参 照 文 献
（1） R.Saliger, Der Eisenbeton. 1925 年 101 頁
（2） 谷口忠，外2名，高熱を受けたるモルタル，コンクリート及び鉄筋コンクリートの強度に関する研究 建築学会論文集，昭和 10 年4月
（3） 材料研究会編，工業材料便覧，昭和 19 年 569 頁
（4） 内田祥文，建築と火災，昭和 17 年 90 頁
（5） 谷口忠，外1名，火熱せられる鉄筋コンクリート版及び墻体の表面温度並にその温度傳導に関する研究，建築学会論文集，第 13 号 昭和 14 年4月

軌道の横強度理論（I）

正員 佐 藤 裕*

ON THE LATERAL STRENGTH OF THE RAILWAY TRACK

Yutaka. Sato, C. E. Member

Synopsis; When the lateral wheel pressure acts on the track, it produces lateral bending and torsion in the rail. In the lateral bending, the author clarified that the action of the lateral pressure on the track had the tendency highly concentrating near the acting point, and determined the condition producing the rapid course deflection of the track. In the torsion, he determined the limitting lateral pressure by which the dog-spike yields up from the cross-tie. Discussion was made about the dynamical property of rail torsion. Further calculation was made about the deformation and he compared it with the simpler one.

梗 概

車輪横圧によつて軌道に生ずる変形は軌条の横方向の撓ミと捩レである。軌条の横撓ミでは道床の dilatancy によつて横圧がその作用点に集中して働く傾向が大であることを示し，急速な軌道通り狂いの発生する条件を求めた。軌条の捩レでは各犬釘に働く力の割合を考え犬釘が抜け出す条件を求めた。次に動的横圧による軌条捩レ振動を解き列車の実用速度の範囲では共振や波動が生じないことを示した。更に変形についての詳しい解法を行つて近似解法によるものと比較した。

目 次

I 緒 言

従来，軌道は車輛の横圧に対して何等強度不足のないものとされて，専ら輪重に対する強度のみを云々してきた。ところが国鉄に於ては十数年前から原因不明の途中脱線事故が続発し，その状況は車輛の蛇行動によつて，軌道が横方向に破壊されたらしい形跡が認められた。此の種の重大事故原因を究明するためには軌道の横強度を検討することが急務となつた。ところがこれについては詳しく取扱われた例がないので先づ基礎理論から組立てることが必要となつた。

今図—1（次頁）に示すように輪重Wと横圧Hが働くとき，軌条底は犬釘で押さえられているから変形はHによる軌条横撓ミとMによる捩レとに分けられる。

* 日本國有鉄道 鉄道技術研究所 軌道研究室

II　静的強度

1 軌條の横撓ミ

こゝでは急速な軌道通り狂いの発生条件を求める。輪重による軌条撓ミを論ずる際は枕木を支点とする連続梁とし，且各支点は同一の弾性を持つとして取扱う。ところが横圧の場合は，支点としての枕木は実験的に次の性質があることが判つた。即ち敷設されている枕木一丁を犬釘を抜いて軌条から離し，軌条位置に一定の圧力を加えながら横に引張つて変位を測ると図—2 の如くなる。此の実験から道床も所謂粒体の dilatancy といふ性質があることが判る。即ち支点の横方向の性質は次の如くである。

i）枕木は横方向にも弾性的な抵抗をうける。

ii）支点の横弾性は上からの圧力が大きいと強くなる。

iii）横からの力が或る限度を越すと枕木は滑動する。

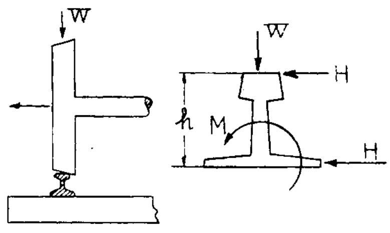
軌道上の横圧分布は作用点に集中する傾向が大きいのは軌条の横方向の断面２次能率が小さいことも一つの原因であるが，支点枕木の上記性質が大きい原因となる。

枕木が滑動しない範囲では横弾性を大体一定であるとして，k_i を「軌条支承体横変位係数」と名付ける。又図—3 で k_i と P_i が比例するときの係数を ε とすれば

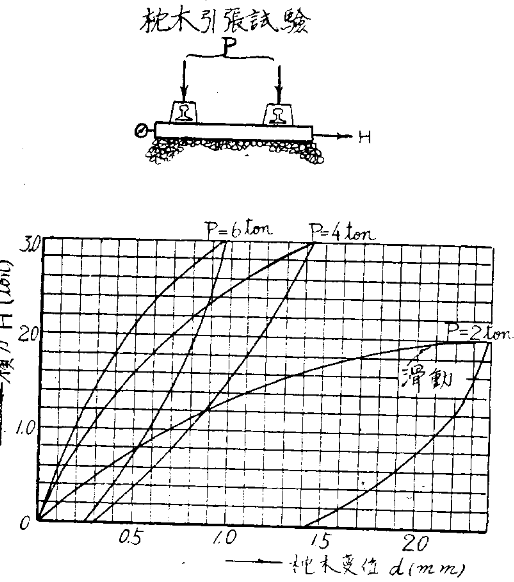
$$k_i=\varepsilon P_i \quad\cdots\cdots(1)$$

輪重に対して軌条圧力が正でない支点では横弾性は零になる故，その先は無視して軌条横撓ミを取扱う。従つて軌道係数の値如何によつて，枕木 2丁〜9丁 までの算式を夫々使う。軌条横変位，横圧力，曲ゲモーメントは３連モーメントの式から求められる。図—4 の符号によつて

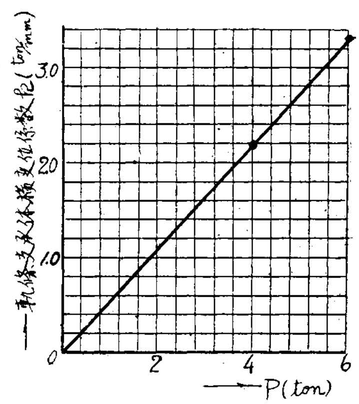
図—1



図—2



図—3



$$M_{n-1}+4M_n+M_{n-1}=-\frac{6EJ_0}{a^2}(z_{n-1}-2z_n+z_{n+1})-W_na(\alpha_n-3\alpha_n{}^2+\alpha_n{}^3)$$
$$-W_{n-1}a(\alpha_{n-1}-\alpha_{n-1}{}^2)\cdots\cdots(2)$$

輪重 W に対する軌条圧力は堀越博士の理論[(1)]によつて

$P_i=f_I(\gamma)_iW$　　Wが枕木上

$P_i=F_I(\gamma)_iW$　　Wが枕木中間　　$i=1,2,3,\cdots\cdots$

但し　$\gamma=\dfrac{6EJ_0}{a^3D}$：軌道係数

E：軌条のヤング率

J_0：軌条断面２次能率

D：軌条支承体沈下係数

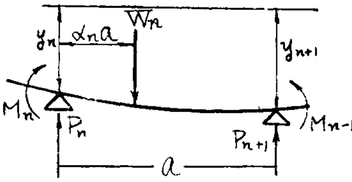
（1）式から軌条支承体横変位係数は

$$\left.\begin{array}{lll} k_i=\varepsilon f_{Ii}W & W\text{（従つて}H\text{も）が枕木上} & \\ k_i=\varepsilon F_{Ii}W & W\text{が枕木中間} & i=1,2,3, \end{array}\right\}\cdots\cdots(3)$$

