

て異なるものであつて、大体の標準を示すものである。

〔4〕 結論

通電時間は、材料、配合及び水量、コンクリートの強度状態、気温等を考慮して定めるべきであるが、この試験より得られた大体の標準は前掲 表-11 の通りである。

実際問題として普通の電極配置では、電極附近の最高温度を 50°C 以下とすれば、電極から離れた所では 30°C 位になるから、多くの場合通電時間は 2 日間以上としなければならぬ。

V. 結 言

本報に於ては主として材料学的な問題に関する試験の結果を報告したのであるが、電気養生施工に関しては尙ほ、電気養生コンクリートの長期強度、耐久性、各種構造物に於ける電極配置の問題、これに関連してコンクリート内部の電流密度並びに温度分布、電極附近のコンクリートの温度、所要電力、鉄筋コンクリートの場合の鉄筋の影響及び鉄筋とコンクリートの附着力の問題、従来の方法との経済上の比較等多くの研究事項があり、これらのうち一部実験を終つたものもあるが引続き実験中であつて、これらに関しては追つて報告する積りである。

表-11 最高温度と通電時間

最高温度	通電時間
50°C	} 1 日
40°C	
30°C	2 日
20°C	3 日
10°C	3.5日

木材の曲げ破損法則に就て

正 員 工 博 金 俊 三*

ON LAWS OF FLEXURAL RUPTURE OF WOOD

Dr. Eng., Toshiizo Kon, C. E. Member

Synopsis; Through the experiment the bending failure mechanism was made clear of the materials with such low shearing strength as that of wood.

In this paper are stated results of investigations for

- i) a law covering the relations between bending failure co-efficient and its affecting factor, that is, load and span height ratio,
- ii) limits to span height ratio which determines normal stress distribution and characteristics of shearing failure, in cases of some principal loads, and further stated the author's view of his theory of bending failure with reference to ordinary designing.

要旨 本研究は木材の如き 剪断強の極めて低い 材料の曲げ破損の機構を明かにし、曲げ破損係数とその影響因子たる荷重と スパン-厚さ比との間に存する法則を究明したものである。垂直応力分布と剪断破損の性質を決定するスパン-厚さ比の諸限界に就ても、重要な 2, 3 の荷重の場合に互に論証した。最後にこの破損理論の現行の設計方法に対する立場について著者の所感を述べた。

目 次

諸 言

I 塑性域の剪断応力

- 1. 塑性域における諸関係
- 2. 塑性域における剪断応力
- 3. 塑性域における絶対最大剪断応力の一般条件

II 局部的に分布された等布荷重の場合の塑性域絶対最大剪断応力とその断面位置

III 塑性域剪断曲げ破損の場合の曲げ破損係数

IV 弾性域剪断曲げ破損の場合の曲げ破損係数

V 曲げ破損係数のスパン-厚さ比の諸限界

- 1. 引張強が主因となる曲げ破損係数
- 2. 局部的に分布された等布荷重の場合(垂直応力分布に関する限界, 第1限界)

* 北海道大学教授

Ⅶ 局部的に分布された等布荷重の特殊な場合

1. 全等布荷重の場合
2. 単一集中荷重の場合

結 び

緒 言

曲げを受ける梁の強さは、その梁の荷ひ得る最大曲げ「モーメント」 M_{max} によつて判定せられ、梁の断面係数を W とすると $\sigma_b = M_{max}/W$ となる。 σ_b は曲げ強さを表す量で、普通これを曲げ破損係数 (modulus of rupture) と称してゐるが、この係数は独立量ではなく、材料の種類、断面形、荷重の種類、梁のスパン-厚さ比に著しく影響される。而して木材の様に剪断強さの極めて低い材料では繊維に沿ふ剪断強さが曲げ破損の要因となり、破損に関する最大剪断応力の学説が可成り良好に適用されることをうかがわしめる。本研究は木材を曲げ破損に関して等方性体とみなし、最大剪断応力の仮説に基づき、矩形断面梁に関する曲げ破損の法則を明確にしたものである。尙ほ一部研究に関して日本學術振興会第 11 常置委員会の援助を得たことを附記する。

I 塑性域の剪断応力

1. 塑性域における諸関係

木材の応力-歪曲線は引張と圧縮の場合で著しい相異を示すが(図-1, α -曲線)、解析を簡単にするためにこれを b -曲線で近似的に置換えて表わし得るものと仮定する。斯る仮定のもとでは塑性域の応力分布は図-2の様になり、圧縮側外皮応力は既に圧縮強さ σ_c に達してゐるが、引張側外皮応力は $\sigma_1 \leq \sigma_t$ (σ_t : 引張強さ) なる σ_1 である状態を考ふことが出来る。従つてこの場合の中立軸は λ の高さまで下つてくる。

今
$$\sigma_1 = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \sigma_c$$

であるから $\Sigma H = 0$ の条件から

$$\lambda = \frac{2h - \mu}{2h} \mu \dots\dots\dots(1.1.1)$$

又外力の曲げ「モーメント」を M とすると、 $\Sigma M = 0$ の条件から

$$\frac{M}{b} = \frac{\sigma_c h}{6} (3h - 2\mu) \text{ 但し } b: \text{ 梁の幅} \dots\dots\dots(1.1.2)$$

(2) 式より又

$$\mu = \frac{3\sigma_c - \frac{M}{W}}{2\sigma_c} h \text{ 但し } W = \frac{bh^2}{6} \dots\dots\dots(1.1.3)$$

(3) と (1) とから

$$\lambda = \frac{\left(3\sigma_c - \frac{M}{W}\right) \left(\sigma_b + \frac{M}{W}\right)}{8\sigma_c^2} h \dots\dots\dots(1.1.4)$$

従つて

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_c + \frac{M}{W}}{3\sigma_c - \frac{M}{W}} \sigma_c \dots\dots\dots(1.1.5)$$

この式から

$$\frac{M}{W} = \frac{\sigma_c (3\sigma_1 - \sigma_c)}{\sigma_1 + \sigma_c} \dots\dots\dots(1.1.6)$$

(6) と (3) から

$$\mu = \frac{2\sigma_c}{\sigma_1 + \sigma_c} h \dots\dots\dots(1.1.7)$$

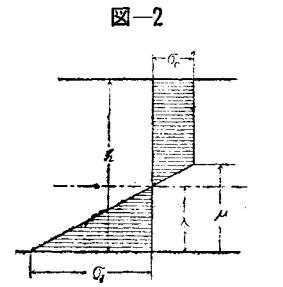
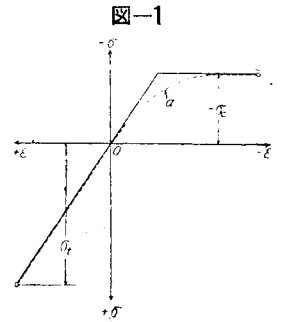
(6) と (4) とから

$$\lambda = \frac{2\sigma_1 \sigma_c}{(\sigma_1 + \sigma_c)^2} h \dots\dots\dots(1.1.8)$$

2. 塑性域における剪断応力

前項によつて垂直応力の断面内分布が既知であるから、剪断応力は弾性学の平衡条件式から求められる理であ

1) 本研究の詳細は北海道大学工学部紀要に発表の予定である。



る。ここでは図-3の中立軸から y の高さにある任意水平断面に沿ふ剪断応力は、その断面から外皮に至る間の垂直応力差量によつて生ずるといふ考え方から出発してみる。今梁の長さの方向を z とし、中立軸から y なる高さで微小長さ δz の水平断面に沿ふ平均剪断応力を τ_m 又 $\delta z \rightarrow 0$ なるときの剪断応力を $\tau (\equiv \tau_{yz})$ とすれば、結局圧縮側で且つ $\mu - \lambda > y > 0$ なる範囲では

$$\tau_m = \frac{\sigma_c}{2} \frac{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}}{(\mu - \lambda)(\mu - \lambda + \delta \mu - \delta \lambda)} y^2 + \sigma_c \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\mu - \lambda + \delta \mu - \delta \lambda} y - \frac{\sigma_c}{2} \left(\frac{\delta \mu}{\delta z} + \frac{\delta \lambda}{\delta z} \right),$$

