UDC 625.14.033.3 : 625.2

軌道横強度理論(II)

正員　佐藤　裕*

ON THE LATERAL STRENGTH OF THE RAILWAY TRACK (Part 2)

Yutaka Satō, B. Sc., Member

Synopsis In the previous paper (Part 1) the author determined the condition for rapidly developing course deflection. It was the condition for the first cross-tie to slip and the study was made from the tendency of lateral pressure to be highly concentrated near the acting point. In the present paper the condition under which the following cross-ties start slipping is determined.

The relation of the moduls of foundation against rail torsion to wheel load is discussed.

When the lateral wheel pressure increases over the limit value, the weeel creeps up towards the outer edge of rail and finally is derailed. So the strength of the track which can bear the limit lateral pressure is considered satisfactory.

要旨　前回の論文[1]に引続いて軌道に通り狂いを発生させる車輪横圧の限界について更に理論的考察を進め，又軌条小返りに対する枕木と犬釘の単位抵抗について輪重を考慮に入れて詳しく論じ，タイプレートの効果を明らかにした。

次に鉄道車輛の車輪横圧が輪重に比べて或る割合以上に大きくなると車輪が乗上つて脱線をするから，軌道の横強度はその横圧に耐えることが出来れば充分であると考える。しかるに従来の乗上り条件式は不正確であるからこれを修正した。

目　次

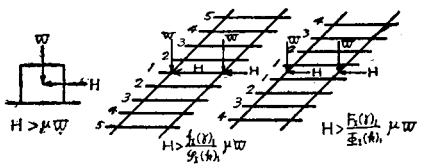
I　通り狂いに対する横圧の安全限界　　III　車輪乗上りの条件

II　軌条小返りに対する枕木と犬釘の單位抵抗　　IV　総　括

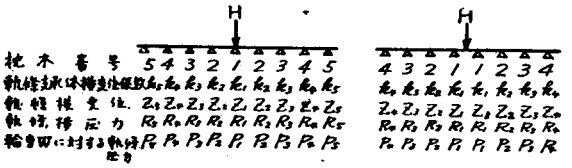
I　通り狂いに対する横圧の安全限界

前論文では軌道に通り狂いが急速に発生するための横圧の限界を，横圧作用点が枕木直上のときはその直下の枕木が，また作用点が枕木中間のときはその両側の枕木が夫々滑り出す条件から定めたが，これでは条件が厳しすぎるので，最初の枕木が滑り更にその隣りの枕木までも滑り出すときの横圧まで許されるとした方が実際的である。

図—1



図—2



その条件は次の如く求められる。記号は前と同様で図—2に示す。今枕木と道床の間の動摩擦係数を f とすれば枕木1は滑つているから　　$R_1=fP_1$，一般に　$f\leqq\mu$ ……(1.1)

その他は前と全く同様な関係が成り立ち，横圧作用位置と，軌道第一係数 γ の値によつて枕木丁数2から9までの場合に夫々次の式が導かれる。

1.　枕木2丁　　$\gamma=0\sim0.4$　のとき

$$R_1=\frac{H}{2},\qquad Z_1=\frac{H}{2k_1}\quad\cdots\cdots(1.2)$$

---

*　日本国有鉄道，鉄道技術研究所軌道研究室

1)　土木学会論文集第5号，軌道の横強度理論(I)

2. 枕木3丁　$\gamma=0.1\sim0.7$　のとき

$$Z_2=\frac{H-R_1}{2k_2},\quad Z_1=\frac{(2k_2+\beta)}{2k_2\beta}(H-R_1),\quad R_2=\frac{H-R_1}{2}\qquad\cdots\cdots(1.3)$$

3. 枕木4丁　$\gamma=0.5\sim1$　のとき

$$Z_2=\frac{H-2R_1}{2k_2},\quad Z_1=\frac{(5k_2+\beta)}{2k_2\beta}(H-2R_1)+\frac{3}{8\beta}H,\quad R_2=\frac{H-2R_1}{2}\qquad\cdots\cdots(1.4)$$

4. 枕木5丁　$\gamma=0.8\sim3$　のとき

$$\left.\begin{aligned}&Z_3=-\frac{(3k_2-\beta)}{2\Delta}(H-R_1),\quad Z_2=\frac{(11k_3+\beta)}{2\Delta}(H-R_1)\\&Z_1=\frac{7k_2k_3+(2k_2+16k_3)\beta+\beta^2}{2\Delta\beta}(H-R_1),\quad \Delta=8k_2k_3+(k_2+k_3)\beta\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(1.5)$$

5. 枕木6丁　$\gamma=2\sim7$　のとき

$$\left.\begin{aligned}&Z_3=-\frac{(6k_2-\beta)}{2\Delta}(H-2R_1)-\frac{3k_2}{8\Delta}H,\quad Z_2=\frac{(17k_3+\beta)}{2\Delta}(H-2R_1)+\frac{3k_3}{8\Delta}H\\&Z_1=\frac{19k_2k_3+(5k_2+28k_3)\beta+\beta^2}{2\Delta\beta}(H-2R_1)+\frac{3\{5k_2k_3+(k_2+2k_3)\beta\}}{8\Delta\beta}H,\quad \Delta=11k_2k_3+(k_2+k_3)\beta\end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots(1.6)$$

6. 枕木7丁　$\gamma=4\sim11$　のとき

$$\left.\begin{aligned}&Z_4=\frac{3k_2k_3+(-6k_2-12k_3)\beta+\beta^2}{2\Delta}(H-R_1),\quad Z_3=-\frac{18k_2k_4+(3k_2-26k_4)\beta-\beta^2}{2\Delta}(H-R_1)\\&Z_2=\frac{46k_3k_4+(11k_3+46k_4)\beta+\beta^2}{2\Delta}(H-R_1)\\&Z_1=\frac{26k_2k_3k_4+(7k_2k_3+44k_2k_4+80k_3k_4)\beta+(2k_2+16k_3+54k_4)\beta^2+\beta^3}{2\Delta\beta}(H-R_1)\\&\Delta=31k_2k_3k_4+(8k_2k_3+40k_2k_4+14k_3k_4)\beta+(k_2+k_3+k_4)\beta^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots(1.7)$$