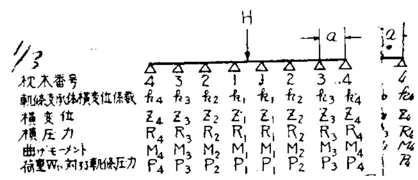
今　$\gamma_H=\dfrac{\varepsilon}{\beta}=\dfrac{a^3\varepsilon}{6EI_y}$,

但し　$\beta=\dfrac{6EI_y}{a^3}$，I_y：鉛直軸周りの断面２次能率，を，「軌道第２係数」と呼び，γ を軌道第１係数とする。

図—4



図—5



（1）業務研究資料 19 巻 23 號

1）横圧Hが枕木位置に働くときの算式：符号は図―5に示す。解法は論文[1]と類似的に $R_i=k_iz_i$ を用いて行う。簡単のため $f_I(\gamma)_i$ を f_i とし k_i,k_j,k_e……を k_{ije}……と書く。

枕木 3丁　$\gamma=0.1\sim0.7$ のとき

$$R_1=\varphi_{11}H,\quad R_2=\varphi_{12}H \qquad\cdots\cdots(5)$$

$$\varphi_{11}=k_1(2k_2+\beta)/\Delta_1=(g_{11}+g_{12}\gamma_H W)/\Delta_1$$

$$\varphi_{12}=k_2\beta/\Delta_1=g_{21}/\Delta_1$$

$$\Delta_1=2k_{12}+\beta(k_1+2k_2)=g_{01}+g_{02}\gamma W_H$$

$$g_{11}=f_1\quad g_{12}=2f_1f_2\quad g_{21}=f_2\quad g_{01}=f_1+2f_2\quad g_{02}=2f_1f_2$$

枕木 5丁　$\gamma=0.8\sim3$ のとき

$$R_1=\varphi_{11}H,\quad R_2=\varphi_{12}H,\quad R_3=\varphi_{13}H \qquad\cdots\cdots(6)$$

$$\varphi_{11}=k_1\{7k_{23}+\beta(2k_2+16k_3)+\beta^2\}/\Delta_1=(g_{11}+g_{12}\gamma_H W+g_{13}\overline{\gamma_H W}^2)/\Delta_1$$

$$\varphi_{12}=k_2(11k_3+\beta)\beta/\Delta_1=(g_{21}+g_{22}\gamma_H W)/\Delta_1$$

$$\varphi_{13}=k_3(-3k_2+\beta)\beta/\Delta_1=(g_{31}+g_{32}\gamma_H W)/\Delta_1$$

$$\Delta_1=7k_{123}+\beta(2k_{12}+16k_{13}+16k_{23})+\beta^2(k_1+2k_2+2k_3)$$
$$=g_{01}+g_{02}\gamma_H W+g_{03}\overline{\gamma_H W}^2$$

$$g_{11}=f_1,\quad g_{12}=f_1(2f_2+16f_3),\quad g_{13}=7f_1f_2f_3$$

$$g_{21}=f_2,\quad g_{22}=11f_2f_3,\quad g_{31}=f_3,\quad g_{32}=-3f_2f_3$$

$$g_{01}=f_1+2f_2+2f_3,\quad g_{02}=2f_1f_2+16f_1f_3+16f_2f_3,\quad g_{03}=7f_1f_2f_3$$

枕木 7丁　$\gamma=4\sim11$

$$R_1=\varphi_{11}H\quad R_2=\varphi_{12}H\quad R_3=\varphi_{13}H\quad R_4=\varphi_{14}H \qquad\cdots\cdots(7)$$

$$\varphi_{11}=k_1\{26k_{234}+\beta(7k_{23}+44k_{24}+80k_{34})+\beta^2(2k_2+16k_3+54k_4)+\beta^3\}/\Delta_1$$
$$=(g_{11}+g_{12}\gamma_H W+g_{13}\overline{\gamma_H W}^2+g_{14}\overline{\gamma_H W}^3)/\Delta_1$$

$$\varphi_{12}=k_2\{46k_{34}+\beta(11k_3+46k_3)+\beta^2\}\beta/\Delta_1=(g_{21}+g_{22}\gamma_H W+g_{23}\overline{\gamma_H W}^2)/\Delta_1$$

$$\varphi_{13}=k_3\{-18k_{24}+\beta(-3k_2+26k_4)+\beta^2\}\beta/\Delta_1=(g_{31}+g_{32}\gamma_H W+g_{33}\overline{\gamma_H W}^2)/\Delta_1$$

$$\varphi_{14}=k_4\{3k_{23}+\beta(-6k_2-12k_3)+\beta^2\}\beta/\Delta_1=(g_{41}+g_{42}\gamma_H W+g_{43}\overline{\gamma_H W}^2)/\Delta_1$$

$$\Delta_1=26k_{1234}+\beta(7k_{123}+44k_{124}+80k_{134}+62k_{234})+\beta^2(2k_{12}+16k_{13}+54k_{14}+16k_{23}+80k_{24}+28k_{34})+\beta^3(k_1+2k_2$$
$$+2k_3+2k_4)$$
$$=g_{01}+g_{02}\gamma_H W+g_{03}\overline{\gamma_H W}^2+g_{04}\overline{\gamma_H W}^3$$

$$g_{11}=f_1\quad g_{12}=f_1(2f_2+16f_3+54f_4),\quad g_{13}=f_1(7f_2f_3+44f_2f_4+80f_3f_4),\quad g_{14}=26f_1f_2f_3f_4$$

$$g_{21}=f_2,\quad g_{22}=f_2(11f_3+46f_4),\quad g_{23}=46f_2f_3f_4,$$

$$g_{31}=f_3,\quad g_{32}=f_3(-3f_2+26f_4),\quad g_{33}=-18f_2f_3f_4,$$

$$g_{41}=f_4,\quad g_{42}=f_4(-6f_2-12f_3),\quad g_{43}=3f_2f_3f_4$$

$$g_{01}=f_1+2f_2+2f_3+2f_4\quad g_{02}=2f_1f_2+16f_1f_3+54f_1f_4+16f_2f_3+80f_2f_4+28f_3f_4$$

$$g_{03}=7f_1f_2f_3+44f_1f_2f_4+80f_1f_3f_4+62f_2f_3f_4,\quad g_{04}=26f_1f_2f_3f_4$$

枕木 9丁　$\gamma=12\sim15$ のとき

$$R_1=\varphi_{11}H,\quad R_2=\varphi_{12}H,\quad R_3=\varphi_{13}H,\quad R_4=\varphi_{14}H,\quad R_5=\varphi_{15}H \qquad\cdots\cdots(8)$$

$$\varphi_{11}=k_1\{97k_{2345}+\beta(26k_{234}+160k_{235}+232k_{245}+304k_{345})+\beta^2(7k_{23}+44k_{24}+135k_{25}+80k_{34}+448k_{35}+351k_{45})$$
$$+\beta^3(2k_2+16k_3+54k_4+128k_5)+\beta^4\}/\Delta_1$$
$$=(g_{11}+g_{12}\gamma_H W+g_{13}\overline{\gamma_H W}^2+g_{14}\overline{\gamma_H W}^3+g_{15}\overline{\gamma_H W}^4)/\Delta_1$$

$$\varphi_{12}=k_2\{173k_{345}+\beta(46k_{34}+272k_{35}+222k_{45})+\beta^2(11k_3-46k_4-57k_5)+\beta^3\}\beta/\Delta_1$$
$$=(g_{21}+g_{22}\gamma_H W+g_{23}\overline{\gamma_H W}^2+g_{24}\overline{\gamma_H W}^3)/\Delta_1$$

