495	4.73	0.021825	0.021750
6	0.088475	4.73	0.021825	0.021750
7	0.090769	4.65	0.019935	0.020969
8	0.075559	4.81	0.020949	0.021859
9	0.045520	5.95	0.024462	0.033495
10	0.057126	4.80	0.028526	0.034214
11	0.046712	2.33	0.046221	0.057023
12	0.042420	2.57	0.036777	0.050023
13	0.035707	10.08	0.027773	0.047276
14	0.0209357	1.08	0.028446	0.047940
15	0.025678	4.65	0.017423	0.023772
16	0.0218263	16.51	0.015772	0.021670
17	0.0181591	2.80	0.025186	0.028379
18	0.0151772	2.00	0.016457	0.026172
19	0.0135324	6.68	0.026528	0.045146
20	0.0115544	3.17	0.037237	0.056104
21	0.0104003	3.57	0.032709	0.055206
22	0.0095580	4.79	0.026729	0.049250
23	0.0087470	4.81	0.026522	0.049245
24	0.0064970	5.67	0.023710	0.046160
25	0.0051650	6.62	0.023533	0.046157

図-1

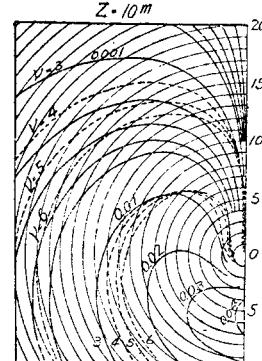


表-2

r/z	$\nu=3$	$\nu=4$	$\nu=5$	$\nu=6$
0.1	0.270	0.234	0.207	0.189
0.2	0.401	0.343	0.305	0.277
0.3	0.518	0.440	0.390	0.356
0.4	0.637	0.538	0.476	0.431
0.5	0.766	0.643	0.565	0.503
0.6	0.918	0.763	0.665	0.599
0.7	1.110	0.909	0.785	0.704
0.8	1.387	1.112	0.956	0.844
0.9	1.908	1.470	1.229	1.075

図-2の右上に $\nu=3$ 、右下に $\nu=4$ 、左下に $\nu=5$ 、左上に $\nu=6$ の場合を示しておく。

(3) 第3法 弹性体に対する式を用い、たゞその深さ支を 土の性質に応じて換算して、 σ_z を求めるのである。

土の場合深さ z における応力分布と弾性体の場合深さ h における応力分布とが等しいと考えると

$$dh = \psi dz \dots \dots \dots (8)$$

こゝに ψ は深さ z の函数である。

$$\text{換算深 } h = \int_0^z \psi dz \dots \dots \dots (9)$$

今簡単のために $\psi = \text{一定}$ とすると

$$h = \psi z \dots \dots \dots (10)$$

集中係数 $\nu=4, 5, 6, \dots$ に対応して求められる応力分布と、深さを異にする弾性体内の応力分布とが略一致するよう試験して

$$\psi = \sqrt{\frac{3}{\nu}} \dots \dots \dots (11)$$

の関係が成立する。

この事実⁸⁾を利用して、弾性理論に基づく図解法に集中係数の考慮が可能となる。例えば、前出の図-1の実線部分は $\nu=3, z=10 \text{ m}$ に対するものであつたが、上述の関係を用いると

$$\begin{array}{cccc} \nu=4 & 5 & 6 & \cdots \\ \psi = 1.15 & 1.29 & 1.41 & \cdots \\ z = 11.5 \text{ m} & 12.9 \text{ m} & 14.1 \text{ m} & \cdots \end{array}$$

に対する図表となる。

又、図-2 の右上 $\nu=3$ に対する図表に適用すると縮尺基準長が ν が増大するにつれ図-2 の左上に示す如く漸次長くなる。

なお Burmister, Newmark や Krynnine の研究は暗々裡に力学的単一層を対象としているのであるが、力学的に鉛直方向に変化ある場合、例えは粘土、ローム、砂等の互層の場合等の解決にも役立つかとも考えるが、この点は将来の研究に俟たねばならぬ。

4. 結 語

従来の方法、著者の方法を比較すると表-3の如くであり、弾性理論に基づく Burmister, Newmark の方法は拡張改良せられ、Krynnine の迂遠な作図の手数を省くことが出来た。又第3法により力学的互層の場合の応力解法の手懸を得た。