7. 枕木8丁　$\gamma=8\sim15$　のとき

$$\left.\begin{aligned}&Z_4=\frac{6k_2k_3+(-12k_2-18k_3)\beta+\beta_2}{2\Delta}(H-2R_1)+\frac{3\{k_2k_3+(-2k_2-k_3)\beta\}}{8\Delta}H\\&Z_3=-\frac{36k_2k_4+(6k_2-35k_4)\beta-\beta^2}{2\Delta}(H-2R_1)-\frac{3\{6k_2k_4+(k_2-k_4)\beta\}}{8\Delta}H\\&Z_2=\frac{73k_3k_4+(17k_3+64k_4)\beta+\beta^2}{2\Delta}(H-2R_1)+\frac{3\{5k_3k_4+(k_3+2k_4)\beta\}}{8\Delta}H\\&Z_1=\frac{71k_2k_3k_4+(19k_2k_3+116k_2k_4+152k_3k_4)\beta+(5k_2+28k_3+81k_4)\beta^2+\beta^3}{2\Delta\beta}(H-2R_1)\\&\quad+\frac{3\{19k_2k_3k_4+(5k_2k_3+28k_2k_4+16k_3k_4)\beta+(k_2+2k_3+3k_4)\beta^2}{8\Delta\beta}H\\&\Delta=43k_2k_3k_4+(11k_2k_3+52k_2k_4+17k_3k_4)\beta+(k_2+k_3+k_4)\beta^2\end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots(1.8)$$

8. 枕木9丁　$\gamma=12\sim15$　のとき

$$\left.\begin{aligned}&Z_5=-\frac{3k_2k_3k_4+(-6k_2k_3-24k_2k_4-12k_3k_4)\beta+(9k_2+24k_3+27k_4)\beta^2-\beta^3}{2\Delta}(H-R_1)\\&Z_4=\frac{18k_2k_3k_5+(3k_2k_3-72k_2k_5-72k_3k_5)\beta+(-6k_2-12k_3+47k_5)\beta^2+\beta^3}{2\Delta}(H-R_1)\\&Z_3=-\frac{72k_2k_4k_5+(18k_2k_4+90k_2k_5-115k_4k_5)\beta+(3k_2-26k_4-88k_5)\beta^2-\beta^3}{2\Delta}(H-R_1)\end{aligned}\right\}$$

$$Z_2=\frac{173\,k_3k_4k_5+(46\,k_3k_4+272\,k_3k_5+272\,k_4k_5)\beta+(11\,k_3+46k_4+117\,k_5)\beta^2+\beta^3}{2\Delta}(H-R_1) \quad \cdots\cdots(1.9)$$

$$Z_1=\{97\,k_2k_3k_4k_5+(26\,k_2k_3k_4+160\,k_2k_3k_5+232\,k_2k_4k_5+304\,k_3k_4k_5)\beta$$
$$+(7\,k_2k_3+44\,k_2k_4+135\,k_2k_5+80\,k_3k_4+176\,k_3k_5+351\,k_4k_5)\beta^2$$
$$+(2\,k_2+16k_3+54\,k_4+128\,k_5)\beta^3+\beta^4\}\frac{(H-R_1)}{2\Delta\beta}$$

$$\Delta=116\,k_2k_3k_4k_5+(31\,k_2k_3k_4+188\,k_2k_3k_5+224\,k_2k_4k_5+55\,k_3k_4k_5)\beta$$
$$+(8\,k_2k_3+40\,k_2k_4+108\,k_2k_5+14\,k_3k_4+64\,k_3k_5+20\,k_4k_5)\beta^2+(k_2+k_3+k_4+k_5)\beta^3$$

(1.2) から (1.9) 式に於いて $R_2=k_2z_2$ であることから

$$R_2\geqq\mu P_2 \quad \cdots\cdots(1.10)$$

の条件によつて最初の枕木が滑り更に隣接枕木が滑り出す H が求められる。等号の場合をとつて横圧の限界値とする。上式は前と違つて H/W の形にすることが出来ない。軌道第二係数 γ_H を使つて式を整理してもよいが直接 k_i を入れても手数は大して変らない。k_i と P_i の関係は枕木1丁の横引試験によつて求める。

II　軌条の小返りに対する枕木と犬釘の単位抵抗

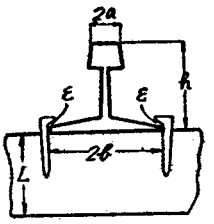
軌条が小返りをするとき生ずる枕木と犬釘の単位抵抗の性質について前回は輪重を考慮に入れなかつたが，それを考えた場合抵抗係数 K がどうなるかを調らべ，枕木弾性と犬釘強度の影響，タイプレートの効果等を明らかにする。

1.　理論計算　諸記号を図—3に示す如く決める。ε は犬釘の初めからの浮きを表わす。数値計算の都合から次の通り分けて論ずる。

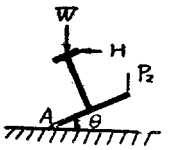
A　輪重が軌条頭部中央に働く場合

(a) 枕木を剛体と見做してよい場合（鉄枕木，コンクリート枕木，タイプレート使用）

図—3



図—4



図—4 で P_2 は犬釘の抵抗力とする。今犬釘は引抜力に比例して抜け上ると仮定し，比例常数を s とすれば

$$P_2=0 \qquad \theta\leqq\theta_0=\frac{\varepsilon}{2b}$$
$$=2\,sb(\theta-\theta_0) \qquad \theta\geqq\theta_0$$

A点周りのモーメントの釣合を考えて

$$2\,bP_2=\{h\cos\theta+(a+b)\sin\theta\}H-(b\cos\theta-h\sin\theta)W$$

以下 $\sin\theta\fallingdotseq\theta$　$\cos\theta\fallingdotseq1$ の範囲で考えて上式は

$$2\,bP_2=\{h+(a+b)\theta\}H-(b-h\theta)W$$

実際の場合常に $2\,sb^2>(a+b)H+hW$ であるから W を一定にして H を増加したときの軌条の傾斜角 θ は

$$\left.\begin{aligned}\theta&=0 & H&\leqq\frac{b}{h}W\\ &=\frac{hH-bW+2\,sb^2\theta_0}{2\,sb^2-\{(a+b)H+hW\}} & H&\geqq\frac{b}{h}W\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(2.1)$$