$$\varphi_{13}=k_3\{-72k_{245}+\beta(-18k_{24}-90k_{25}+115k_{45})+\beta^2(-3k_2+26k_4+88k_5)+\beta^3\}\beta/\Delta_1$$
$$=(g_{31}+g_{32}\gamma_H W+g_{33}\overline{\gamma_H W}^2+g_{34}\overline{\gamma_H W}^3)/\Delta_1$$

$$\varphi_{14}=k_4\{18k_{234}+\beta(3k_{23}-72k_{25}-72k_{35})+\beta^2(-6k_2-12k_3+47k_5)+\beta^3\}\beta/\Delta_1$$
$$=(g_{41}+g_{42}\gamma_H W+g_{43}\overline{\gamma_H W}^2+g_{44}\overline{\gamma_H W}^3)/\Delta_1$$

$$g_{15}=k_5\{-3k_{234}+\beta(6k_{23}+24k_{24}+12k_{34})+\beta^2(-9k_2-24k_3-27k_4)+\beta^3\}\beta/\Delta_1$$
$$=(g_{51}+g_{52}\gamma_H W+g_{53}\overline{\gamma_H W}^2+g_{54}\overline{\gamma_H W}^3)/\Delta_1$$

$\Delta_1=97k_{12345}+\beta(26k_{1234}+160k_{1235}+232k_{1245}+304k_{1345}+184_{2345})+\beta^2(7k_{123}+44k_{124}+135k_{125}+80k_{134}+448k_{135}$

$+351k_{145}+62k_{234}+472k_{235}+544k_{245}+110k_{345})+\beta^3(2k_{12}+16k_{13}+54k_{14}+128k_{15}+16k_{23}+80k_{24}+228k_{24}$

$+28k_{34}+128k_{35}+40k_{45})+\beta^4(k_1+2k_2+2k_3+2k_4+2k_5)$

$=g_{01}+g_{02}\gamma_H W+g_{03}\overline{\gamma_H W}^{2}+g_{04}\overline{\gamma_H W}^{3}+g_{05}\overline{\gamma_H W}^{4}$

$g_{11}=f_1,\quad g_{12}=f_1(2f_2+16f_3+54f_4+128f_5),$

$g_{13}=f_1(7f_2f_3+44f_2f_4+135f_2f_5+80f_3f_4+448f_3f_5+351f_4f_5),$

$g_{14}=f_1(26f_2f_3f_4+160f_2f_3f_5+232f_2f_4f_5+304f_3f_4f_5),\quad g_{15}=97f_1f_2f_3f_4f_5,$

$g_{21}=f_2,\quad g_{22}=f_2(11f_3+46f_4-57f_5),$

$g_{23}=f_2\ (46f_3f_4+272f_3f_5+222f_4f_5),\quad g_{24}=173f_2f_3f_4f_5,$

$g_{31}=f_3,\quad g_{32}=f_3(-3f_2+26f_4+88f_5),\quad g_{33}=f_3(-18f_2f_4-90f_2f_5+115f_4f_5)g_{34}=-72f_2f_3f_4f_5,$

$g_{41}=f_4,\quad g_{42}=f_4(-6f_2-12f_3+47f_5),\quad g_{43}=f_4(3f_2f_3-72f_2f_5-72f_3f_5),\quad g_{44}=18f_2f_3f_4f_5,$

$g_{51}=f_5,\quad g_{52}=f_5(-9f_2-24f_3-27f_4),\quad g_{53}=f_5(6f_2f_3+24f_2f_4+12f_3f_4),\quad g_{54}=-3f_2f_3f_4f_5,$

$g_{01}=f_1+2f_2+2f_3+2f_4+2f_5,$

$g_{02}=2f_1f_2+16f_1f_3+54f_1f_4+128f_1f_5+16f_2f_3+80f_2f_4+228f_2f_5+28f_3f_4+128f_3f_5+40f_4f_5,$

$g_{03}=7f_1f_2f_3+44f_1f_2f_4+135f_1f_2f_5+80f_1f_3f_4+448f_1f_3f_5+351f_1f_4f_5+62f_2f_3f_4,$

$g_{04}=26f_1f_2f_3f_4+160f_1f_2f_3f_5+232f_1f_2f_4f_5+304f_1f_3f_4f_5+184f_2f_3f_4f_5,$

$g_{05}=97f_1f_2f_3f_4f_5$

表—1

γ	g_{01}	g_{02}	g_{03}	$g_{04}\times10^6$	$g_{05}\times10^8$		g_{21}	g_{22}	$g_{23}\times10^6$	$g_{24}\times10^8$		$g_{41}\times10^6$	$g_{42}\times10^8$	$g_{43}\times10^6$	$g_{44}\times10^8$
1	1.06	0.631	0.012				0.253	0.055							
2	1.07	0.798	0.040				0.256	0.138							
3	1.07	0.961	0.052				0.255	0.194							
4	1.06	1.08	0.062	13			0.253	0.236	57			55	[illegible]	0.34	
5	1.07	1.42	0.122	17			0.249	0.356	82			18	-202	5.31	
6	1.07	1.69	0.173	31			0.265	0.425	125			140	-372	10.2	
7	1.07	1.92	0.214	43			0.262	0.692	224			194	-522	14.6	
8	1.07	2.09	0.252	53			0.239	0.545	286			241	-657	18.5	
9	1.07	2.26	0.278	61			0.236	0.597	340			283	-776	22.2	
10	1.07	2.37	0.302	69			0.233	0.635	390			320	-885	25.4	
11	1.07	2.47	0.323	74			0.230	0.665	432			353	-978	28.3	
12	1.06	2.56	0.339	79			0.228	0.695	472			382	-1060	30.6	
13	1.06	2.72	0.379	106	28		0.225	0.707	553	160		409	-1120	26.0	179
14	1.06	2.96	0.662	153	84		0.223	0.708	721	525		434	-1160	7.12	567
15	1.06	3.19	0.682	200	148		0.221	0.706	887	911		456	-1190	-11.6	960

γ	g_{11}	g_{12}	g_{13}	$g_{14}\times10^6$	$g_{15}\times10^8$		g_{31}	$g_{32}\times10^4$	$g_{33}\times10^6$	$g_{34}\times10^8$		$g_{51}\times10^6$	$g_{52}\times10^8$	$g_{53}\times10^6$	$g_{54}\times10^8$
1	0.544	0.379	0.012				0.013	-96							
2	0.662	0.598	0.041				0.049	-372							
3	0.618	0.676	0.052				0.069	-530							
4	0.390	0.723	0.061	13			0.082	-611	-2						
5	0.369	0.878	0.011	17			0.092	-497	-32						
6	0.353	0.994	0.152	31			0.098	-366	-61						
7	0.340	1.08	0.184	43			0.104	-229	-88						
8	0.329	1.15	0.210	53			0.108	-96	-112						
9	0.319	1.20	0.232	61			0.111	33	-133						
10	0.311	1.24	0.249	69			0.114	149	-152						
11	0.304	1.28	0.264	74			0.116	263	-170						
12	0.297	1.31	0.266	80			0.118	369	-184						
13	0.291	1.36	0.312	104	28		0.119	555	-214	-71		87	-52	3.9	-388
14	0.286	1.44	0.369	147	84		0.121	827	-256	-220		263	-162	12.0	-920
15	0.281	1.52	0.422	190	144		0.122	1129	-298	-380		431	-268	21.2	-1.59