従つて

$$\tau = \lim_{\delta z \rightarrow 0} \tau_m = \frac{\sigma_c}{2} \frac{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}}{(\mu - \lambda)^2} y^2 + \sigma_c \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\mu - \lambda} y - \frac{\sigma_c}{2} \left(\frac{\partial \mu}{\partial z} + \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right), \quad \left. \begin{array}{l} \text{但し } \mu - \lambda > y > 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (1.2.1)$$

引張側についても同様にして

$$\tau = \frac{\sigma_c}{2} \frac{\frac{\partial \mu}{\partial z} - \frac{\partial \lambda}{\partial z}}{(\mu - \lambda)^2} y^2 - \sigma_c \frac{\frac{\partial \lambda}{\partial z}}{\mu - \lambda} y + \frac{\sigma_c}{2} \frac{2\lambda \mu \frac{\partial \lambda}{\partial z} - \left(\frac{\partial \mu}{\partial z} + \frac{\partial \lambda}{\partial z} \right) \lambda^2}{(\mu - \lambda)^2}, \quad \left. \begin{array}{l} \text{但し } \lambda > y > 0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (1.2.2)$$

以上で明かな様に圧縮側 $(h - \mu)$ なる塑性変形をなしている部分には、荷重の方向が y 方向なる限り剪断応力は作用しないことになる。

$\frac{\partial \mu}{\partial z}, \frac{\partial \lambda}{\partial z}$ を求めるために、先づ (1.1.2) を偏微分して

$$Q = \frac{\partial M}{\partial z} = -\frac{bh}{3} \sigma_c \frac{\partial \mu}{\partial z}$$

$$\therefore \frac{\partial \mu}{\partial z} = -\frac{3Q}{\sigma_c bh} \quad \text{但し } Q: \text{ 剪断力} \dots\dots\dots (1.2.a)$$

(1.1.1) 式より

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \mu} = 1 - \frac{\mu}{h}$$

$$\therefore \frac{\partial \lambda}{\partial z} = \frac{\partial \lambda}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial z} = -\left(1 - \frac{\mu}{h}\right) \frac{3Q}{\sigma_c bh} \dots\dots\dots (1.2.b)$$

従つて (1.2.1) 及 (1.2.2) より

$$\tau = \frac{6Q}{b\mu^3} \left[-y^2 - \frac{h-\mu}{h} \mu y + \frac{\mu^3(2h-\mu)}{4h^2} \right], \quad \text{但し } \mu - \lambda > y > 0 \dots\dots\dots (1.2.3)$$

$$\tau = \frac{6Q}{b\mu^3} \left[-y^2 + \frac{h-\eta}{h} \mu y + \frac{\mu^3(2h-\mu)}{4h^2} \right], \quad \text{但し } \lambda > y > 0 \dots\dots\dots (1.2.4)$$

この断面における τ_{\max} を求むるために (1.2.4) 式よりその距離 y_0 を求めると

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{6Q}{b\mu^3} \left[-2y + \frac{h-\mu}{h} \mu \right] = 0, \quad \text{従つて } y_0 = \frac{h-\mu}{2h} \mu \dots\dots\dots (1.2.c)$$

これを (1.2.4) に代入すると

$$\tau_{\max} = \frac{3Q}{2b\mu} \dots\dots\dots (1.2.5)$$

即ちこの式は圧縮側も弾性域なる場合の最大剪断応力 $\tau_{\max} = \frac{3Q}{2bh}$ の式の h を μ で置き換えた形であり、垂直応力差量の存在する範囲内で断面に沿ふて2次抛物線型で τ が変化する事実は両者の場合に共通である。今現在の問題のときも τ は μ に沿ふて対称的变化をなすであらうか。これを吟味するために (1.2.c) を μ の中央線に関する式に変形する。この中央線に関する τ_{\max} の位置を η_0 とすると、 $\lambda - y_0 = \frac{\mu}{2} - \eta_0$ なる関係があるから、(1.1.1) (1.2.c) を代入して

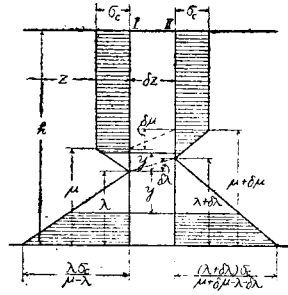
$$\eta_0 = y_0 - \lambda + \frac{\mu}{2} = 0 \dots\dots\dots (1.2.6)$$

又 (1.2.3) (1.2.4) を中央線に関する式に変形すると両式は同形となり

$$\tau = \frac{6Q}{b\mu^3} \left(\frac{\mu^2}{4} - \eta^2 \right) = \frac{3Q}{2b\mu} \left(1 - \frac{4\eta^2}{\mu^2} \right),$$

但し $\eta: \mu$ の中央線よりの距離 $\left(\frac{\mu}{2} > \eta > -\frac{\mu}{2} \right)$ } $\dots\dots\dots (1.2.7)$

図-3



(1.2.5) で明かな様に、今梁の Q が不変であるやうな区間を想像すれば、塑性域では弾性域におけるよりも最大剪断応力が著しく増大するものなること、又同じ塑性域に於ても引張側応力 σ_1 が大きくなるに従つて、(1.7) の結果として最大剪断応力も亦増大するものなることが認められるのである。

3. 塑性域における絶対最大剪断応力の一般条件

弾性域の絶対最大剪断応力は剪断力 Q の最大の断面に生ずることは周知であるが、塑性域では Q, μ 共に変化するものと一般的に考ふるを要するから、結局この場合の絶対最大剪断応力は荷重、材料の強度上の性質、断面の性質等に左右されることになる。この一般条件を求めるために (1.2.5) を偏微分して

$$\frac{\partial}{\partial z} \tau_{\max} = \frac{3}{2b\mu} \left(\frac{\partial Q}{\partial z} - \frac{Q}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial z} \right) = 0$$

$$\therefore \frac{\partial Q}{\partial z} = \frac{Q}{\mu} \frac{\partial \mu}{\partial z} \dots\dots\dots(1.3.1)$$

之に (1.2.a) を代入して

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = - \frac{3Q^2}{\sigma_c b h \mu} \dots\dots\dots(1.3.2)$$

この式の μ に (1.1.3) の関係を入れると、結局

$$\frac{\partial Q}{\partial z} = - \frac{Q^2}{3\sigma_c W - M} \dots\dots\dots(1.3.3)$$

となり、この式は圧縮強さ σ_c なる材料より成る断面係数 W をもつ矩形断面梁の塑性域に於て、曲げ「モーメント」 M 、剪断力 Q なる断面に絶対最大剪断応力が存在するための基本的条件式である。木材では繊維に沿ふ絶対最大剪断応力が剪断曲げ破損の決定的な要素となるから、従つて(1.3.3)はまた木材矩形断面梁の剪断曲げ破損が塑性域で発生するための基本的条件式と称することが出来る。

唯此処で注意すべきは、(1.3.3) 式は木材矩形断面梁の剪断曲げ破損の凡てに対する条件式ではないといふことである。即ち1本の梁に弾性域と塑性域とがある場合に、弾性域の絶対最大剪断応力が塑性域のそれよりも大きくて、従つて弾性域剪断曲げ破損の生ずる場合が荷重や断面の条件によつては起り得るからである。この点に関してはいつれ後節で明らかとなるであらう。