(b) 枕木の弾性を考えねばならぬ場合（並枕木，コンクリート枕木にパッキングを夾んだとき）

軌条小返りの傾斜角は枕木の撓みによるものもあるがそれは無視出来る程小さいものである。軌条が輪重Wによつて枕木の中へ沈下したときの反力分布は図—5(a)で曲線で示す如くなるが近似的に直線として取扱つても実用的には差支えないと考える。そのときの誤差は $b\to(1+\delta)b$,　$x\to(1+\delta)x$　として補正され，δ の値は図—5 (b) の実験から求められる。枕木の繊維に垂直方向のヤング率を E_w とすれば，上から W が働いたときの沈下は

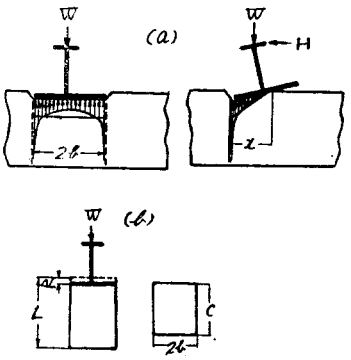
$$\Delta L=\frac{L}{2\,E_wbc}W \quad \cdots\cdots(2.2)$$

次に横から H が働くと図—6 (a) の如くなり H が増すと (b) の如くなる。之を数式で表わせば

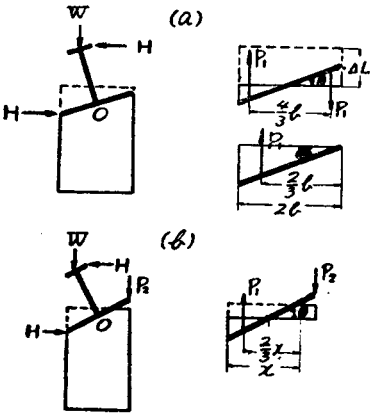
$\theta\leqq\dfrac{\Delta L}{b}$ では 0 点周りのモーメントの釣合を考えて

$$\frac{4}{3}bP_1=\{h+(a+b)\theta\}\,H+h\theta W, \qquad P_1=E_w\frac{b\theta}{2\,L}\,bc$$

図—5



図—6



従つて

$$\theta=\frac{hH}{\dfrac{2E_w b^3 c}{3L}-\{(a+b)H+hW\}} \quad\cdots\cdots(2.3)$$

$$\theta\geqq\frac{\Delta L}{b}\quad\text{では}\quad P_1=W+P_2,\qquad P_1=E_w\frac{x\theta}{2L}cx,$$

$$\left.\begin{array}{ll} P_2=0 & \theta\leqq\theta_0'=\dfrac{\Delta L+\varepsilon}{b} \\ =s(2b-x)(\theta-\theta_0') & \theta\geqq\theta_0' \end{array}\right\}\quad\cdots\cdots(2.4)$$

0 点周りのモーメントの釣合を考えて

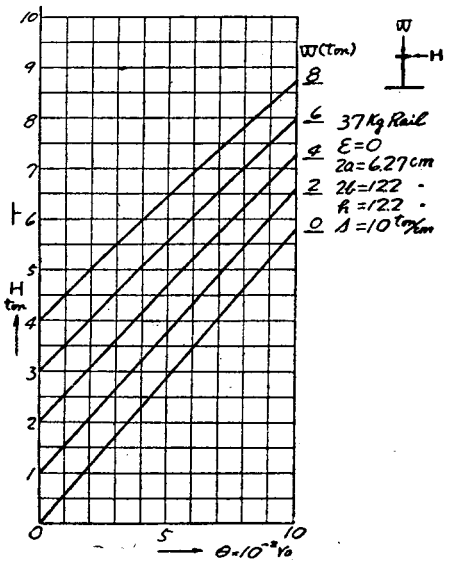
$$\left(b-\frac{1}{3}x\right)P_1+bP_2=\{h+(a+b)\theta\}H+h\theta W$$

従つて

$$\left.\begin{array}{ll} \theta=\dfrac{hH}{\left(b-\dfrac{1}{3}x\right)\dfrac{E_w c x^2}{2L}-\{(a+b)H+hW\}} & \theta\leqq\theta_0' \\ =\dfrac{hH+s(2b-x)b\theta_0'}{\left(b-\dfrac{1}{3}x\right)\dfrac{E_w c x^2}{2L}+s(2b-x)b-\{(a+b)H+hW\}} & \theta\geqq\theta_0' \end{array}\right\}\quad\cdots\cdots(2.5)$$

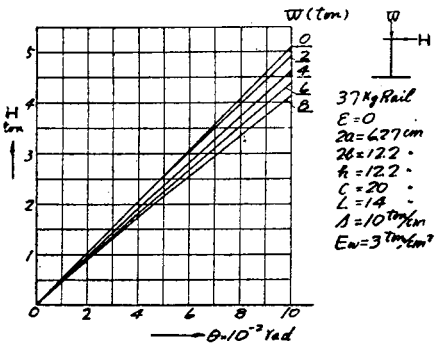
(2.4),(2.5) 両式から x を消去して $\theta-H-W$ の関係が求められる。以上に数値を入れた例は (2.1) 式→図—7, (2.4),(2.5) 式→図—8 (a),(b),(c)

図—7

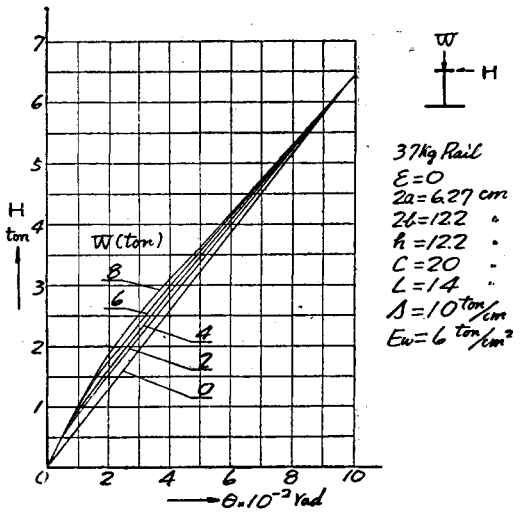


実験によると普通 E_w; 3～5 ton/cm² s; 10～30 ton/cm である。タイプレートを使用した場合, $H\leqq\frac{b}{h}W$ のときは犬釘に全然力が働かない。タイプレートを使用しないと犬釘に力が働き出すのが早い。抵抗係数 K は W に関係するが (b) の場合には常数と考えてよい。軌条傾斜の廻転中心は W があると一定点とはならずに θ に応じて変化する。

