

は非常に良く集中的になり、曲げ破損に関して木材は等方性体に関する敘上の理論に乗る。

2, 3 の樹種について単一集中荷重と全等布荷重の場合に著者が行つた実験によれば、その結果は理論と良く合ふことを認める。断面の大きな梁などでは異方性を考慮して木取することは困難となるので、勢ひ所謂積層材の方法が問題となり、この場合矢張り敘上の理論に乗せて差支ないものと思ふ。

尙 2, 3 の重要と思はれる点を挙げると

- (i) 第1限界より薄い曲げの部材を設計すべきこと。撓ミの関係でこの限界より厚い部材を設計するときは、法則に従つて許容応力度を過減すべきこと。且つこの第1限界は材料により又荷重によつて特異なること。
- (ii) 普通に行はれてゐる中央単一集中荷重によつて得られた許容応力度を掲ぐる方法は、第1限界以上の厚さをもつ梁の場合では設計上如何なる指示をも与え得ないものであるといふこと。著者は寧ろ独立強度 $\sigma_t, \sigma_c, \tau_b$ と破損法則とを掲ぐる方法の合理的なるを採りたいと思ふ。
- (iii) 連行静荷重の場合は等値等布荷重に換算して全等布荷重に関する理論を適用して近似的に可なること。しかしこれは今少しく検討の要がある。
- (iv) この研究の理論は単純梁に遷するもので、他の例えば連続梁の如き構造では他の破損法則を有し、従つて許容応力度も変るものと思ふ。
- (v) 材料の剪断応力破損に関しては、直ちに剪断主応力の仮設を想起させるが、剪断主応力は繊維方向に対して傾斜し、この方向に於ける木材の剪断抵抗は非常に大きい。従つてこの材料の剪断曲げ破損の決定的応力要素は、繊維に沿ふ絶対最大剪断応力であると見られ、この事實は単一集中荷重（位置を変化せしめたる）及び全等布荷重等による著者のこれまでの実験結果が、良く本研究の理論と合致することによつても確認され得るのである。

垂直荷重を受ける変断面矩形版の解法

正 員 成 岡 昌 夫*

ON THE SOLUTION OF A VERTICALLY LOADED RECTANGULAR PLATE WITH VARIABLE FLEXURAL RIGIDITY

Masao Naruoka, C.E. Member

Synopsis On the assumption that a rectangular slab is divided into a proper number of sections and the rigidity in the same section is approximately uniform, the author worked out a method of approximate calculation of the deflection, bending moment, etc. by using the slope deflection formula which had been introduced by him for a rectangular slab under vertical load.

要旨 変断面矩形版を適当な数に分割し、分割された区間内に於ては剛度を近似的に一定と見做すことに依り、さきに著者の誘導した垂直荷重を受ける矩形版に対する撓角法公式を用いて、撓ミ、曲げモーメント等を近似的に計算する方法を述べたものである。

1. 緒言

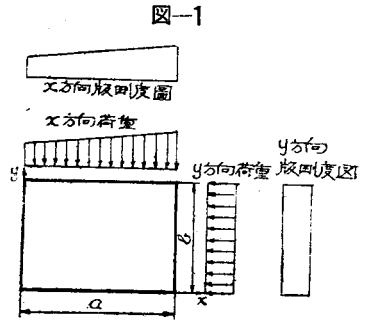
変断面矩形版の撓ミの微分方程式は次の通りである。

$$N \Delta \Delta w + 2 \frac{\partial N}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \Delta w + 2 \frac{\partial N}{\partial y} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \Delta w + \Delta N \cdot \Delta w - (1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 N}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right\} = p(x, y) \dots\dots\dots (1)$$

但し $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, $N =$ 版剛度

* 京都大学助教授

(1) 式は $N(x, y)$, $p(x, y)$ が任意の函数なる場合は一般に解けない。従来円版に関しては色々取扱われて来たが、矩形版に就て(1)式を数学的に取扱つたのは Gran Olsson⁽¹⁾ である。彼は 図-1 の如き 周辺単純支持矩形版にて $N = N_0 + N_1x$, $p = p^0$ ($1 + \frac{N_1}{N_0}x$) なる特殊の場合に就て, Exponential Integral を用いて解いているが, 例えば N, p が x のみの函数であるにしても上式と異なつた形を採る場合は, 最早解けないのである。かゝる著者^{*}は以前に垂直荷重を受ける矩形版に用いる撓角法を⁽²⁾発表したのであるが, N, p が x のみの函数である場合には撓角法を応用し, 変断面版の撓み及び曲げモーメントを容易に見出すことが出来る。