II 局部的に分布された等布荷重の場合の塑性域絶対最大剪断応力とその断面位置

全等布荷重や単一集中荷重の場合は、局部的等布荷重の場合の特殊化で得られるから、この後者の場合に就ての解決を求めるのが賢明である。今図-4で $\xi > \frac{l}{2}$ とすれば

$$ps \frac{\xi}{l} > ps \frac{l-\xi}{l}$$

であるから、条件式 (1.3.3) に代入すべき Q としては

$$Q = ps \frac{\xi}{l} - p(z-a) \dots\dots\dots(2.1.a)$$

$$\therefore \frac{\partial Q}{\partial z} = -p,$$

従つて (1.3.3) はこの場合次のようになる。

$$p = \frac{Q^2}{3\sigma_c W - M} \dots\dots\dots(2.1.1)$$

此の式は s -部分の塑性域で剪断曲げ破損の起こる条件式である。

又 a -部分にも塑性域がある場合に、この部分に絶対最大剪断応力が存在することはないか。若し在りとなれば、 a -部分塑性域で μ が最小なる断面 $z=a$ に存在すべき筈である。しかし、(2.1.1) は a -部分に於ては成立しないことを示してゐる。何となれば、此の部分に関して左辺 $p=0$ なるに拘らず、右辺は 0 でないからである。従つて塑性域絶対最大剪断応力は、梁の全域を通じて s -部分のどこかのみ存在すべきことが明瞭である。

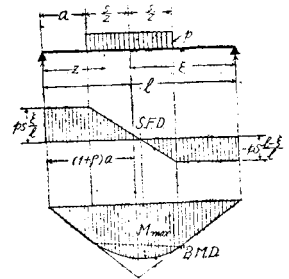
此の断面位置 z_1 を求めるために、 z 点の曲げ「モーメント」は

$$M = ps \frac{\xi}{l} z - \frac{p(z-a)^2}{2} = -\frac{pa^2}{2} + \left(ps \frac{\xi}{l} + pa \right) z - \frac{p}{2} z^2 \dots\dots\dots(2.1.b)$$

(a), (b) 両式を (2.1.1) に代入すると、 z に関する次の2次方程式を得る。

$$z^2 - 2 \left(\frac{ps\xi}{l} + a \right) z + 2 \left(\frac{ps\xi}{l} + a \right)^2 - a^2 - \frac{6\sigma_c W}{p} = 0 \dots\dots\dots(2.1.2)$$

図-4



故に
$$z_1 = \left(\frac{s\xi}{l} + a \right) \left[1 \pm \sqrt{\frac{6\sigma_c W + pa^2}{p \left(\frac{s\xi}{l} + a \right)^2} - 1} \right] \dots\dots\dots (2.1.c)$$

(c) 式を変形するために、最大曲げ「モーメント」を求めると (b) 式から

$$\frac{\partial M}{\partial z} = 0 \quad \therefore z_m = \frac{s\xi}{l} + a = (1+\rho)a, \text{ 但し } \rho = \frac{s\xi}{al} \dots\dots\dots (2.1.d)$$

従つて
$$M_{\max} = \frac{pa^2}{2} \rho (2+\rho) \dots\dots\dots (2.1.e)$$

今我々は $\xi > \frac{l}{2}$ の場合を扱つてゐるのであるから、 $z_m > z_1 > a$ でなければならぬので (c) 式は負号の方を採用すれば、

$$z_1 = \left(\frac{s\xi}{l} + a \right) \left[1 - \sqrt{\frac{3\sigma_c - \frac{M_{\max}}{W}}{\frac{pa^2}{2W} + \frac{M_{\max}}{W}}} \right] = a \left[(1+\rho) - \sqrt{\rho(2+\rho) \left(\frac{3\sigma_c}{\sigma_b'} - 1 \right)} \right], \quad \left. \begin{array}{l} \text{但し } \sigma_b' \equiv M_{\max}/W \end{array} \right\} \dots\dots\dots (2.1.3)$$

後に明かとなる様に如何なる荷重の場合にも、破損の瞬間では $3\sigma_c > \sigma_b'$ なる関係が成立するので、(2.1.3) は常に実数なる z_1 を与える。

従つて断面 z_1 の曲げ「モーメント」は (b) 式より

$$M_{z_1} = \frac{pa^2}{2} \rho (2+\rho) \left(2 - \frac{3\sigma_c}{\sigma_b'} \right) = M_{\max} \left(2 - \frac{3\sigma_c}{\sigma_b'} \right) = (2\sigma_b' - 3\sigma_c) W$$

或は
$$\frac{M_{z_1}}{W} = 2\sigma_b' - 3\sigma_c \dots\dots\dots (2.1.4)$$

従つて (1.1.3) にこの式を代入すると、 z_1 における μ は

$$\mu_{z_1} = \frac{3\sigma_c - \frac{M}{W}}{2\sigma_c} h = \left(3 - \frac{\sigma_b'}{\sigma_c} \right) h \dots\dots\dots (2.1.5)$$

z_1 における Q は (a) に (2.1.3) を代入して

$$Q_{z_1} = pa \sqrt{\rho(2+\rho) \left(\frac{3\sigma_c}{\sigma_b'} - 1 \right)} \dots\dots\dots (2.1.f)$$

絶対最大剪断応力を $\tau_{0\max}$ とすれば、(1.2.5) に (2.1.5)、(f) を代入して次の如くに求められる。

$$\tau_{0\max} = \left[\frac{3Q}{2b\mu} \right]_{z=z_1} = \frac{\alpha\sigma_c \frac{h}{l}}{\sqrt{\rho(2+\rho) \left(\frac{3\sigma_c}{\sigma_b'} - 1 \right)}} \quad \left. \begin{array}{l} \text{但し} \\ \alpha = \frac{l}{2a} = \frac{1}{2 - \frac{2\xi+s}{l}} > 1, \quad \frac{\xi}{l} = \frac{\rho}{\rho + \frac{s}{l}} \left(1 - \frac{s}{2l} \right) \end{array} \right\} \dots\dots\dots (2.1.6)$$

σ_b' は M_{\max} の断面に塑性域の場合でも垂直応力の弾性的分布を仮定したときの最大曲げ応力で、塑性域では実際応力とは全く異なる或る仮定的 (fictitious) な量であつて、一に実用的意味をもつものである。今断面 z_1 で剪断破損を生じた瞬間を考えると、破損に関する最大剪断応力の仮説に従へばこれは梁にとっては剪断曲げ破損を生じたときになるから、材料の繊維に沿ふ剪断強サ τ_b 、曲げ破損係数 σ_b とすれば、その瞬間では

$$\tau_{0\max} = \tau_b, \quad \sigma_b' = \sigma_b \dots\dots\dots (2.1.7)$$

なる関係が成立し、従つて上の (2.1.3) 以下の諸式の $\tau_{0,\max}$ 、 σ_b' は破損の瞬間では (2.1.7) の関係で全部置き換えられることになるのである。

III 塑性域剪断曲げ破損の場合の曲げ破損係数

今の問題の荷重の場合に、塑性域における剪断曲げ破損の瞬間では (2.1.6)、(2.1.7) の関係が同時に成立するから

$$\tau_b = \frac{\alpha\sigma_c \frac{h}{l}}{\sqrt{\rho(2+\rho) \left(\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} - 1 \right)}}, \quad \alpha > 1 \dots\dots\dots (3.1.a)$$

従つて曲げ破損係数の法則はこれより次の如くに誘導される。

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \frac{\alpha^2}{\rho(2+\rho)} \left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b}\right)^2}, \alpha > 1 \dots\dots\dots(3.1.1)$$

即ち荷重の状態，材料の強度上の性質，スパン-厚さ比がこの場合の曲げ破損係数の決定的因子なること，且つ

- (i) 荷重分布率 $\frac{\alpha^2}{\rho(2+\rho)}$ の大なるほど
- (ii) 強度比 σ_c/σ_b の大なるほど
- (iii) スパン-厚さ比 h/l の大なるほど

塑性域剪断曲げ破損に関する曲げ破損係数が著しく低下するものなることを知るのである。又かゝる性質の破損では，如何なる場合でも σ_b が $3\sigma_c$ を超過することは有り得ないので，従つて II-節に於て既述したように， $\tau_{0,max}$ が常に実数で与えられることが確証されるのである。

IV 弾性域剪断曲げ破損の場合の曲げ破損係数

梁の厚さが或る程度大きいときは，弾性域の最大剪断応力が剪断曲げ破損を決定する場合が考えられる。弾性域の絶対最大剪断応力が最大の断面に生ずるから，現在の荷重の場合では(図-4)

$$\tau_{0,max} = \frac{3Q_{max}}{2bh} = \frac{M_{max}}{W} \cdot \frac{\alpha}{2+\rho} \frac{h}{\rho} = \frac{\alpha\sigma_b'}{2+\rho} \frac{h}{l}$$