また曲げモーメントは

$M_1=a(4\varphi_{15}+3\varphi_{14}+2\varphi_{13}+\varphi_{12})H=a\varphi_{\mathrm{II}1}H$

$M_2=a(3\varphi_{15}+2\varphi_{14}+\varphi_{13})H=a\varphi_{\mathrm{II}2}H$

$M_3=a(2\varphi_{15}+\varphi_{14})H=a\varphi_{\mathrm{II}3}H,\ M_4=a\varphi_{15}H$

$M_5=0$

g_{ij} の数値を表—1 に示す。

2) 横圧 H が枕木中間位置に働くときの算式　符号は図—6

枕木 2丁　　$\gamma=0.0\sim0.4$　のとき

$R_1=\Phi_{11}H={}^1/_2H$ ……………………(9)

枕木 4丁　　$\gamma=0.5\sim1$

$R_1=\Phi_{11}=H,\ R_2=\Phi_{12}H$ …………(10)

$\Phi_{11}=k_1(23k_2+4\beta)/8\Delta_2$

$=(G_{11}+G_{12}\gamma_H W)/\Delta_2,$

$\Phi_{12}=k_2(-3k_2+4\beta)/8\Delta_2$

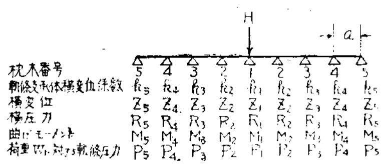
$=(G_{21}+G_{22}\gamma_B W)/\Delta_2,$

$\Delta_2=5k_{12}+\beta(k_1+k_2)=G_{01}+G_{02}\gamma_H W$

$G_{11}={}^1/_2F_1,\quad G_{12}={}^{23}/_8F_1F_2,\quad G_{21}={}^1/_2F_2,\quad G_{22}=-{}^3/_8F_1F_2,$

$G_{01}=F_1+F_2,\quad G_{02}=5F_1F_2$

図—3



枕木 6丁　　$\gamma=2\sim7$　のとき

$R_1=\Phi_{11}H,\quad R_2=\Phi_{12}H,\quad R_3=\Phi_{13}H$ ………………………(11)

$\Phi_{11}=k_1\{91k_{23}+\beta(23k_2+118k_3)+4\beta^2\}/8\Delta_2$

$=(G_{11}+G_{12}\gamma_H W+G_{13}\overline{\gamma_H W}^{2})/\Delta_2,$

$\Phi_{12}=k_2\{-18k_{13}+\beta(-3k_1+71k_3)+4\beta^2\}/8\Delta_2=(G_{21}+G_{22}\gamma_H W+G_{23}\overline{\gamma_H W}^{2})/\Delta_2$

$\Phi_{13}=k_3\{15k_{12}+\beta(-6k_1-27k_2)+4\beta^2\}/8\Delta_2=(G_{31}+G_{32}\gamma_H W+G_{33}\overline{\gamma_H W}^{2})/\Delta_2$

$\Delta_2=19k_{123}+\beta(5k_{12}+28k_{13}+11k_{23})+\beta^2(k_1+k_2+k_3)=G_{01}+G_{02}\gamma_H W+G_{03}\overline{\gamma_H W}^{2}$

$G_{11}={}^1/_2F_1,\quad G_{12}={}^1/_8F_1(23F_2+118F_3),\quad G_{13}={}^{91}/_8F_1F_2F_3,$

$G_{21}={}^1/_8F_2,\quad G_{22}={}^1/_8F_2(-3F_1+71F_3),\quad G_{23}=-{}^9/_4F_1F_2F_3,$

$G_{31}={}^1/_2F_3,\quad G_{32}={}^1/_8F_3(-6F_1-27F_2),\quad G_{33}={}^{15}/_8F_1F_2F_3,$

$G_{01}=F_1+F_2+F_3,\quad G_{02}=5F_1F_2+28F_1F_3+11F_2F_3,$

$G_{03}=19F_1F_2F_3$

枕木 8丁　$\gamma=8\sim15$ のとき

$$R_1=\Phi_{11}H,\quad R_2=\Phi_{12}H,\quad R_3=\Phi_{13}H,\quad R_4=\Phi_{14}H \qquad \cdots\cdots(12)$$

$$\Phi_{11}=k_1\{341k_{234}+\beta(91k_{23}+548k_{24}+656k_{34})+\beta^2(23k_2+118k_3+333k_4)+4\beta^3\}/8\Delta_2$$
$$=(G_{11}+G_{12}\gamma_H W+G_{13}\overline{\gamma_H W}^2+G_{14}\overline{\gamma_H W}^3)/\Delta_2$$

$$\Phi_{12}=k_2\{-72k_{134}+\beta(-18k_{13}-90k_{14}+307k_{34})+\beta^2(-3k_1+71k_3+262k_4)+4\beta^3)/8\Delta_2$$
$$=(G_{21}+G_{22}\gamma_H W+G_{23}\overline{\gamma_H W}^2+G_{24}\overline{\gamma_H W}^3)/\Delta_2$$

$$\Phi_{13}=k_3\{18k_{124}+\beta(3k_{12}-72k_{14}-162k_{24})+\beta^2(-6k_1-27k_2+143k_4)+4\beta^3\}/8\Delta_2$$
$$=(G_{31}+G_{32}\gamma_H W+G_{33}\overline{\gamma_H W}^2+G_{34}\overline{\gamma_H W}^3)/\Delta_2$$

$$\Phi_{14}=k_4\{-3k_{123}+\beta(6k_{12}+24k_{13}+27k_{23})+\beta^2(-9k_1-54k_2-75k_3)+4\beta^3\}/8\Delta_2$$
$$=(G_{41}+G_{42}\gamma_H W+G_{43}\overline{\gamma_H W}^2+G_{44}\overline{\gamma_H W}^3)/\Delta_2$$

$$\Delta_2=71k_{1234}+\beta(19k_{123}+116k_{124}+152k_{134}+43k_{234})+\beta^2(5k_{12}+28k_{13}+81k_{14}+11k_{23}+52k_{24}+17k_{34})$$
$$+\beta^3(k_1+k_2+k_3+k_4)$$
$$=G_{01}+G_{02}\gamma_H W+G_{03}\overline{\gamma_H W}^2+G_{04}\overline{\gamma_H W}^3$$

$G_{11}={}^1/_2F_1\quad G_{12}={}^1/_8F_1(23F_2+118F_3+333F_4)$

$G_{13}={}^1/_8F_1(91F_2F_3+548F_2F_4+656F_3F_4)$

$G_{14}=341/8\cdot F_1F_2F_3F_4$

$G_{21}={}^1/_2F_2,\ G_{22}={}^1/_8F_2(-3F_1+71F_3+262F_4),\ G_{23}={}^1/_8F_2(-18F_1F_3-90F_1F_4+307F_3F_4)G_{24}=-9F_1F_2F_3F_4$

$G_{31}={}^1/_2F_3,\ G_{32}={}^1/_8F_3(-6F_1-27F_2+143F_3),\ G_{33}={}^1/_8F_3(3F_1F_2-72F_1F_4-162F_2F_4),\ G_{34}={}^9/_4F_1F_2F_3F_4$

$G_{41}={}^1/_2F_4,\ G_{42}={}^1/_8F_4(-9F_1-54F_2-75F_3),\ G_{43}={}^1/_8F_4(6F_1F_2+24F_1F_3+27F_2F_3),\ G_{44}=-{}^3/_8F_1F_2F_3F_4$