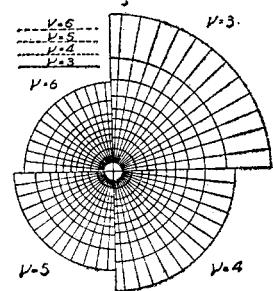
表-3

基礎理論 集中係数 地層	Boussinesq	Fröhlich	摘要	
	3	3, 4, 5, 6, \dots	作 図	図表の数
单 一 層	Burmister 1937-1	Krynnine 1937-4	各 点 每	
		試案第1法	縮 尺 調 節	各 深 度 每
	Newmark 1937-	試案第2法	縮 尺 調 節	1 枚(4枚)
		試案第3法	縮 尺 調 節	
五 層				

著者としては第2法を推奨したいが、各方法は夫々特色をもつてゐるから、最も好都合な方法を利用して、充分に把握されていないことの沢山ある此の方面的の進歩に役立てば、非常に幸であると考える。

諸賢の御教示を得られれば幸甚である。

図-2



文 献

- 1) Burmister, D.M., "Graphical distribution of vertical pressure beneath foundations," Proc. A.S.C.E. vol. 63, 1937
- 2) Newmark, N.M., "Graphical procedure for computing vertical pressures," Univ. Illinois Eng. Exp. Sta., circ. 24, 1935
"Graphical procedure for computing vertical pressure (mimeographed)," Univ. Illinois, Urbana, III, 1937
- 3) Fröhlich, O.K. "Druckverteilung im Baugrunde," Wien 1934
- 4) Krynine, D.P., "Pressures beneath a spread foundation" Proc. A.S.C.E., vol. 63, 1937
- 5) Kögl F.u. Scheidig, A., "Druckverteilung im Baugrunde" Bautechnik, Bd. 6 Heft 17, 1928
- 6) Krynine, D. P., "Soil Mechanics", N.Y. 1941
- 7) Terzaghi, K. & Peck, R.B. "Soil Mechanics", N.Y. 1948
- 8) Newmark, N. M., "Discussion for distribution of stresses under a foundation by A.E. Cummings", Trans. A.S.C.E., vol. 101, 1936

附記 本研究は約2年前行つたものに最近補足したもので、その間御指導賜つた教室の先生方に厚く御礼申上げると共に、計算、作図の一部に従事された米田太、馬場礼子両君の労に対し感謝の意を表する。

UDC 624.071.2 : 534.112

2支柱間に張られた架空索條の固有 撓み振動について(第1報)

正 員 荒 木 謙 一*

ON THE NATURAL VIBRATION OF ANAERIAL CABLE SUSPENDED BY TWO POLES (1st Report)

Ken-ichi Araki, C.E., Member

Synopsis Assuming the proper deflection curve of a cable and poles, the writer solves by Rayleigh's method, the fundamental mode of vibrations of the aerial cable suspended by two poles as two-degree-of-freedom coupled system. This solution is applicable to cables of such sag ratio as suspension bridge. The elongation of the cable is neglected.

要旨 曲げ振動をする2支柱間に張られた索の固有振動中、その鉛直面内で振動する最低次のものにつき、索および支柱の形状を仮定し、これらを自由度2を有する系の連成振動とみなしてその振動をRayleighの方法で誘導しその解を求めた。なお索の垂比は吊橋程度と限定し索の伸びは無視してある。

I. まえがき

吊橋、空中索道、ケーブルクレーンおよび送電線などの如く自重を以つてぶら下つているものを支える支塔或いは支柱を設計するにあたり、索の鉛直面内の振動が支柱自身の曲げ振動によりいかに影響されるかは簡単な方法では求められてないので、その大勢を知るために多くの仮定を設け最低次振動の初步的な近似解法を求める。

支柱を剛とした索のみの撓み振動については、従来諸先輩の御研究があり、Wolf¹⁾氏は垂比の小さい電線の場合にその伸びを考慮し撓み曲線を抛物線として鉛直面内および水平方向の最低次振動を算定されている。又野田博士²⁾は懸垂碍子で吊られた3径間連続の電線について撓み曲線を抛物線とし、伸びを無視して勢力法で解き、か

* 德島大学教授、工学部土木工学科室

1) K. Wolf: "Schwingungen elastischer Seile," Z.A.M.M. Bd.7 (1927) s.137~144

2) 野田清一、西山静雄: "氷雪剥脱に依る架空電線の跳上り" 電気学会雑誌、第55卷第564号 p.628