剪断曲げ破損の瞬間では

$$\tau_b = \frac{\alpha\sigma_b}{2+\rho} \frac{h}{l}, \dots\dots\dots(4.1.1)$$

従つて曲げ破損係数は

$$\sigma_b = \frac{2+\rho}{\alpha} \frac{\tau_b}{h/l}, \dots\dots\dots(4.1.2)$$

即ち縦軸を曲げ破損係数，横軸をスパン-厚さ比とすれば σ_b はこの2軸を漸近線にもつ双曲線型の変化をなし，断面には塑性域が存在しないのであるから材料の圧縮強サ因子 σ_c はこの場合全然破損に関与しないことになる。

V 曲げ破損係数のスパン-厚さ比の諸限界

1. 引張強サが主因となる曲げ破損係数

曲げ破損係数の限界の問題を吟味する前に，曲げ破損係数が最大値をもつたろうと思はれる破損の機構に就て説明を加えて置く必要がある。それは梁が引張応力が主因となつて破損する場合である。即ち梁の厚さがスパンに比して非常に薄いときは，絶対最大剪断応力が剪断強サに達しない以前に塑性域を引張応力が引張強サ σ_t に達することによつて曲げ破損が生じ得る。剪断力の作用しない単純曲げの場合もこれと同一の機構で破損する。この場合の塑性域最大引張応力(即ち絶対最大引張応力)を σ_1 とすれば， σ_1 は(1.1.5)によつて常に最大曲げ「モーメント」の断面に起るのであるから，此のときの曲げ応力度は(1.1.6)によつて

$$\sigma_b' = \frac{3\sigma_1 - \sigma_c}{\sigma_1 + \sigma_c} \sigma_c \dots\dots\dots(5.1.a)$$

従つて引張強サにもとづく曲げ破損の瞬間では

$$\sigma_b = \frac{3r-1}{r+1} \sigma_c, \text{ 但し } r = \sigma_t/\sigma_c \dots\dots\dots(5.1.1)$$

この式が曲げ破損係数の最大値の法則をあらわすもので，その分子は木材では常に正量である。此の場合は剪断強サは曲げ破損には全く関与しないことになる。

2. 局部的に分布された等布荷重の場合

この場合の剪断曲げ破損に就て次の5個の場合が考へられる(図-4 参照)

- (a) a-部分が弾性域で，s-部分に就て塑性域が始めてあらわれる場合
 - (i) a-部分で破損を生ずる場合
 - (ii) s-部分で破損を生ずる場合
- (b) s-部分は勿論塑性域であるが，a-部分に於て塑性域が始めてあらわれる場合
 - (i) a-部分で破損を生ずる場合
 - (ii) s-部分で破損を生ずる場合
- (c) a-部分，s-部分ともに弾性域なる場合(此の場合の剪断曲げ破損は a-部分に生ずる)。

以上の各場合に相当する τ_b, σ_b の法則は前節 III, IV に求めた所で，これを各場合につき列記すれば

表-1

場合	(a)-(i)	(a)-(ii)	(b)-(ii)	(c)
τ_b	(4.1.1)	(3.1.a)	(3.1.a)	(4.1.1)
σ_b	(4.1.2)	(3.1.1)	(3.1.1)	(4.1.2)

(b)-(i)の場合に就て未だ τ_b, σ_b の法則を求めて居らないので、先づこれを求めることとする(図-4参照)。即ちa部分に於ける或る断面で始めて垂直応力が塑性域に達し、その断面が支点から z_1 ($z_1 < a$)の距離にありとすれば、破損の瞬間では

$$z_1\text{-断面の曲げ「モーメント」} = \frac{ps\xi}{l} z_1 = \sigma_c W$$

$$\therefore z_1 = \frac{\sigma_c W l}{ps\xi} = \frac{\sigma_c W}{M_{\max}} \frac{2+\rho}{2} a = \frac{\sigma_c}{\sigma_b} \frac{2+\rho}{2} a$$

然るに $z_1 < a$ なるを要するから

$$\rho < 2 \left(\frac{\sigma_b}{\sigma_c} - 1 \right) \dots\dots\dots (5.2.1)$$

これはa部分に塑性域が存在するための条件式である。而してこの状態でa部分の最大剪断力の生ずる断面は、この部分で μ の最小なる $z=a$ の距離になければならない。従つて

$$M_{z=a} = \frac{ps\xi}{l} a = \frac{2\sigma_b W}{2+\rho}, \quad \left(\frac{M}{W} \right)_{z=a} = \frac{2\sigma_b}{2+\rho} \dots\dots\dots (5.2.a)$$

$$\mu = \frac{3\sigma_c - \left(\frac{M}{W} \right)_{z=a} h}{2\sigma_c} = \frac{3\sigma_c - \frac{2\sigma_b}{2+\rho} h}{2\sigma_c} \dots\dots\dots (5.2.b)$$

$$\therefore [\tau_{\max}]_{z=a} = \left[\frac{3Q}{2b\mu} \right]_{z=a} = \frac{2\sigma_c}{\frac{3\sigma_c(2+\rho)-2}{\sigma_b}} \alpha \frac{h}{l}$$

故に $z=a$ の断面で塑性剪断破損を生ずる条件としては

$$\tau_b = \frac{2\sigma_c}{\frac{3\sigma_c(2+\rho)-2}{\sigma_b}} \alpha \frac{h}{l} \dots\dots\dots (5.2.2)$$

従つてこの場合の曲げ破損の法則は

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c \left(1 + \frac{\rho}{2} \right)}{1 + \alpha \frac{h}{l} \frac{\sigma_c}{\tau_b}} \dots\dots\dots (5.2.3)$$

偕て以下に於て上記の中(c)を除く4種の破損の場合の限界に就いて各別に論ずることとする。

(a)-(i)の場合

この場合では

a部分の最大剪断応力:(4.1.1) $\tau_{b,a} = \frac{\alpha\sigma_b}{2+\rho} \frac{h}{l}$

s部分の最大剪断応力:(3.1.a) $\tau_{b,s} = \frac{\alpha\sigma_c}{\sqrt{\rho(2+\rho)}} \frac{h}{l} \left(\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} - 1 \right)$

a部分で剪断破損するためには $\tau_{b,a} > \tau_{b,s}$ なるを要するから結局

$$\rho > \frac{2 \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_b} \right)^2}{\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} - 1 - \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_b} \right)^2} \dots\dots\dots (5.2.4)$$

このときの曲げ破損法則(4.1.2)を(5.2.4)に代入すれば次の1元2次不等式を得る。

$$-\left(1 + \frac{2}{\rho} \right) \kappa^2 \left(\frac{h}{l} \right)^2 + 3\kappa \left(\frac{h}{l} \right) - 1 > 0 \dots\dots\dots (5.2.c)$$

但し $\kappa = \frac{\sigma_c}{\tau_b} \frac{\alpha}{2+\rho}$

この不等式を解けば、梁のスパン厚さ比の次式の範囲でこの不等式は成立するから、此の場合の応力分布状態におけるa部分剪断破損に帰因する梁の曲げ破損も、この両限界の間で成立することが明らかである。即ち

$$\frac{3 - \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}}}{\left(2 + \frac{4}{\rho} \right) \kappa} < \frac{h}{l} < \frac{3 + \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}}}{\left(2 + \frac{4}{\rho} \right) \kappa}$$

或は

$$\frac{\tau_b}{\sigma_c} \frac{3 - \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}}}{2\alpha} \rho < \frac{h}{l} < \frac{\tau_b}{\sigma_c} \frac{3 + \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}}}{2\alpha} \rho \dots\dots\dots(5.2.5)$$

(5.2.5) の両限界が2個の相異なる実根であるためには

$$\rho > \frac{8}{5} \dots\dots\dots(5.2.6)$$

又 $\rho = \frac{8}{5}$ なるときは実数等根を有し、 $\rho < \frac{8}{5}$ のときは虚根でこの場合今考えてみる性質の曲げ破損は起り得ない。