$G_{01}=F_1+F_2+F_3+F_4$

$G_{02}=5F_1F_2+28F_1F_3+81F_1F_4+11F_2F_3\quad +52F_2F_4+17F_3F_4$

$G_{03}=19F_1F_2F_3+116F_1F_2F_4+152F_1F_3F_4\quad +43F_2F_3F_4$

$G_{04}=71F_1F_2F_3F_4$

また曲げモーメントは

$M_1=a(3\Phi_{14}+2\Phi_{13}+\Phi_{12})H=a\Phi_{\text{II}1}H,$

$M_2=a(2\Phi_{14}+\Phi_{13})H=a\Phi_{\text{II}2}H,$

$M_3=a\Phi_{14}H,\quad M_4=0$

G_{ij} の数値は図—2 に示す。

表—2

γ	G_{01}	G_{02}	$G_{03}\times10$	$G_{04}\times10$		$G_{21}\times10$	$G_{22}\times10$	$G_{23}\times10$	$G_{24}\times10$		$G_{31}\times10$	$G_{32}\times10$	$G_{33}\times10$	$G_{34}\times10$
1	[illegible]	[illegible]				492	-160							
2	[illegible]	0.299	[illegible]			6.72	-170	-24						
3	[illegible]	[illegible]	19			751	040	-228						
4	0535	0622	32			794	224	-393						
5	[illegible]	[illegible]	41			819	379	-437						
6	0534	0777	48			834	502	-519						
7	0532	0924	53			844	606	-630						
8	0532	0962	80	63		850	831	-726	-068		12	-51	33	-28
9	0538	100	112	120		860	101	-799	-165		29	-119	73	-68
10	0534	123	142	205		857	133	-840	-260		44	-186	117	-109
11	0533	132	170	274		858	154	-852	355		58	-249	158	-148
12	0535	145	175	349		8.58	178	-852	-443		71	-306	196	-184
13	0535	154	217	417		857	194	-837	-526		83	-361	232	-219
14	0535	162	237	426		857	206	-806	-594		95	-412	265	-252
15	0533	163	255	532		855	22.1	-772	-674		105	-461	275	-282

γ	G_{11}	G_{12}	$G_{13}\times10$	$G_{14}\times10$		$G_{41}\times10$	$G_{42}\times10$	$G_{43}\times10$	$G_{44}\times10$
1	0.221	0127							
2	0199	0206	01			0	0	20	
3	0183	0320	12			49	-143	189	
4	0173	0330	20			143	-239	309	
5	0.165	0352	25			200	-224	406	
6	0.159	0376	29			237	-382	474	
7	0155	0395	39			268	-430	525	
8	0153	0440	47	31		2.94	-442	22	0.17
9	0.147	0497	6.5	78		315	[illegible]	-10.4	0.42
10	0.143	0.530	8.1	119		333	-4.04	-232	0.65
11	0.140	0567	9.6	168		3.12	-4.05	-365	0.89
12	0138	0598	109	210		364	-385	-490	111
13	0136	0623	121	249		376	-364	-611	131
14	0133	0647	132	285		387	-350	-726	151
15	0132	0667	141	320		398	-318	-833	169

3）軌道通り狂いの発生する条件　通り狂いとは軌道の枕木から上が滑つて元に戻らぬことである。今枕木位置に軌条を通して

上からW，横からHの力が働くと直下の枕木は$f_1(\gamma)_1W$，$\varphi_{11}H$ の力をうける。

従つて枕木道床間の摩擦係数をμとすれば

$\varphi_{11}H>\mu f_{11}W$

或いは　$H>f_{11}/\varphi_{11}\cdot\mu W$ で最初の枕木が滑る。

枕木中間位置に働くときの条件は同様に

$H>F_{11}/\Phi_{11}\cdot\mu W$となる。

計算例

$\gamma=13\quad \gamma_H=3^1/\text{ton}\quad W=8\text{ton}\quad a=77\text{cm}$ のとき

$f_{11}=0.29\qquad f_{12}=0.23\qquad f_{13}=0.12\qquad f_{14}=0.04\qquad f_{15}=0.01$

$\varphi_{11}=0.84\qquad \varphi_{12}=0.11\qquad \varphi_{13}=-0.02\qquad \varphi_{14}=0.00\qquad \varphi_{15}=0.00$

従つて最初の枕木の滑る横圧は $H>0.35\ \mu W=3.0\mu\text{ton}$

$F_{11}=0.30$　　$F_{12}=0.17$　　$F_{13}=0.06$　　$F_{14}=0.03$

$\Phi_{11}=0.54$　　$\Phi_{12}=-0.03$　　$\Phi_{13}=0.02$　　$\Phi_{14}=0.00$

従つて最初の枕木の滑る横圧は $H>0.56\mu W=4.5\mu\mathrm{ton}$

μ は軌条圧力が小さいときは1に近いが軌条圧力が増大すると0.5程度にまで下る傾向が認められる。

以上と同様な解法で更に2番目の枕木も滑動する条件が求められる。

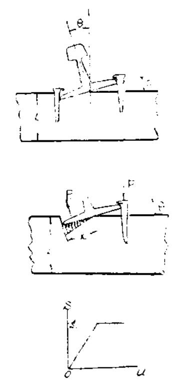
2 軌條の捩レ

こゝでは横圧によるトルクモーメントのため軌条が捩れて犬釘を持ち上げる割合を調べ最初の犬釘が抜け出す条件を求める。

先づ軌条捩レに対する枕木と犬釘の抵抗は傾斜角に比例すると考へてよいことを示す。枕木と軌条底面とのなす角を θ とすれば θ が小さい範囲では軌条断面の変形は無視してよい。

E_ω: 枕木のヤング率（繊維に直角） B: 枕木幅　L: 枕木厚　その他図—7に示す如く諸量を決めれば

図—7



$$P_1=\frac{x^2BE_\omega}{2L}\theta$$

$P_2=(b-x)s\theta$　s;　犬釘の浮上りに比例する抵抗の係数

$P_1=P_2$　から　$x_0=(-s^2+\sqrt{s^2+2E_wBbs/L})L/E_wB$

以上によつて θ に対する抵抗モーメントは

$m=K'\theta$,　　$K'=s(b-x_0)(b-x_0/3)$; 捩レ抵抗係数……………………………………(13)

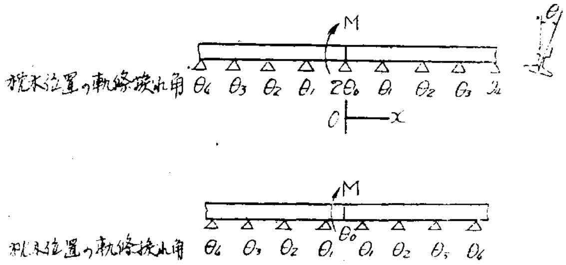
犬釘を持上げる力 S が限度 S_c を越すと犬釘は抜ける。その時

$\theta_c=S_c/s(b-x_0)$ ……………………………………………………………………(14)

輪重を考へると上の如く簡単にはならぬが数値計算及び実験によつて，捩レに対する基礎の抵抗モーメントは大体 θ に比例するとして扱つてよいことが判つた。

連続軌条の各支点に於ける捩レ角は次の如く算出される。

図—8



1) 枕木位置にトルクモーメントが働くとき

図—8 で $na\leqq x\leqq(n+1)a$　で考へると

軌条の捩レモーメントは外から加へられたモーメントから抵抗モーメントの和を差引いたものに等しくなる。即ち

$$-C\frac{d\theta}{dx}=\frac{M}{2}-K'\sum_i\theta_i\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