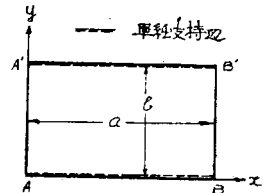


この方法に従えば, 版剛度, 荷重が同じ方向に如何なる変化をしていても, 単に多元一次方程式を解くことに依つて, 容易に所望の値を求めることが出来, なんら高等な函数が必要としない。又矩形版を細かく分割するに従つていくらでも精密値に近づけ得るのである。

2. 基本公式

図-2 に於て版は $y=0$ 及び b にて単純支持とし, $x=0$ 及 $x=a$ に於ける境界条件を次の如く表わすものとする。

図-2



$$\left. \begin{aligned} x=0; \delta &= \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{A,n} \sin \beta_n y, \quad \theta = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{A,n} \sin \beta_n y \\ M &= \sum_{n=1}^{\infty} M_{AB,n} \sin \beta_n y, \quad V = \sum_{n=1}^{\infty} V_{AB,n} \sin \beta_n y \\ x=a; \delta &= \sum_{n=1}^{\infty} \delta_{B,n} \sin \beta_n y, \quad \theta = \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{B,n} \sin \beta_n y \\ M &= -\sum_{n=1}^{\infty} M_{BA,n} \sin \beta_n y, \quad V = \sum_{n=1}^{\infty} V_{BA,n} \sin \beta_n y \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

但し $\beta_n = \frac{n\pi}{b}$

前著に依り

$$\left. \begin{aligned} M_{AB,n} &= N\beta_n \frac{1}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} [c(\alpha_n)\theta_{A,n} + s(\alpha_n)\theta_{B,n} - \beta_n \{i(\alpha_n)\delta_{B,n} - j(\alpha_n)\delta_{A,n}\}] + C_{AB,n} \\ M_{BA,n} &= N\beta_n \frac{1}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} [s(\alpha_n)\theta_{A,n} + c(\alpha_n)\theta_{B,n} - \beta_n \{j(\alpha_n)\delta_{B,n} - i(\alpha_n)\delta_{A,n}\}] + C_{BA,n} \\ V_{AB,n} &= -N\beta_n^2 \frac{1}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} [j(\alpha_n)\theta_{A,n} + i(\alpha_n)\theta_{B,n} - \beta_n \{g(\alpha_n)\delta_{B,n} - h(\alpha_n)\delta_{A,n}\}] + D_{AB,n} \\ V_{BA,n} &= -N\beta_n^2 \frac{1}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} [i(\alpha_n)\theta_{A,n} + j(\alpha_n)\theta_{B,n} - \beta_n \{h(\alpha_n)\delta_{B,n} - g(\alpha_n)\delta_{A,n}\}] + D_{BA,n} \end{aligned} \right\} (2)$$

又 BB' 辺にて $M_{BA} = 0$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} M_{AB,n} &= N\beta_n \frac{1}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} \left[\frac{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)}{c(\alpha_n)} \theta_{A,n} - \beta_n \{i'(\alpha_n)\delta_{B,n} - j'(\alpha_n)\delta_{A,n}\} \right] + H_{AB,n} \\ V_{AB,n} &= -N\beta_n^2 \frac{1}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} \left[j'(\alpha_n)\theta_{A,n} - \beta_n \{g'(\alpha_n)\delta_{B,n} - h'(\alpha_n)\delta_{A,n}\} \right] + K_{AB,n} \end{aligned} \right\} (3)$$

AA' 辺にて $M_{AB} = 0$ とすれば

$$\left. \begin{aligned} M_{BA,n} &= N\beta_n \frac{1}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} \left[\frac{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)}{c(\alpha_n)} \theta_{B,n} - \beta_n \{j'(\alpha_n)\delta_{B,n} - i'(\alpha_n)\delta_{A,n}\} \right] + H_{BA,n} \\ V_{BA,n} &= N\beta_n^2 \frac{1}{c^2(\alpha_n) - s^2(\alpha_n)} \left[j'(\alpha_n)\theta_{B,n} - \beta_n \{h'(\alpha_n)\delta_{B,n} - g'(\alpha_n)\delta_{A,n}\} \right] + K_{BA,n} \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