(5.2.5) の2根は、この間でこの場合の曲げ破損法則(4.1.2)

$$\sigma_b = \frac{2 + \rho}{\alpha} \frac{\tau_b}{\frac{h}{l}}$$

の成立し得べき範囲の上下2限界を示すもので、従つてこの範囲以外では曲げ破損法則(3.1.1)

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \frac{\alpha^2}{\rho(2+\rho)} \left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b}\right)^2}$$

が数学的に成立し得べきことを示してゐる。故に $\rho > \frac{8}{5}$ なるときは σ_b の上の2曲線は2点に於て相交る。
 $\rho = \frac{8}{5}$ のときは2曲線は1点に於てのみ相接触し従つてこの点に於てのみ曲げ破損法則(4.1.2), (3.1.1)は同時に成立し且つそれ以外の点では代つて法則(3.1.1)が成立することになる。 $\rho < \frac{8}{5}$ のときは2曲線は全然相合せず、従つて剪断破損に帰因する曲げ破損に対応する $\frac{h}{l}$ の全域に亘つて法則(3.1.1)のみが支配することになる(図-5)。

図-5

(a)-(ii) の場合

この場合は $\tau_{b,na} < \tau_{b,ss}$ なるを要するから、(5.2.c) に代つて

$$\left(1 + \frac{2}{\rho}\right) \kappa^2 \left(\frac{h}{l}\right)^2 - 3\kappa \left(\frac{h}{l}\right) + 1 > 0$$

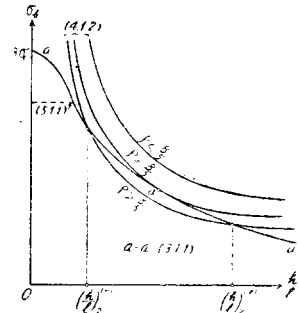
従てかゝる剪断破損は、上式を解いて

$$\frac{h}{l} < \frac{\tau_b}{\sigma_c} \frac{3 - \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}}}{2\alpha} \rho,$$

然らずんば

$$\frac{h}{l} > \frac{\tau_b}{\sigma_c} \frac{3 + \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}}}{2\alpha} \rho, \quad \text{但し } \rho > \frac{8}{5},$$

}(5.2.7)



なる範囲で成立し得ることになる。従てこの範囲で曲げ破損法則(3.1.1)が成立つ。今

$$\frac{\tau_b}{\sigma_c} \frac{3 - \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}}}{2\alpha} \rho \equiv \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}, \quad \text{即ち 第2限界の上限}$$

$$\frac{\tau_b}{\sigma_c} \frac{3 + \sqrt{5 - \frac{8}{\rho}}}{2\alpha} \rho \equiv \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}, \quad \text{即ち 第2限界の下限}$$

とすれば、(5.2.7) の数学的結果の2個の範囲の中で、 $\frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ なる部分に対して今考えてゐる様な性質のs部分の塑性域剪断破損が生じ得るやに就いて力学的吟味を加える必要がある。即ち(5.2.5): $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)} < \frac{h}{l} < \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ なる範囲は、a-部分弾性域、s-部分に塑性域があつて弾性域剪断破損を生ずる領域である。然るに第2限界下限 $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ 以上の $\frac{h}{l}$ をもつ梁に於ては、上記上下両限に挟まれた範囲の $\frac{h}{l}$ をもつ梁よりも、s-部分の垂直応力の塑性化の進行度は低位にあるべき理であるから、(5.2.5) の範囲でも生じ得ないs-部分塑性域剪断破損が

$\frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ の範囲に於て生ずることは不合理である。何となれば塑性化進行度の低位なる断面ほど μ は大なる値をもつからである [(1.1.7) 式参照]。従つてかゝる力学的吟味を通じて、(5.2.7) の2条件中単に数学的に過ぎざる後者の $\frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ なる条件は、之を棄却するを要することとなるのである。

而してこの領域は (5.2.5) の領域よりも、更に α -部分弾性域剪断破損の生じ得る可能性の大きいことは上述の論証から明らかであつて、従つてこの領域に対しては $\rho > \frac{8}{5}$ なる限り (a)-(i) の破損法則 (4.1.2) が支配することとなる。

(b)-(i) の場合

この場合は α -部分に於て既に塑性域があらはれ、従つて α -部分塑性域中 μ の最小なる $z=a$ の断面に塑性域剪断破損のあらはれる場合である。このときの破損法則として (5.2.2), (5.2.3) が適用される。従つて α -部分に塑性域が存在するための条件式 (5.2.1) に (5.2.3) を代入して

$$\frac{h}{l} < \frac{2}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (5.2.8)$$

次に α -部分の最大剪断応力: (5.2.2) $\tau_{b,a} = \frac{2\sigma_c}{3\sigma_c(2+\rho)-2} \alpha \frac{h}{l}$

s -部分の最大剪断応力: (3.1.a) $\tau_{b,s} = \frac{\alpha\sigma_c \frac{h}{l}}{\sqrt{\rho(2+\rho)\left(\frac{3\sigma_c}{\sigma_b}-1\right)}}$

α -部分で剪断破損を生ずる条件として $\tau_{b,a} > \tau_{b,s}$ なるを要し、他方 (5.2.3) より $3\sigma_c/\sigma_b$ を求めてこの条件に代入すれば次の1元2次不等式を得る。即ち

$$\left. \begin{aligned} -\alpha^2\kappa^2\left(\frac{h}{l}\right)^2 + 2\alpha\rho\kappa\left(\frac{h}{l}\right) - \rho^2 > 0 \\ \text{但し } \kappa = \sigma_c/\tau_b \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.2.9)$$

上の条件式は判別式 $D=0$ なるに拘らず $\left(\frac{h}{l}\right)^2$ の係数は負量であるから、 $\frac{h}{l}$ の如何なる値に対しても不等式が成立しない。従つて、この場合のやうな応力分布状態で α -部分の塑性域剪断破損は生じ得ないことが結論される。故に破損法則 (5.2.2), (5.2.3) が支配する $\frac{h}{l}$ の特定範囲は存在し得ない。又 (5.2.8) も成立しない。

以上の事実は (2.1.1) 条件式よりする II-I, の論証と完全に合致するものである。

(b)-(ii) の場合

この場合では

α -部分の最大剪断応力: (5.2.2) $\tau_{b,a} = \frac{2\sigma_c}{3\sigma_c(2+\rho)-2} \alpha \frac{h}{l}$

s -部分の最大剪断応力: (3.1.a) $\tau_{b,s} = \frac{\alpha\sigma_c \frac{h}{l}}{\sqrt{\rho(2+\rho)\left(\frac{3\sigma_c}{\sigma_b}-1\right)}}$

s -部分で剪断破損を生ずるためには $\tau_b > \tau_{b,a}$ なるを要し、従て (3.1.1) より $3\sigma_c/\sigma_b$ を求めてこれに代入すれば次の1元2次不等式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \alpha^2\kappa^2\left(\frac{h}{l}\right)^2 - 2\alpha\rho\kappa\left(\frac{h}{l}\right) + \rho^2 > 0, \\ \text{但し } \kappa = \sigma_c/\tau_b \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.2.10)$$

即ち (5.2.9) の不等号を逆にしたものとなり、これを解いて

$$\frac{h}{l} = \frac{\rho}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \quad (\text{等根}) \dots\dots\dots (5.2.11)$$

なる点以外では、数学的には $\frac{h}{l}$ の如何なる値に対しても ρ に無関係に s -部分の塑性域剪断破損は成立すること

となる。而して(5.2.11)の点では a -部分剪断破損及び s -部分剪断破損が同時に成立し、従つてかゝる剪断破損断面は a -部分及び s -部分の境界になければならぬ。(3.1.1),(5.2.3)両破損曲線は(5.2.11)の点で相接触し、(3.1.1)式がこの場合の剪断曲げ破損法則をあらはすこととなる(図-6)。