こゝで　C: 軌条捩れ係数，K: 捩れ抵抗係数

(15) 式を θ は各支点位置で連続し第5支点では零になるといふ条件（無限遠を零と置くのが正確であるが，これで充分）から解けば

$\lambda\equiv ka=\dfrac{K'a}{C}=\dfrac{Ka^2}{C}$:「軌道第3係数」と定義する。

但し $K=K'/a$: 単位長サ当りの捩れ抵抗係数

この λ を使つて次の如く表わされる。

$$\left.\begin{aligned}
\theta_0&=\frac{5+20\lambda+21\lambda^2+8\lambda^3+\lambda^4}{2+25\lambda+50\lambda^2+35\lambda^3+10\lambda^4+\lambda^5}\cdot\frac{aM}{2C}=t_0(\lambda)\frac{aM}{2C}\\
\theta_1&=\frac{4+10\lambda+6\lambda^2+\lambda^3}{2+25\lambda+50\lambda^2+35\lambda^3+10\lambda^4+\lambda^5}\cdot\frac{aM}{C}=t_1(\lambda)\frac{aM}{C}\\
\theta_2&=\frac{3+4\lambda+\lambda^2}{2+25\lambda+50\lambda^2+35\lambda^3+10\lambda^4+\lambda^5}\cdot\frac{aM}{C}=t_2(\lambda)\frac{aM}{C}\\
\theta_3&=\frac{2+\lambda}{2+25\lambda+50\lambda^2+35\lambda^3+10\lambda^4+\lambda^5}\cdot\frac{aM}{C}=t_3(\lambda)\frac{aM}{C}\\
\theta_4&=\frac{1}{2+25\lambda+50\lambda^2+35\lambda^3+10\lambda^4+\lambda^5}\cdot\frac{aM}{C}=t_4(\lambda)\frac{aM}{C}\\
\theta_5&=0
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

$t_i(\lambda)$ の数値は 表—3 に示す。

2) 枕木中間位置にトルクモーメントが働いたとき，同様に

$$\left.\begin{aligned}
\Theta_0&=\frac{9+30\lambda+27\lambda^2+9\lambda^3+\lambda^4}{4(1+10\lambda+15\lambda^2+7\lambda^3+\lambda^4)}\frac{aM}{C}=T_0(\lambda)\frac{aM}{C}\\
\Theta_1&=\frac{4+10\lambda+6\lambda^2+\lambda^3}{2(1+10\lambda+15\lambda^2+7\lambda^3+\lambda^4)}\frac{aM}{C}=T_1(\lambda)\frac{aM}{C}\\
\Theta_2&=\frac{3+4\lambda+\lambda^2}{2(1+10\lambda+15\lambda^2+7\lambda^3+\lambda^4)}\frac{aM}{C}=T_2(\lambda)\frac{aM}{C}\\
\Theta\ &=\frac{2+\lambda}{2(1+10\lambda+15\lambda^2+7\lambda^3+\lambda^4)}\frac{aM}{C}=T_3(\lambda)\frac{aM}{C}\\
\Theta_4&=\frac{1}{2(1+10\lambda+15\lambda^2+7\lambda^3+\lambda^4)}\frac{aM}{C}=T_4(\lambda)\frac{aM}{C}\\
\Theta_5&=0
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(17)$$

$T_i(\lambda)$ の数値は 表—4 に示す。

表—3

λ	t_0	t_1	t_2	t_3	t_4
0	2.500	2.000	1.500	1.000	0.500
0.05	1.851	1.336	0.948	0.606	0.296
0.1	1.434	1.005	0.677	0.417	0.199
0.2	1.066	0.672	0.413	0.237	0.108
0.4	0.751	0.401	0.212	0.107	0.045
0.6	0.601	0.282	0.131	0.059	0.023
0.8	0.510	0.214	0.090	0.037	0.013
1.0	0.448	0.171	0.065	0.022	0.008
1.2	0.402	0.141	0.049	0.017	0.005
1.4	0.364	0.118	0.039	0.012	0.004
1.6	0.334	0.101	0.031	0.009	0.003
1.8	0.310	0.088	0.025	0.007	0.002
2.0	0.289	0.077	0.021	0.006	0.001

表—4

λ	T_0	T_1	T_2	T_3	T_4
0	2.250	2.000	1.450	1.000	0.500
0.05	1.716	1.467	1.041	0.666	0.325
0.1	1.425	1.173	0.791	0.487	0.232
0.2	1.105	0.855	0.525	0.301	0.137
0.4	0.824	0.573	0.302	0.152	0.061
0.6	0.690	0.441	0.205	0.093	0.036
0.8	0.612	0.362	0.152	0.062	0.022
1.0	0.559	0.309	0.118	0.044	0.015
1.2	0.521	0.271	0.095	0.033	0.010
1.4	0.491	0.244	0.078	[illegible]	0.007
1.6	0.468	0.218	0.066	0.020	0.006
1.8	0.449	0.199	0.057	0.016	0.004
2.0	0.433	0.183	0.048	0.013	0.003

3) 抵抗が連続的であるとしたとき，枕木間隔が小さいとき及び解の性質を見るためには連続抵抗として解く。

方程式は (15) 式を変形して

$$-C\frac{d\theta}{dx}=\frac{M}{2}-K\int_0^x\theta(x)dx\cdots\cdots\cdots(18)$$

上式は次式に変形される。

$$\frac{d^2\theta}{dx^2}-n^2\theta=0,\qquad C\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_0=-\frac{M}{2}\cdots\cdots\cdots(19)$$

ここで　$n^2=K/C$

θ は原点対称　$x\to\pm\infty$　で θ は有限であるから

$$\theta=\frac{M}{2\sqrt{KC}}e^{\mp\sqrt{\lambda}\frac{x}{a}}\quad\left.\begin{matrix}-:\ x\geqq 0\\ +:\ x\leqq 0\end{matrix}\right)\cdots\cdots\cdots(20)$$

4) 犬釘抜け出しの条件 (14)(16)(17)(20) の各式から最初の犬釘が抜け出す限界横圧は次式から求められる。

$$\left.\begin{aligned}
H_c'&=\frac{1}{t_0(\lambda)}\frac{C}{ha}\frac{S_c}{s(b-x_0)}\cdots\cdots\text{枕木位置に}H\text{が働く}\\
H_c''&=\frac{1}{T_1(\lambda)}\frac{C}{ha}\frac{S_c}{s(b-x_0)}\cdots\cdots\text{枕木中間位置に}H\text{が働く}\\
H_c&=\frac{1}{h}\sqrt{KC}\frac{S_c}{s(b-x_0)}=\sqrt{\lambda}\frac{C}{ha}\frac{S_c}{s(b-x_0)}\cdots\cdots\text{連続抵抗}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(21)$$

その数値は普通 4ton 程度である。

同様の解き方で第2の犬釘が抜け出す条件も求めることが出来る。

III　動的強度

横圧による軌条頭部変位は捩レによるものが撓ミによるものゝ数倍大が普通であるから先づ捩レ振動を取上げる。微分方程式はⅡの (19) 式に慣性の項を加える。即ち

$$\rho I_x\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}-C\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+K\theta=0\cdots\cdots\cdots(1)$$