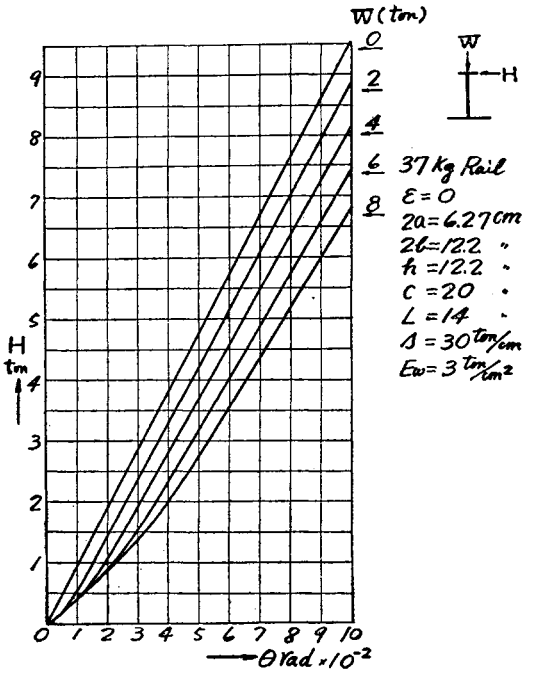
図—8 (a)



図—8 (b)



図—8 (c)



B　輪重が軌条頭部端に働く場合

(a) 枕木を剛体と見做してよい場合

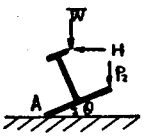
図—9 でA点周りのモーメントの釣合から

$$2bP_2=\{h+(a+b)\theta\}H-\{(a+b)-h\theta\}W$$

前と同様に

$$\left.\begin{aligned}\theta&=0 & H&\leqq\frac{a+b}{h}W\\ &=\frac{hH-(a+b)W+2sb^2\theta_0}{2sb^2-\{(a+b)H+hW\}} & H&\geqq\frac{a+b}{h}W\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(2.6)$$

図—9



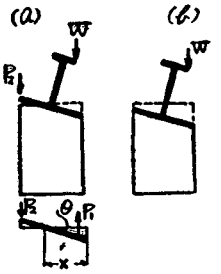
(b) 枕木の弾性を考えねばならぬ場合

W による沈下は図—10 で初め(a), W が増すと (b) の如くなる。

(2.4), (2.5) 式と同様に $-\theta\geqq\frac{\Delta L}{b}$ では

$$\left.\begin{aligned}P_1&=W+P_2, & P_1&=-E_w\frac{X\theta}{2L}CX\\ P_2&=0 & -\theta&\leqq\theta_0'=\frac{\Delta L+\varepsilon}{b}\\ &=-s(2b-x)(\theta+\theta_0') & -\theta&\geqq\theta_0'\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(2.7)$$

図—10



従つて

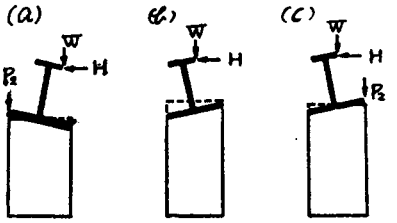
$$\left.\begin{aligned}\theta&=-\frac{aW}{\left(b-\frac{1}{3}x\right)\frac{E_wcx^2}{2L}-hW}, & -\theta&\leqq\theta_0'\\ &=-\frac{aW+s(2b-x)b\theta_0'}{\left(b-\frac{1}{3}x\right)\frac{E_wcx^2}{2L}+s(2h-x)b-hW}, & -\theta&\leqq\theta_0'\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(2.8)$$

(2.7), (2.8) の両式から $\theta-H-W$ の関係が求められる。

図—10 (b) の場合は

$$-\theta\leqq\frac{\Delta L}{b}\quad\text{で}\quad\theta=-\frac{aW}{\frac{2E_wb^3c}{3L}-hW}\cdots\cdots\cdots\cdots(2.9)$$

図—11



次に横から H が働いたときは (2.7), (2.8) 式と同様に

$-\theta\geqq\frac{\Delta L}{b}$ では図—11 (a) の如くなり

$$\left.\begin{array}{ll} P_1=W+P_2, \quad P_1=-E_w\dfrac{x\theta}{2L}cx & \\ P_2=0 & \theta\leqq\theta_0' \\ \quad =-s(2b-x)(\theta+\theta_0') & \theta\geqq\theta_0' \end{array}\right\}\cdots\cdots(2.10)$$

従つて

$$\left.\begin{array}{ll} \theta=\dfrac{hH-aW}{\left(b-\dfrac{1}{3}x\right)\dfrac{E_wcx^2}{2L}-\{(a+b)H+hW\}}, & \theta\leqq\theta_0' \\ =\dfrac{hH-aW+s(2b-x)b\theta_0'}{\left(b-\dfrac{1}{3}x\right)\dfrac{E_wcx^2}{2L}+s(2b-x)b-\{(a+b)H+hW\}}, & \theta\geqq\theta_0' \end{array}\right\}\cdots\cdots(2.11)$$

(2.10),(2.11) 式から $\theta-H-W$ の関係が求められる。

図—11 (b) の場合は (2.3) 式と同様に

$$-\frac{\Delta L}{b}\leqq\theta\leqq\frac{\Delta L}{b} \quad \text{では} \quad \theta=\frac{hH-aW}{\dfrac{2E_wb^3c}{3L}-\{(a+b)H+hW\}}\cdots\cdots(2.12)$$

図—11 (c) の場合は (2.4),(2.5) 式と同様に

$$\left.\begin{array}{ll} \theta\geqq\dfrac{\Delta L}{b} \quad \text{で} \quad P_1=W+P_2, \quad P_1=E_w\dfrac{x\theta}{2L}cx & \\ P_2=0 & \theta\leqq\theta_0' \\ \quad =s(2b-x)(\theta-\theta_0') & \theta\geqq\theta_0' \end{array}\right\}\cdots\cdots(2.13)$$