垂直応力分布に関する限界

以上に於て求めたのは孰れも破損の瞬間の最大剪断応力の分布条件より求めた曲げ破損係数の諸限界である。従つて同一の曲げ破損法則を共通にもつ(a)-(ii)と(b)-(ii),(a)-(i)と(c)などの法則応用上の相異を更に明確ならしむるためには、垂直応力の分布条件による限界に就て吟味する必要がある。

(a) s -部分に塑性剪断破損を生ずる場合に a -部分に塑性域を生ずる限界条件

垂直応力が a -部分に於て塑性域に達する条件は(5.2.1)により

$$\rho < 2 \left(\frac{\sigma_b}{\sigma_c} - 1 \right),$$

a -部分に塑性域が発生する場合は(b)-(ii)の場合のみが成立し、従つて曲げ破損法則(3.1.1)が支配するから之を上式に代入して

$$\frac{\alpha^2}{\rho} \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b} \right)^2 \left(\frac{h}{l} \right)^2 + \rho - 4 < 0$$

之を解いて

$$-\frac{\sqrt{\rho(4-\rho)}}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c} < \frac{h}{l} < \frac{\sqrt{\rho(4-\rho)}}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c}$$

$\frac{h}{l}$ は常に正量であるから結局次の条件式を得る。

$$\frac{h}{l} < \frac{\sqrt{\rho(4-\rho)}}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c}, \quad \text{但し } \rho < 4 \dots\dots\dots(5.2.11)$$

即ち破損法則(3.1.1)の支配的な領域について、(5.2.11)の規定する範囲は a -部分に既に塑性域を生ずる場合、それ以外の範囲は a -部分は弾性域であつて s -部分に塑性域を生ずる場合である。而して $\rho \geq 4$ のときは a -部分塑性域にして且つ s -部分の塑性剪断破損は起り得ないことになる。

更に(5.2.11)の限界と(5.2.7)の第2限界上限との大小を吟味すれば、結局

$$\left. \begin{array}{l} \rho = 2 \text{ 以外の凡ての値に対し } \left(\frac{h}{l} \right)_2^{(-)} > \frac{\sqrt{\rho(4-\rho)}}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \\ \rho = 2 \text{ に対し } \left(\frac{h}{l} \right)_2^{(-)} = \frac{\sqrt{\rho(4-\rho)}}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \end{array} \right\} \dots\dots\dots(5.2.12)$$

の関係が成立することとなる。(5.2.7)により $\left(\frac{h}{l} \right)_2^{(+),(-)}$ の実存する範囲は $\rho > \frac{8}{5}$ なるを要し、従つて $4 > \rho > \frac{8}{5}$ なる範囲に於て(5.2.12)はrealに成り立ち、限界 $\frac{\sqrt{\rho(4-\rho)}}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c}$ は $\left(\frac{h}{l} \right)_2^{(-)}$ を越えて大きくはならない

(5.2.11)の限界のスパン-厚さ比を

$$\left(\frac{h}{l} \right)_p^{p,e} \equiv \frac{\sqrt{\rho(4-\rho)}}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots(5.2.13)$$

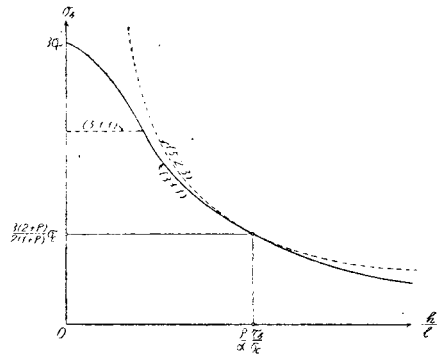
なる記号であらわすこととする。塑性剪断破損の場合の a -部分が弾性域となるか塑性域となるかの限界の意味である。

(b) 弾性剪断破損を生ずる場合に s -部分が弾性域なる限界条件

弾性域剪断破損に基因する曲げ破損法則(4.1.2)の適用される場合は(a)-(i)と(c)と2場合あり、両者は垂直応力の分布条件を異にし、前者は a -部分のみが弾性域なるに対し後者は s -部分も亦弾性域に属する。今 s -部分の全域に亘つて弾性域なる条件としては

$$\frac{M_{\max}}{W} \equiv \sigma_b < \sigma_c$$

図-6



しかし破損法則 (4.1.2) をこれに代入すると

$$\frac{h}{l} > \frac{2+\rho}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (5.2.14)$$

即ち破損法則 (4.1.2) の支配的な領域に就て、(5.2.14) の規定する範囲は α -部分、 s -部分共に弾性域、それ以外の範囲では α -部分は弾性域なるも s -部分に於て塑性域を生ずることを知るのである。而してこの限界のスパン-厚さ比を次の記号であらはすこととする。

$$\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e} \equiv \frac{2+\rho}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (5.2.15)$$

弾性剪断破損の場合の s -部分が弾性域となるか塑性域となるかの限界の意味である。

更に $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$, $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e}$ なる 2 個の限界の大小を吟味すれば結局

$$\rho \leq 2 \text{ ならば, 夫々に対応して } \left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e} \geq \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)} \dots\dots\dots (5.2.16)$$

従て $\rho=2$ を中心とする ρ の大小により $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e}$ は第 2 限界下限を中心として前後に移動することになり、前項の $\left(\frac{h}{l}\right)_p^{p,e}$ と第 2 限界上限との関係とその趣を異にする。尙ほ $\rho=2$ の場合では $\left(\frac{h}{l}\right)_p^{p,e}$, $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e}$ は夫々 $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$, $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ に同時に一致する。

第 1 限界

塑性剪断破損に因る曲げ破損法則 (3.1.1) の値は $\frac{h}{l}$ が小となるに従つて $3\sigma_c$ に漸近し、弾性剪断破損に因る曲げ破損法則 (4.1.2) の値は同じ場合無限に大きくなる。然し孰れの場合に於てもその最大値は、引張強さが主因となる曲げ破損係数を超過すべからざることは V.1 の論証によつて明かで、(5.1.1) は曲げ破損係数の最大値の法則をあらわすものである。スパン-厚さ比の第 1 限界はこの塑性域引張強さに因る曲げ破損法則と塑性或は弾性剪断破損に因る曲げ破損法則との境界の点に相当し、このスパン-厚さ比の限界点を $\left(\frac{h}{l}\right)_1$ を以てあらはすこととする。

先づ引張破損法則と塑性剪断破損法則とに関する第 1 限界を求むるために、(3.1.1), (5.1.1) を等しく置けば

$$\left(\frac{h}{l}\right)_1^p = \sqrt{\frac{\rho(2+\rho)}{3\rho-1}} \frac{2\tau_b}{\alpha\sigma_c}, \text{ 但し } r = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} \dots\dots\dots (5.2.17)$$

となる。又引張破損法則と弾性剪断破損法則とに関する第 1 限界は、(4.1.2), (5.1.1) を等しく置くことにより

$$\left(\frac{h}{l}\right)_1^e = \frac{2+\rho}{\alpha} \frac{r+1}{3r-1} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots (5.2.18)$$

となる。而してこの場合荷重因子 ρ の大小に従つて第 1 限界は上記 2 式の中の孰れかの値をとる。

今 $\left(\frac{h}{l}\right)_1^p$ と $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$ の大小を吟味すると、結局

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)} > \left(\frac{h}{l}\right)_1^p \text{ なるためには } \rho < \frac{2(r+1)^2}{r(10-r)-5} \dots\dots\dots (5.2.19)$$

となり、 ρ がこの条件を充足する限り $\left(\frac{h}{l}\right)_1^p$ が第 1 限界として働き $\left(\frac{h}{l}\right)_1^e$ は働かない。 ρ が (5.2.19) 範囲以外では、 $\left(\frac{h}{l}\right)_1^e$ は働かないで、第 1 限界として $\left(\frac{h}{l}\right)_1^e$ のみが有効に働くことになる。 ρ がこの式の右辺に等しきときは $\left(\frac{h}{l}\right)_1^p$, $\left(\frac{h}{l}\right)_1^e$, $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$ の 3 限界は 1 点に於て相会する。後の 2 個の場合には塑性域剪断破損に因る曲げ破損は全然起り得ないのである。