但し C: 軌条捩レ係数　ρ: 密度

　I_x: 軌条底にある廻転中心周りの断面2次モーメント

　K: 単位長サ当りの捩レ抵抗係数

1 定常状態

1) 静止振動力 ($M_0e^{i\omega t}$) の作用

$\omega_0=\sqrt{K/\rho I_x}$ と置けば

$\omega<\omega_0$ のとき

$$\theta=\frac{M_0}{2\sqrt{KC}\sqrt{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}\exp\left[\mp\sqrt{\lambda}\sqrt{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\frac{x}{a}+i\omega t\right]\quad\left.\begin{matrix}-:\ x\geqq 0\\ +:\ x\leqq 0\end{matrix}\right)\cdots\cdots\cdots(2)$$

$\omega=\omega_0$ のとき

$\theta\to\infty$ 共振する$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$(3)

$\omega>\omega_0$ のとき　　進行波となる

$$\theta=\frac{M_0}{2\sqrt{KC}\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2-1}}\,i\exp i\left[\mp\sqrt{\lambda}\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2-1}\,\frac{x}{a}-\omega t\right]\quad\left.\begin{matrix}-\ x\geqq 0\\+\ x\leqq 0\end{matrix}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

$V_0=\omega_0/2\pi$ は，軌条の固有捩レ振動数であるが表—5 で見る通り相当大きいから車輛の速度軸距から考へて，実際は $\omega<\omega_0$ のときだけが問題になる。

表—5

$V_0=\frac{\omega_0}{2\pi}=\sqrt{\frac{K}{\rho I}g}/2\pi$

K (ton)	30KgRail ρI (Kg cm)	30KgRail V_0 (1/sec)	37KgRail ρI (Kg cm)	37KgRail V_0 (1/sec)	50KgRail ρI (Kg cm)	50KgRail V_0 (1/sec)
20	14.1	188	21.9	150	39.2	113
15	〃	162	〃	130	〃	97
10	〃	134	〃	107	〃	80
5	〃	94	〃	75	〃	56
1	〃	41	〃	35	〃	26

2) 定速 (v) で移動する一定力 (M) の作用

(1) 式を $\xi=x-vt$ で座標変換をすると

$$\rho I_x\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}-2\rho I_x\frac{\partial^2\theta}{\partial t\partial\xi}+(\rho I_x v^2-C)\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2}+K\theta=0\cdots\cdots\cdots (5)$$

定常状態は次式から求められる。

$$\frac{d^2\theta}{d\xi^2}-\frac{n^2}{\left\{1-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2\right\}}\theta=0\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

但し $v_0=\sqrt{C/\rho I_x}$

$v<v_0$ のとき

$$\theta=\frac{M}{2\sqrt{KC}\sqrt{1-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2}}\exp\left[\mp\frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2}}\frac{(x-vt)}{a}\right]\quad\left.\begin{matrix}-:\ x\geqq vt\\+:\ x\leqq vt\end{matrix}\right)\cdots\cdots\cdots (7)$$

静的に働いた力に対する変形と同様なものが v で移動する。原点の変形の静的のそれに対する比は

$$\frac{\theta_0}{\theta_{0st}}=\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2}}\quad\text{速度効果}\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

$v=v_0$ のとき

$\theta\to\infty$ 共振する

$v>v_0$ のとき 前方に変位なしで後方に波を残す。

$$\left.\begin{aligned}\theta&=\frac{M}{\sqrt{KC}\sqrt{\left(\frac{v}{v_0}\right)^2-1}}\sin\left[\frac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\left(\frac{v}{v_0}\right)^2-1}}\frac{(x-vt)}{a}\right] & x\leqq vt\\ &=0 & x\geqq vt\end{aligned}\right)\cdots\cdots\cdots (9)$$

v_0 は軌条を伝わる捩レ波の伝播速度であつて 表—6 で見るように非常に早いものであるから実用速度では $v\ll v_0$ である。(8) 式の速度効果は図—9 で見る通り殆んど1である。

表—6

$v_0=\sqrt{\frac{C}{\rho I}g}$

Rail	C (Kg cm²)	ρI (Kg cm)	v_0 (Km/h)
30 Kg	35.2×10⁶	14.1	1780
37 〃	56.5× 〃	21.9	1820
50 〃	119.0〃 〃	39.2	1965

2 衝撃による過渡状態

1) 変形の伝播

(1) 式は次の形に書き変えられる。

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}-v_0^2\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\omega_0^2\theta=0\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

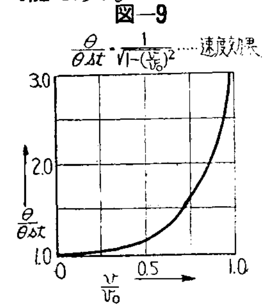
此の式は v_0 と ω_0 が無関係である点が電信方程式と相違するが同様な数学的取扱が可能である。

原点に $\theta=f(t)$ の変形が与えられたとき，変形の伝播は

$$\theta=f\left(t-\frac{x}{v_0}\right)-\frac{\omega_0}{v_0}x\int_0^{t=\frac{x}{v_0}}\frac{J_1\left[\omega_0\sqrt{(t-\tau)^2-\left(\frac{x}{v_0}\right)^2}\right]}{\sqrt{(t-\tau)^2-\left(\frac{x}{v_0}\right)^2}}f(\tau)d\tau\cdots\cdots\cdots (11)$$

となることが証明される。

図—9



第1項は原点の変形がそのまゝ v_0 の速度で進行することを示し第2項はそれが崩れてゆく状況を表わしている。$t<\left|\frac{x}{v_0}\right|$ では変形がないから v_0 が伝播の最高速度であ

る。此の方程式は Dispersion の波動方程式であつて，判つきりした固定端又は自由端が無いが連続的に緩く固定されているので，何れの部分からも少し宛反射がありそのために定常状態が生じうるのである。

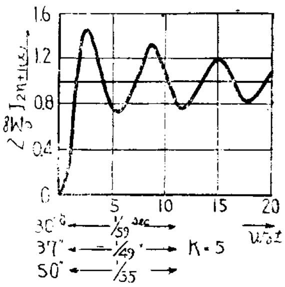
2) 定速移動横圧の衝撃作用

v で移動する一定力 M が突然作用し t 秒後の変形は原点に於いて

$$\theta_0=\frac{M\omega_0}{2\sqrt{KC}}\int_0^t J_0\left[\omega_0\sqrt{1-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2}\,\tau\right]d\tau=\frac{M}{\sqrt{KC}\sqrt{1-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2}}\sum_0^\infty J_{2n+1}\left[\omega_0\sqrt{1-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2}\,t\right]\cdots\cdots(12)$$

$$\frac{\theta_0}{\theta_{0st}}=2\sum_0^\infty J_{2n+1}\left[\omega_0\sqrt{1-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2}\,t\right]$$

図—10



この比は衝撃効果を表わすもので 図—10 の如くなる。即ち定常状態に比べて最大 1.5 倍になる。

以上は典型的な外力に対して如何なる反応を示すかを調べることによつて振動体の基本性質を明らかにした。

IV 軌條捩レに對する頭底部撓ミの影響

S.Timoshenko の軌条横変形理論[(2)]では撓ミと捩レを相関的に扱つている。筆者は次の 3 つの理由から即ち

(a) 軌条支承体の横弾性は軌条垂直圧力に大きく関係する。(b) 横圧が一方軌条の頭部に作用すると，それは枕木犬釘を通して他方軌条の底部に伝わる。(c) 車軸の両車輪が夫々の軌条を横に圧する方向は常に逆向きである。といふことから軌道の実際の横撓ミは両軌条を平均して考えると本論文の取扱が可能でありより適合すると考える。