従つて

$$\left.\begin{array}{ll} \theta=\dfrac{hH-aW}{\left(b-\dfrac{1}{3}x\right)\dfrac{E_wcx^2}{2L}-\{(a+b)H+hW\}}, & \theta\leqq\theta_0' \\ =\dfrac{hH-aW+s(2b-x)b\theta_0'}{\left(b-\dfrac{1}{3}x\right)\dfrac{E_wcx^2}{2L}+\Delta(2b-x)b-\{(a+b)H+hW\}}, & \theta\geqq\theta_0' \end{array}\right\}\cdots\cdots(2.14)$$

(2.13),(2.14) 式から $\theta-H-W$ の関係が求められる。

以上に数値を入れた例は

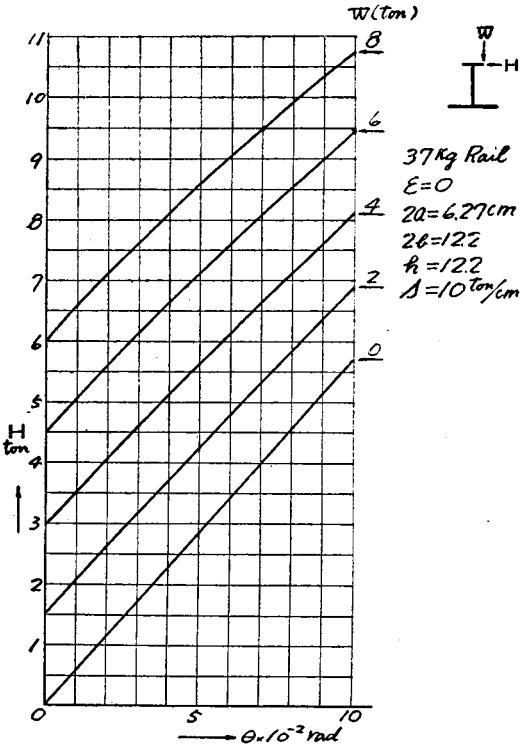
(2.6) 式→図—12, (2.12),(2.13),(2,14) 式→図—13 (a),(b),(c)

尚 W が任意の位置に働いたときは以上の式中で $aW\to\lambda aW$, $-1\leqq\lambda\leqq1$ と置き換えて求められる。前のAの場合との違いは偏心軸重のため H が働かなくても傾いていることである。$\varepsilon\neq0$ のときは横軸方向に曲線が延びるが傾向は同様である。

2. 実験　方法は図—14に見る通りで，場所は津田沼線路実験所構内にある四角なピットを利用した。上からの荷重が横方向に抵抗とならぬ様にジャッキと軌条頭部の間に鋼球を夾んだ。実験結果は図—15 に示す。$W=0$のとき①,②回目は犬釘が両側から強く圧しているので非常に強い抵抗となつた。③回目からは1.で考察した抵抗のみとなつた。一般に犬釘の抜け上りは引抜力に直線比例するという仮定は厳密には成り立たず，その場合々々で複雑な様相を呈するので実験結果は計算のように単純にならないが大体の傾向は予期する通りである。

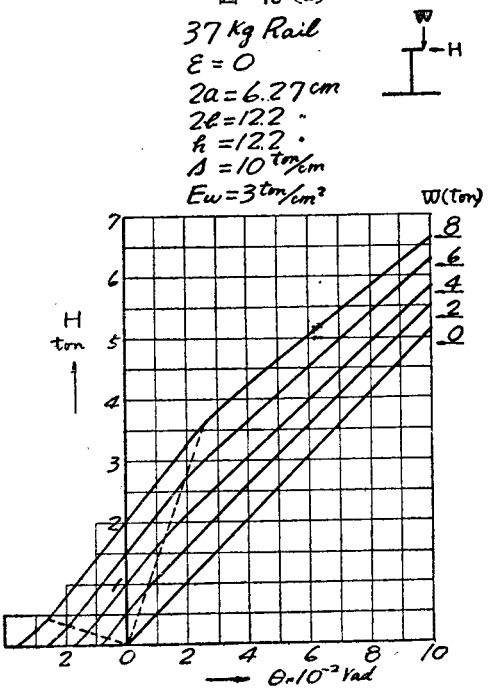
軌条小返りによる軌間拡大を防ぐには軌条を太くして多くの犬釘で力を支えることも必要であるが，前論文で論じたところによるとその効果は軌条断面の平方根に比例するにすぎないから，軌道の横強度を増す為

図—12

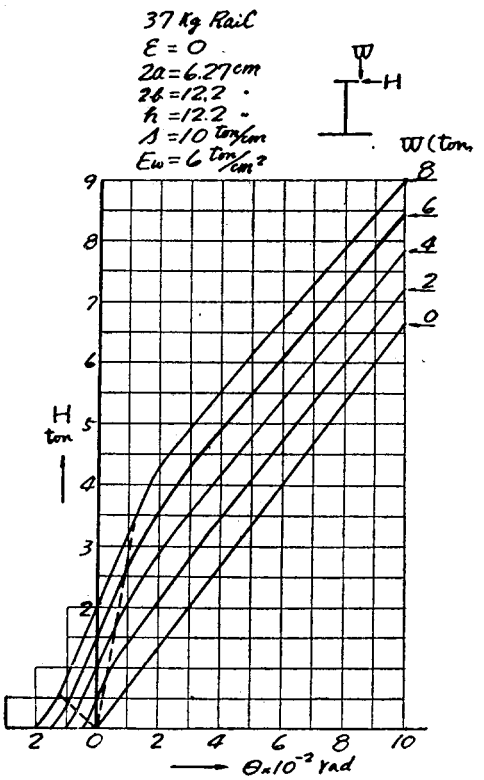


に第一になすべき方法は適正なタイプレートを使用することである。

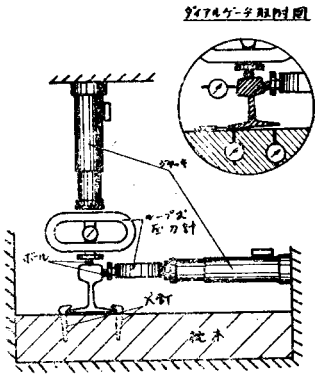
図—13 (a)