(5.2.19) の右辺の量は材料に関して定値であるから之を計算して置くのが便利である。このことは (5.2.17) の $(3r-1)$, (5.2.18) の $\frac{r+1}{3r-1}$ に就ても同様である。今 1 例として北海道産エゾマツ、ヤチダモ、ナラに就て著者の行つた実験によれば、その含水率 15% の強度は

樹種	σ_t	σ_c	τ_b
エゾマツ	1056	333	79
ヤチダモ	949	361	116
ナラ	1022	377	153

単位: kg/cm²

であるから、之によつて表-1を得る(但し計算尺)。

表-1

樹種	r	$3r-1$	$\frac{r+1}{3r-1}$	$\frac{2(r+1)^2}{r(10-r)-5}$
エゾマツ	3.17	8.51	0.490	2.085
ヤチダモ	2.63	6.89	0.527	1.83
ナラ	2.72	7.16	0.520	1.87

繰つて(5.2.7)の第2限界上下2限の実存の条件は $\rho > \frac{8}{5}$ であるから、(5.2.19)による第1限界の性質を規定する ρ の限界値は、表-1によつて明かな如く普通の樹種では針葉樹、闊葉樹を通じて第2限界の実存する ρ の範囲内に在ることを知るのである。

又垂直応力に関する限界条件式(5.2.12)乃至(5.2.19)により、

(a) 第1限界 $\left(\frac{h}{l}\right)_1^p$ と第2限界 $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$ とが各別に存在する場合に $\left[\frac{2(r+1)^2}{r(10-r)-5} > \rho > \frac{8}{5}\right]$

(i) $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$, $\left(\frac{h}{l}\right)_p^{p,e}$ 及び $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$, $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e}$ が夫々一致することは ($\rho=2$ の場合), エゾマツでは起り得るがヤチダモ, ナラの類では起り得ない。

(ii) エゾマツでは $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e} < \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ であり得るが, ヤチダモ, ナラの類では常に $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e} > \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ である。

(b) 第1限界 $\left(\frac{h}{l}\right)_1^e$ と第2限界 $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ のみが存在する場合に $\left[\rho > \frac{2(r+1)^2}{r(10-r)-5} > \frac{8}{5}\right]$, 即ち第2限界上

限 $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$ は存在せず, エゾマツでは常に $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e} < \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ なる関係が成立するも, ヤチダモ, ナラの

類では ρ の如何に従つて $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e} > \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ の様に変化する。

などの事実が表-1の数値によつて明白となるのである。尙 $\left(\frac{h}{l}\right)_e^{p,e}$ が第2限界上限 $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$ に一致するといふことは起り得ない。

以上を総合すれば曲げ破損係数曲線は 図-7,8 の如くなる。

図-7

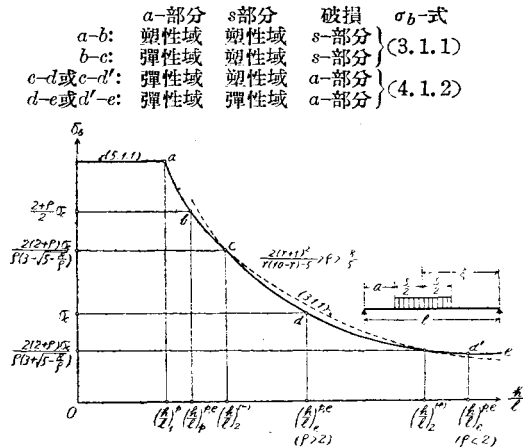
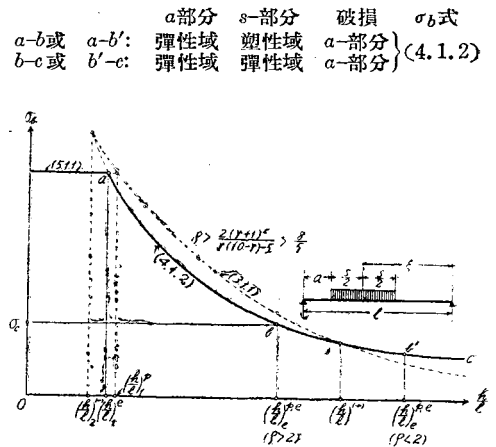


図-8



VI 局部的に分布された等布荷重の特殊な場合

前節の局部的等分布荷重の場合の結果を特殊化すれば、次の2場合の結果が破損の瞬間に対して得られる。

1. 全等布荷重の場合

先づ塑性域剪断破損に対し絶対最大剪断応力の位置

$$z_1 = \frac{l}{2} \left[1 - \sqrt{\frac{3\sigma_c}{\sigma_b}} \right] \dots \dots \dots (6.1.1)$$

$$\tau_b = \frac{\sigma_c \frac{h}{l}}{\sqrt{\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} - 1}} \dots\dots\dots(6.1.2)$$

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(\frac{\sigma_c}{\tau_b}\right)^2} \dots\dots\dots(6.1.3)$$

次に弾性域剪断破損に対し

$$\tau_b = \sigma_b \frac{h}{l} \dots\dots\dots(6.1.4)$$

$$\sigma_b = \frac{\tau_b}{\frac{h}{l}} \dots\dots\dots(6.1.5)$$

この場合の弾性域剪断破損に因る曲げ破損法則 (6.1.5) の適用範囲は

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)} > \frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}, \quad \left. \begin{aligned} \text{但し } \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)} &\equiv \frac{3+\sqrt{5}}{2} \frac{\tau_b}{\sigma_c} = 2.618 \frac{\tau_b}{\sigma_c}, \quad \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)} \equiv \frac{3-\sqrt{5}}{2} \frac{\tau_b}{\sigma_c} = 0.382 \frac{\tau_b}{\sigma_c} \end{aligned} \right\} \dots\dots(6.1.6)$$

$\frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ なる範囲は、塑性剪断に因る曲げ破損法則(6.1.3)の発生の数学的可能的部分であるが、前項 2、

(a)-(ii) の論証と同様の理由に従つてこれを棄却し、この範囲には矢張り法則 (6.1.5) を適用せしめる。 $\frac{h}{l} <$

$\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)}$ は勿論 (6.1.3) を適用すべき範囲である。

次に引張曲げ破損法則 (5.1.1) と塑性剪断曲げ破損法則 (6.1.3) とに関する第1限界は

$$\left(\frac{h}{l}\right)_1^p = \frac{2}{\sqrt{3r-1}} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots(6.1.7)$$

同じく (5.1.1) と弾性剪断曲げ破損法則 (6.1.5) とに関する第1限界は

$$\left(\frac{h}{l}\right)_1^e = \frac{r+1}{3r-1} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots(6.1.8)$$

この2種の第1限界の適用性を決定する目的で、 $\left(\frac{h}{l}\right)_1^p, \left(\frac{h}{l}\right)_1^e$ の大小を吟味すると普通の樹種では

$$\sqrt{3r-1} < 3 + \sqrt{5} = 5.236 \quad \text{なる関係が成立し、}$$

樹種	$\sqrt{3r-1}$	従つて常に	$\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(-)} < \left(\frac{h}{l}\right)_1^p \dots\dots\dots(6.1.9)$
エゾマツ	2.917		
ヤチダモ	2.625		

であることを知る。

従つて全等布荷重の場合には $\left(\frac{h}{l}\right)_1^e$ が第1限界として働くことになり、この第1限界より $\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ までと $\frac{h}{l} > \left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)}$ との2領域に亘つて曲げ破損法則 (6.1.5) が共通に支配することとなる。

次に全長に亘り垂直応力分布が弾性域にあるのに剪断曲げ破損を生ずる限界を求めると (6.1.5) により

$$\sigma_b = \frac{\tau_b}{h/l} = \sigma_c \quad \therefore \left(\frac{h}{l}\right)_{p,e} = \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots(6.1.10)$$