しかし捩レに関しては当然頭底部の撓ミによる影響がある。S.T. の解法は (a) を考慮しないから影響を大きく見積ることになるが，これと本論文の近似解法とを比較して見る。

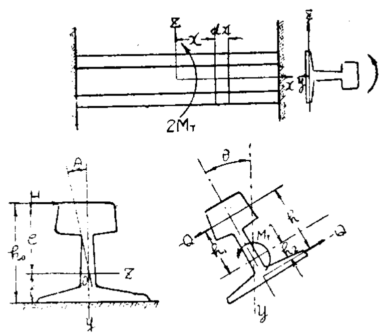
1 両端固定軌條の捩レ

今両端自由な軌条を相等しい逆向きの一対のトルクモーメント M_T で捩ると，この場合捩レのみを考えてよいので捩レ角は

$$\theta=\frac{M_T l}{C}\quad \begin{array}{l} l:\ \text{軌条長サ}\\ C:\ \text{軌条捩レ係数}\end{array}\cdots\cdots(1)$$

ところが両端固定として中央に $2M_T$ を働かせると，捩レと同時に頭底部の撓ミを考えねばならない。M_T の一部は単純な捩りを他部は頭底部の撓ミを起させる。前者を M_1，後者を M_2 とすれば 図—11 で

図—11



$$M_1=-C\frac{d\theta}{dx}\cdots\cdots(2)$$

M_2 は $-Qh$ で与えられる。Q は頭底部の撓ミによる剪断力で h は頭部底部の中心間距離である。

軌条の捩レ中心 0 は軌条腹部の撓ミを無視すれば

$$h_1=\frac{hI_2}{I_1+I_2},\quad h_2=\frac{hI_1}{I_1+I_2}\qquad \begin{array}{l} I_1:\ \text{頭部断面 2 次モーメント}\\ I_2:\ \text{底部断面 2 次モーメント}\end{array}$$

で決められ，Q は次式で与えられる。

$$Q=-EI_1\frac{d^3z_1}{dx^3}=-EI_1h_1\frac{d^3\theta}{dx^3}\qquad z_1:\ \text{頭部中心変位}$$

従つて

$$M_2=-Qh=Dh^2\frac{d^3\theta}{dx^3}\qquad D=\frac{EI_1I_2}{I_1+I_2}\cdots\cdots(3)$$

以上によつて

$$M_T=M_1+M_2=-C\frac{d\theta}{dx}+Dh^2\frac{d^3\theta}{dx^3}\cdots\cdots(4)$$

故に単位長サ当りの捩レ角は

(2) Stresses in Railroad Tracks. Trans. A.S.M.E. Vol 54. p.277 (1932)
Method of Analysis of Statical and Dynamical Stresses in Rails. Proc. 2nd Int. Congr. A.M.(1927)

$$\frac{d\theta}{dx}=\frac{M_T}{C}(1-e^{-\delta x}),\qquad -\delta=\sqrt{\frac{C}{Dh^2}} \qquad \cdots\cdots(5)$$

軌条	30 kg,	37 kg,	50 kg,
δcm^{-1}	8.05×10^{-2}	8.11×10^{-2}	8.46×10^{-2}

2 軌条支承体横変位係数が一定値である軌条の捩レ

軌条頭部に働く H を分けて，捩レ中心 0 に働く力 H と 0 の周りのトルクモーメント He とすることが出来る。変形に対する抵抗は次の 2 種である。

(i) 捩レ角 θ に対して　$m=K\theta$　Ⅱ,2 と同様

(ii) 軌条底部の横変位に対して　$q=K_2(z-f\theta)$

こゝで K_2: 軌条支承体横変位係数，　z: 0 の横変位

(4) 式を使つて方程式は

$$-C\frac{d^2\theta}{dx^2}+Dh^2\frac{d^4\theta}{dx^4}=K_2(z-f\theta)f-K\theta \qquad \cdots\cdots(6)$$

$$EI\frac{d^4z}{dx^4}=-q=K_2(z-f\theta) \qquad \cdots\cdots(7)$$

境界条件は

$$\left.\begin{array}{l} x=0 \quad \dfrac{dz}{dx}=0,\ \dfrac{d\theta}{dx}=0,\ EI\dfrac{d^3z}{dx^3}=\dfrac{1}{2}H,\ -C\dfrac{d\theta}{dx}+Dh^2\dfrac{d^3\theta}{dx^3}=\dfrac{1}{2}He \\ x\to\pm\infty \quad z\to0 \quad \theta\to0 \end{array}\right\} \qquad \cdots\cdots(8)$$

解は　$x\geqq0$ で

$$\theta=L_1e^{-\alpha_1x}+L_2e^{-\alpha_2x}+Me^{-\beta x}\sin\delta x+Ne^{-\beta x}\cos\delta x \qquad \cdots\cdots(9)$$

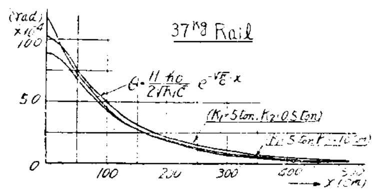
$$z=(L_1'e^{-\alpha_1x}+L_2'e^{-\alpha_2x}+M'e^{-\beta x}\sin\delta x+N'e^{-\beta x}\cos\delta x)/bf \qquad \cdots\cdots(10)$$

$\alpha_1,\alpha_2,\beta,\delta$ は 表—7 に示す。近似解との比較は 図—12 で示す。

表—7

Rail		$\alpha_1\times10^3$	$\alpha_2\times10^3$	$\beta\times10^3$	$\delta\times10^3$
$K_1=1^{ton}$ $K_2=1\,ton/cm^2$	30	79.3	8.43	30.5	29.5
	37	80.3	3.46	27.6	26.5
	50	84.3	1.00	24.1	23.5
$K_1=1$ $K_2=0.5$	30	797	7.07	24.8	23.9
	37	807	5.02	22.7	22.2
	50	84.4	4.84	201	20.0
$K_1=5$ $K_2=1$	30	78.6	11.83	307	29.3
	37	798	9.22	271	26.9
	50	84.1	7.75	24.0	237
$K_1=5$ $K_2=0.5$	30	791	11.62	25.5	246
	37	80.1	8.72	234	225
	50	84.2	6.08	19.5	18.7
$K_1=10$ $K_2=1$	30	77.6	17.20	30.8	293
	37	79.2	13.82	275	26.4
	50	838	8.19	241	23.4
$K_1=10$ $K_2=0.5$	30	78.1	17.18	25.5	24.6
	37	79.6	13.56	23.1	22.3
	50	84.0	7.14	20.3	19.5

図—12



V 結 言

以上によつて軌道横強度を計算する方法が求められた。主な事項を挙げると

(1) 横圧分布は輪重分布に比べて集中性が 2〜3 倍になる。

(2) 急速な通り狂いの発生を防止するには枕木の横方向の抵抗を大にすることが必要である。軌条支材有効説は無根拠。

(3) 犬釘抜け上りを防止するには螺釘特に頭にバネをつけた弾性犬釘が理想的である。普通犬釘のときは横圧 4ton 位で抜ける。

(4) タイプレートも有効であるが余り頑丈にして抵抗係数を大きくすると力が作用点に集中して軌条頸に傷を生ずる。

今後さらに実験的並に理論的に研究を進める考えである。