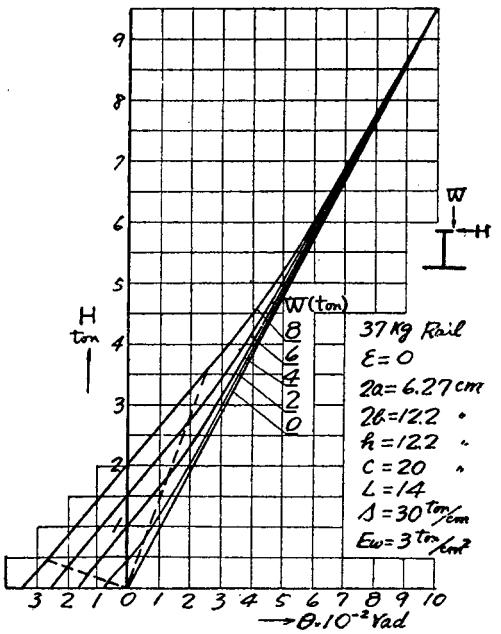
図—13 (b)



図—14



図—13 (c)

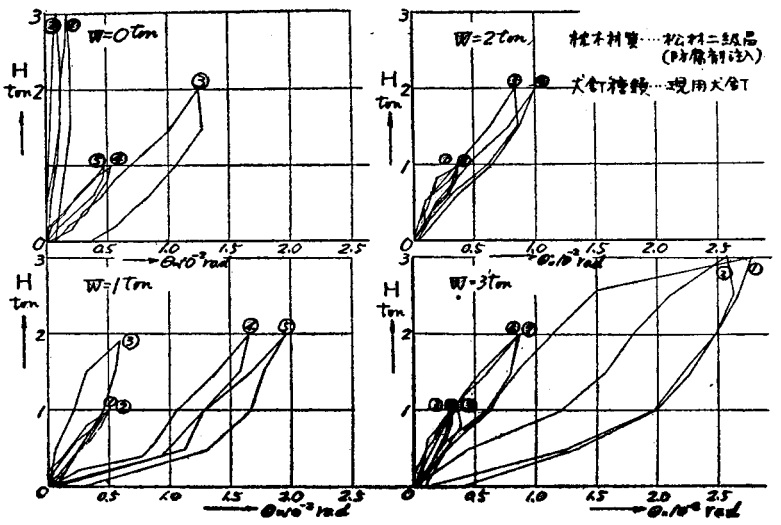


III　車輪乗上りの条件

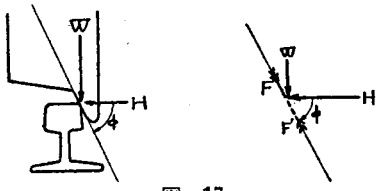
車輪横圧が輪重に比べて或る割合以上に大きくなると車輪が乗上つて脱線をする。従つて軌道の横強度はその乗上り横圧まで耐えることを目安とすべきである。ところが従来国鉄で採用されてきた脱線係数 Q/P は車輪回転中も静止のときと同様に考えているから間違いである。仏国の Nadal は運動学的に考えているが未だ不充分である。

車軸が軌条と直角をなす位置から水平に或る角度傾いたときは車輪と軌条の接触部では常に滑りを起している。この滑りは転がりと同時に生じているから所謂クリープ現象と考えねばならない。この見地

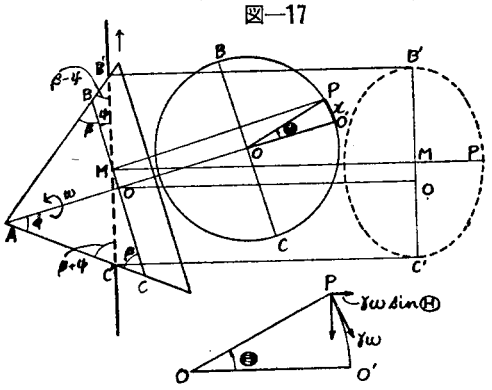
図—15



図—16



図—17



から Nadal の式を修正する。

図—16 で輪重を W，横圧を H とする

1. Nadalの式　車軸の走行角を ψ とし車軸角と名付け図—17で矢印の方向に正をとる。車輪フランヂ面を円錐面で表わし半頂角を ϕ とする。今軌条内側面に沿つた鉛直面で円錐面を切断したときの交線は楕円 $B'MC'$ となる。円錐面と軌条面との切点は楕円短軸の下の頂点Pである。円錐が図の位置で平衡を保つた儘角速度 ω で転がり前進するときはP点は円 O の円周上を周る。P点は一般に円錐軸直下になく車軸角が正のときは前方に負のときは後方へ移る。

i）$\psi>0$　のときは車輪が転がると共にP点は軌条面を滑り下りるから摩擦力は下りるのに反抗する方向に働き図で F'' となる。車輪が乗上らないためには次の式が成り立つ。

$$F''=\mu(W\cos\phi+H\sin\phi)\leqq W\sin\phi-H\cos\phi,\quad \mu \text{ は摩擦係数}$$

従つて
$$\frac{H}{W}\leqq\frac{\tan\phi-\mu}{1+\mu\tan\phi}=\tan(\phi-\theta)\cdots\cdots\cdots\cdots(3.1)$$

但し
$$\theta=\tan^{-1}\mu$$

ii）$\psi\leqq 0$　のときは車輪が転がると共にP点は軌条面を滑り上つているから摩擦力は上るのに反抗する方向に働き図で F となる。車輪が乗上らないためには次の式が成立つ。

$$F=\mu(W\cos\phi+H\sin\phi)\geqq H\cos\phi-W\sin\phi$$

従つて
$$\frac{H}{W}\leqq\frac{\tan\phi+\mu}{1-\mu\tan\phi}=\tan(\phi+\theta)\cdots\cdots\cdots\cdots(3.2)$$