$\frac{h}{l}$ がこの限界値より小なるときは1部分に塑性域を存しつゝ大なるときは塑性域皆無の状態剪断曲げ破損を生じ、且つ破損断面は (6.1.5) 適用の範囲では常に支点上にあり、(6.1.3) を代入して得らるる(6.1.1) z_1 の位置には生じない。

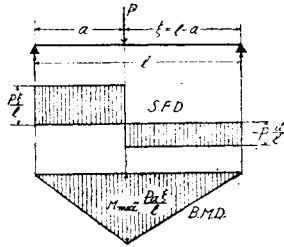
この場合に有効な上記3限界の大小を吟味すれば、常に

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2^{(+)} > \left(\frac{h}{l}\right)_{p,e} > \left(\frac{h}{l}\right)_1^e \dots\dots\dots(6.1.11)$$

なる関係が存在する。以上を総合すれば、この場合の曲げ破損係数曲線は 図-9 の如くなる。

2. 単一集中荷重の場合(図-10)

図-10



塑性域剪断破損に対し

$$z_t = a \dots\dots\dots(6.2.1)$$

$$\tau_b = \frac{\alpha \sigma_c \frac{h}{l}}{\frac{3\sigma_c}{\sigma_b} - 1}, \alpha > 1 \dots\dots\dots(6.2.2)$$

$$\sigma_b = \frac{3\sigma_c}{1 + \alpha \frac{h}{l} \frac{\sigma_c}{\tau_b}}, \alpha > 1 \dots\dots\dots(6.2.3)$$

中央単一集中荷重に対して $\alpha=1$ となる。

又弾性域剪断破損に対し

$$\tau_b = \frac{\alpha}{2} \frac{h}{l} \sigma_b \dots\dots\dots(6.2.4)$$

$$\sigma_b = \frac{2\tau_b}{\alpha \frac{h}{l}} \dots\dots\dots(6.2.5^*)$$

次に第2限界 $(\frac{h}{l})_2$ を求むる目的で、塑性域剪断破損の条件 $\tau_{b,p} > \tau_{b,e}$ に夫々(6.2.2), (6.2.4)を代入すれば、この条件は

$$\sigma_b > \sigma_c \dots\dots\dots(6.2.a)$$

となり、従つて $(\frac{h}{l})_2$ と弾性及び塑性2様の剪断破損の限界 $(\frac{h}{l})_{p,e}$ とはこの荷重の場合には一致することになる。破損法則(6.2.3)を(6.2.a)に代入すれば第2限界は次の如くなる。

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2 = \left(\frac{h}{l}\right)_{p,e} = \frac{2}{\alpha} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots(6.2.6)$$

最後に第1限界を決めるために、(5.1.1)と(6.2.3)とを等しく置けば

$$\left(\frac{h}{l}\right)_1 = \frac{4}{\alpha(3r-1)} \frac{\tau_b}{\sigma_c} \dots\dots\dots(6.2.7)$$

而して常に

$$\left(\frac{h}{l}\right)_2 > \left(\frac{h}{l}\right)_1 \dots\dots\dots(6.2.8)$$

なる関係が成り立つ。

以上を総合すれば単一集中荷重の場合の曲げ破損法則の曲線は図-11の如くなる。

結 び

木材には直交異方性があり、針葉樹は闊葉樹よりも異方性が強い。然し木取りの方法に注意すれば破損試験の結果

図-9

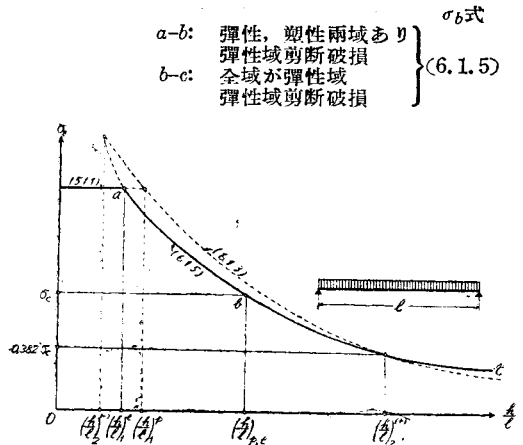
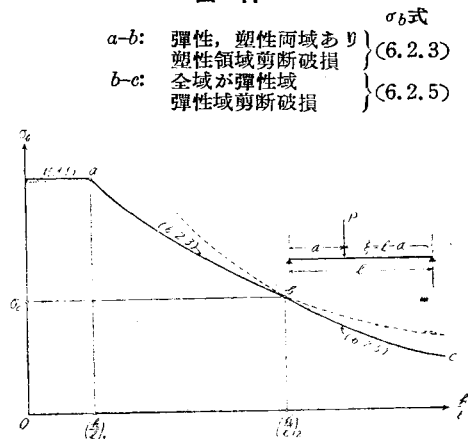


図-11



*) $\alpha=1$ の場合につき宮城孝氏の研究がある：造船協会雑誌，昭和18年9月，垂直應力分布の限界条件は論じられてゐない。

は非常に良く集中的になり、曲げ破損に関して木材は等方性体に関する敘上の理論に乗る。

2, 3 の樹種について単一集中荷重と全等布荷重の場合に著者が行つた実験によれば、その結果は理論と良く合ふことを認める。断面の大きな梁などでは異方性を考慮して木取することは困難となるので、勢ひ所謂積層材の方法が問題となり、この場合矢張り敘上の理論に乗せて差支ないものと思ふ。

尙 2, 3 の重要と思はれる点を挙げると

- (i) 第1限界より薄い曲げの部材を設計すべきこと。撓ミの関係でこの限界より厚い部材を設計するときには、法則に従つて許容応力度を過減すべきこと。且つこの第1限界は材料により又荷重によつて特異なること。
- (ii) 普通に行はれてゐる中央単一集中荷重によつて得られた許容応力度を掲ぐる方法は、第1限界以上の厚さをもつ梁の場合では設計上如何なる指示をも与え得ないものであるといふこと。著者は寧ろ独立強度 $\sigma_t, \sigma_c, \tau_b$ と破損法則とを掲ぐる方法の合理的なるを採りたいと思ふ。
- (iii) 連行静荷重の場合は等値等布荷重に換算して全等布荷重に関する理論を適用して近似的に可なること。しかしこれは今少しく検討の要がある。
- (iv) この研究の理論は単純梁に遡るもので、他の例えば連続梁の如き構造では他の破損法則を有し、従つて許容応力度も変るものと思ふ。
- (v) 材料の剪断応力破損に関しては、直ちに剪断主応力の仮設を想起させるが、剪断主応力は繊維方向に対して傾斜し、この方向に於ける木材の剪断抵抗は非常に大きい。従つてこの材料の剪断曲げ破損の決定的応力要素は、繊維に沿ふ絶対最大剪断応力であると見られ、この事實は単一集中荷重（位置を変化せしめたる）及び全等布荷重等による著者のこれまでの実験結果が、良く本研究の理論と合致することによつても確認され得るのである。

垂直荷重を受ける変断面矩形版の解法

正員 成岡昌夫*

ON THE SOLUTION OF A VERTICALLY LOADED RECTANGULAR PLATE WITH VARIABLE FLEXURAL RIGIDITY

Masao Naruoka, C.E.Member

Synopsis On the assumption that a rectangular slab is divided into a proper number of sections and the rigidity in the same section is approximately uniform, the author worked out a method of approximate calculation of the deflection, bending moment, etc. by using the slope deflection formula which had been introduced by him for a rectangular slab under vertical load.

要旨 変断面矩形版を適当な数に分割し、分割された区間内に於ては剛度を近似的に一定と見做すことに依り、さきに著者の誘導した垂直荷重を受ける矩形版に対する撓角法公式を用いて、撓ミ、曲げモーメント等を近似的に計算する方法を述べたものである。

1. 緒言

変断面矩形版の撓ミの微分方程式は次の通りである。

$$N \Delta \Delta w + 2 \frac{\partial N}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \Delta w + 2 \frac{\partial N}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \Delta w + \Delta N \cdot \Delta w - (1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 N}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right\} = p(x, y) \dots\dots\dots (1)$$

但し $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $N =$ 版剛度

* 京都大学助教授