上の考えによれば，車軸角0で H/W が不連続にジャンプするという不合理を生ずる。(3.1)，(3.2) 式について数値を計算したのが表—1である。

国鉄で従来採用されてきた脱線係数 Q/P は $\psi=0$ の場合のみを考えていることになる。

2. クリープ理論による修正　A．乗上り条件：軌条を転がる車輪の運動について純粋の転がりのみでなく同時に滑りを起しているときはスリップでなしにクリープという現象として取扱わねばならぬとは F. W. Carter の理論[2] B. S. Cain の実験[3]で明らかにされ吾国でも鉄研松平精氏によつて車輛蛇行動の究明に応用されている。この考えは乗上り現象にも適用されねばならない。

車輪に切線力が働くと図—18 (a) で示すように接触部分では弾性変形を生じている。このとき車輪が転がると

2) On the Action of Locomotives Driving Wheel.,Proc. Roy. Soc. London Series A Voll 112,1926 p.151～157

3) Vibration of Rail and Road Vehicles. 1940，高速台車研究会資料 36，松平精訳

次第に切線力方向にずれる。これをクリープ現象と呼んでいる。今切線力を T, 垂直力を N, クリープ速度を v_c とすれば $T<\mu_s N$ でしかも非常に小さいときでも移動する。転がりをしないときは図の(b)で $T\leqq\mu_s N$ までは $v=0, T>\mu_s N$ で滑り速度に無関係に μ_d は一定である。図の(c)で滑り度 S[4] を考えれば $T/N\propto S$ となることが理論及び実験で分つている。そして $T/N>\mu$ となるとスリップとなる。

1の説明でP点は転がりと同時に滑りを起しているから滑り度は $S=$(クリープ速度)/(転がり速度) となり，クリープ力は Carter の式[2] で表わされる。即ち

$$\text{クリープ力}=K\times\frac{\text{クリープ速度}}{\text{転がり速度}}\times\text{垂直力}\cdots\cdots(3.3)$$

茲で K をクリープ係数と呼んでいる。

クリープ速度を考えるために，図—17で $OB=OC=\gamma$ $OM=x$ とすれば $\Delta BB'M$ と $\Delta CC'M$ に於いて

$B'M/\sin\angle BB'M=C'M/\sin\angle CC'M$ から

$\gamma-x/\sin(\beta-\psi)=\gamma+x/\sin(\beta+\psi)$ 故に $x=\gamma\tan\phi\,\mathrm{an}\,\psi$

又 $\angle POO'=\Theta$ とすれば $\sin\Theta=x/\gamma=\tan\phi\tan\psi$

P点のクリープ速度 v_c は図—17で見るように下方に $\gamma\omega\sin\Theta$ の速度を持ち，且つ円錐は軸方向に $\gamma\omega\tan\psi$ の速度を持つから両者の切線方向の成分の和となり，

$$v_c=\gamma\omega\sin\Theta\sin\phi+\gamma\omega\tan\psi\cos\phi=\gamma\omega\sec\phi\tan\psi$$

転がり速度 v_r は $v_r=\gamma\omega$, ω; 車軸回転速度

故にクリープ力 F_c は (3.3) 式から

$$F_c=K\sec\phi\tan\psi(W\cos\phi+H\sin\phi)\cdots\cdots\cdots\cdots(3.4)$$

W, H 及び F_c の平衡状態では

$$F_c=W\sin\phi-H\cos\phi$$

従つて
$$\frac{H}{W}=\frac{\tan\phi-f}{1+f\tan\phi}\cdots\cdots\cdots\cdots(3.5)$$

但し
$$f=K\sec\phi\tan\psi$$

上式は $-\mu\leqq f\leqq\mu$ の範囲で成り立ちその外では Nadal の式が適用される。

K は (車輪直径)÷(垂直力) の平方根に比例する[2)3)4)] とされているが乗上りの場合は円錐面であるから詳しく研究すべき問題である。また (3.5) 式で K を単なる常数とすることは厳密には正しくないが実用的にはそれでも現象を説明するのに充分だと考える。普通5程度と推定されるので 2〜12 までの数値を与え，ϕ は正規の 57°5′ として計算したのが図—19 である。点線はスリップの範囲に入つたところである。実際は ψ は最大 3° までである。

以上から分ることは乗上りの安全度は最低は Nadal の条件で抑さえられ一般にそれより高い。摩擦係数 μ が大きいと安全度は下るから塗油して小さくする方法[5] は有効であるが，大きい横圧が衝撃的に働くことが実際あるとすれば μ を余り小さくすることは考慮の要がある。

次に平衡が破れて乗上る場合を考える。

表—1

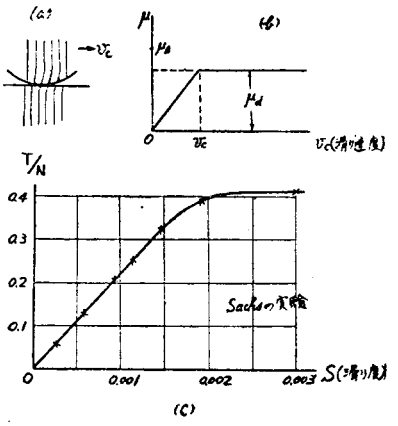
$\frac{H}{W}=\frac{\tan\phi-\mu}{1+\mu\tan\phi}=\tan(\phi-\theta)$, $\frac{\pi}{2}\geqq\phi\geqq\theta$

μ \ φ	90°	85°	80°	75°	70°	65°	57°5′	θ
	∞	11.4	5.67	3.73	2.75	2.14	1.54	
0.40	2.50	1.98	1.61	1.34	1.12	0.94	0.700	21°46′
0.35	2.85	2.22	1.78	1.47	1.22	1.02	0.773	19°19′
0.30	3.33	2.52	1.99	1.62	1.34	1.12	0.849	16°48′
0.25	4.00	2.90	2.24	1.80	1.48	1.23	0.932	14°0′
0.20	5.00	3.42	2.56	2.02	1.64	1.36	1.020	11°10′
0.15	6.66	4.16	2.98	2.30	1.84	1.51	1.130	8°32′
0.10	10.00	5.29	3.55	2.65	2.08	1.68	1.250	5°40′

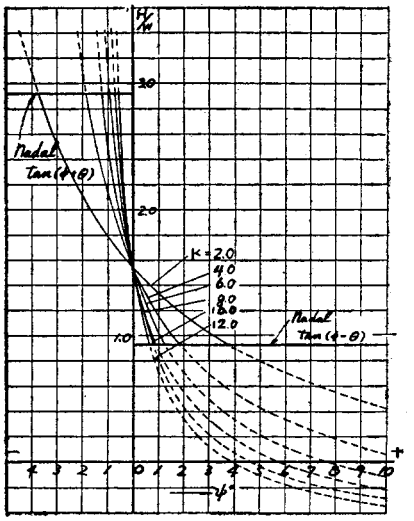
$\frac{H}{W}=\frac{\tan\phi+\mu}{1-\mu\tan\phi}=\tan(\phi+\theta)$, $\frac{\pi}{2}-\theta\geqq\phi\geqq 0$

μ \ φ	80°	75°	70°	65°	57°5′	
0.40	5.67	3.73	2.75	2.14	1.54	90°−θ
0.35				17.9	5.05	68°14′
0.30			31.1	10.0	4.10	70°41′
0.25			17.4	6.86	3.42	73°12′
0.20		59.7	9.57	5.16	2.91	76°0′
0.15		15.5	6.84	4.11	2.51	78°50′
0.10	39.1	9.83	4.93	3.38	2.20	81°28′
0.10	13.3	6.11	3.73	2.86	1.94	84°20′

図—18



図—19



4) 穂坂：転がり摩擦について，機械学会講演会（昭 23.4.2.）応用力学講演会（昭 23.11.14）

5) 高橋：乗上り脱線をする横圧力，交通技術　37号　1949

B. 乗上り速度：H/W が(3.5)式の値を超えると乗上る。H が $H+\Delta H$ に増したときの切線方向乗上り速度を v とすれば

$$\text{クリープ速度}=v_c-v,\quad \text{クリープ力}=\left(f-\frac{Kv}{\gamma\omega}\right)\{W\cos\phi+(H+\Delta H)\sin\phi\}$$

これが切線方向の外力 $\{W\sin\phi-(H+\Delta H)\cos\phi\}$ と釣合うから

$$v=\frac{\Delta H(f\sin\phi+\cos\phi)}{K\{W\cos\phi+(H+\Delta H)\sin\phi\}}\gamma\omega \quad\cdots\cdots(3.6)$$

フランヂの切線方向の長さを l とすれば乗上り時間 T は

$$T=\frac{l}{v} \quad\cdots\cdots(3.7)$$

但し以上の事柄は $-\mu\leqq f-\frac{Kv}{\gamma\omega}\leqq\mu$ でのみ成り立ちそれ以外では乗上り速度は動力学的に解かねばならない。

計算例：

$$W=5\text{ ton},\quad K=8,\quad \phi=57°5',\quad \psi=1°,\quad \gamma=86\text{ cm},\quad \omega=47\text{ rad/sec},\quad l=2.5\text{ cm}$$

とすれば　$f=0.260,\quad H/W=0.92$

今 $\Delta H=0.2H$ となれば　$v=24.0\text{ cm/sec},\quad T=0.11\text{ sec}$

又 $f-\frac{Kv}{\gamma\omega}=0.216$ であるから $\mu>0.216$ ではスリップになる。

C. 車軸の他方車輪の影響：以上は車輪一つに対する輪重と横圧の条件を考えたが，車軸としての乗上り条件は(3.5)式を組合わして容易に導かれる。左右車輪に1,2と番号を付け輪重を W_1, W_2 横圧を H_1, H_2 とする。1車輪は図—16の如くフランヂ面で接して平衡を保つているときは

$$\frac{H_1}{W_1}=\frac{\tan\phi_1-f_1}{1+f_1\tan\phi_1},\quad f_1=K\sec\phi_1\tan\psi,\quad \phi_1;\ \text{フランヂ角}$$

2車輪は踏面で接し且つ H_1 と逆向きの力と釣合うから

$$\frac{H_2}{W_2}=-\frac{\tan\phi_2-f_2}{1+f_2\tan\phi_2},\quad f_2=-K\sec\phi_1\tan\psi,\quad \phi_2;\ \text{踏面角}$$

車軸全体に働く横圧を $2H$ とすれば　$2H=H_1+H_2$

今 $W_1=W_2=W$ のときは

$$\frac{H}{W}=\frac{1}{2}\left(\frac{\tan\phi_1-f_1}{1+f_1\tan\phi_1}-\frac{\tan\phi_2-f_2}{1+f_2\tan\phi_2}\right) \quad\cdots\cdots(3.8)$$

他方車輪は乗上げようとする方向に働くから軸重と横圧で考えると単車輪のみを考えたときの $\frac{1}{2}$ 以下になる。しかし(3.8)式の第2項は普通小さいものである。最も条件の悪いときは H/W は 0.3 位で乗上る。

IV 総　括

軌道横強度理論(I)では軌道に急速な通り狂いが発生する条件を定めるために軌道上の横圧分布は輪重分布に比べてその作用点に集中する傾向が大きいという性質から出発して，横圧が枕木位置に働いたときは直下の枕木が，また枕木中間に働いたときは両側の枕木が夫々滑るための H/W を求めたが，その値は計算で0.4程度である。ところが上の条件では厳しすぎるので本文では更に隣接する枕木を加えたものが滑るまで許されるとした方が実際的であるとした。このときの H/W は普通の場合は0.8程度になる。また軌条の捩れによつて犬釘に働く力の分布を考え最初の犬釘が抜け出すときの横圧を計算すると普通 4 ton 程度になる。

軌道は枕木道床路盤等力学的性質の複雑なものから構成されているので，上に挙げた数値は多数の現場実験の後統計的に決められねばならぬが理論計算からは一応上の通りとなる。

軌道は乗上り横圧まで耐えれば充分であるが，乗上り条件の最悪の場合は H/W は0.3程度である。車輛の動揺性能がこの制限内にあれば軌道も勿論安全である。

脱線事故は乗上りが最も多く次いで犬釘抜けによる軌間拡大そして稀には蛇行動脱線という順序になることは上記からも了解される。

軌道構造上から H/W をもつと大にするには例えば枕木下面に突起を出してそれ自身で横抵抗を有するようにすればよい。H を大にするにはタイプレートと犬釘を適正にすることで可能である。