但し $\alpha_n = \frac{n\pi a}{b}$ として $\frac{1}{c} = \frac{2\sinh^2 \alpha_n}{\sinh \alpha_n \cosh \alpha_n - \alpha_n}$

$$\frac{c}{c^2 - s^2} = \frac{2(\sinh \alpha_n \cosh \alpha_n - \alpha_n)}{\sinh^2 \alpha_n - \alpha_n^2}, \quad \frac{s}{c^2 - s^2} = \frac{2(\alpha_n \cosh \alpha_n - \sinh \alpha_n)}{\sinh^2 \alpha_n - \alpha_n^2}$$

* 計算は水圧荷重を受ける門扉の計算にしばしばあらわれるところである。

$$\left. \begin{aligned} \frac{i}{c^2-s^2} &= \frac{2\alpha_n \sinh \alpha_n}{\sinh^2 \alpha_n - \alpha_n^2}, & \frac{j}{c^2-s^2} &= \frac{(1-\nu)\alpha_n^2 + (1+\nu)\sinh^2 \alpha_n}{\sinh^2 \alpha_n - \alpha_n^2} \\ \frac{g}{c^2-s^2} &= \frac{2(\alpha_n \cosh \alpha_n + \sinh \alpha_n)}{\sinh^2 \alpha_n - \alpha_n^2}, & \frac{h}{c^2-s^2} &= \frac{2(\sinh \alpha_n \cosh \alpha_n + \alpha_n)}{\sinh^2 \alpha_n - \alpha_n^2} \\ i' &= i - \frac{s}{c}j, & j' &= j - \frac{s}{c}i, & g' &= g - \frac{i}{c}j, & h' &= h - \frac{i}{c}i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

C, D, H, K は荷重項ともいうべきもので等分布荷重の場合には次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} C_{AB,n} &= -C_{BA,n} = -\frac{4pb^2}{\pi^3 n^3} \frac{\sinh \alpha_n - \alpha_n}{\sinh \alpha_n \alpha_n} = -\frac{4pb^2}{\pi^3 n^3} \cdot C \\ D_{AB,n} &= -D_{BA,n} = \frac{4pb}{\pi^2 n^2} \frac{2(\cosh \alpha_n - 1)}{\sinh \alpha_n + \alpha_n} = \frac{4pb}{\pi^2 n^2} \cdot D \\ H_{AB,n} &= -H_{BA,n} = C_{AB,n} - \frac{s}{c}C_{BA,n} = -\frac{4pb^2}{\pi^3 n^3} H, & K_{AB,n} &= -K_{BA,n} = D_{AB,n} \\ & + \frac{i}{c}\beta_n C_{BA,n} = \frac{4pb}{\pi^2 n^2} K \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

表-1

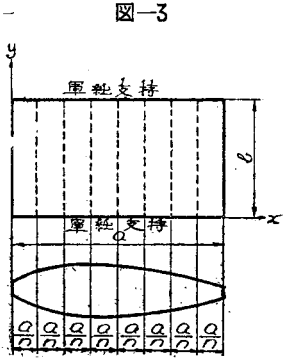
$\frac{1}{c}, \frac{c}{c^2-s^2}, \frac{s}{c^2-s^2}, \frac{i}{c^2-s^2},$
 $\frac{j}{c^2-s^2}, \frac{g}{c^2-s^2}, \frac{h}{c^2-s^2}, \frac{j'}{c^2-s^2},$
 $\frac{h'}{c^2-s^2}, C, D, H$ 及 K の値を $n=1$

$\frac{a}{b}$	$\frac{1}{c}$	$\frac{c}{c^2-s^2}$	$\frac{s}{c^2-s^2}$	$\frac{i}{c^2-s^2}$	$\frac{j}{c^2-s^2}$	$\frac{g}{c^2-s^2}$	$\frac{h}{c^2-s^2}$	$\frac{j'}{c^2-s^2}$	$\frac{h'}{c^2-s^2}$	C	H	D	K
0.1	9.61526	12.82125	6.35022	6.401501	61.0317	370.7815	374.7020	370.7815	1045.776	0.06818	0.07223	0.15797	0.17262
0.2	5.02510	6.53430	3.10494	18.36855	15.7702	52.1704	52.4792	8.19350	162.142	0.07216	0.08947	0.31407	0.37052
0.3	3.55654	4.47728	2.04888	6.97555	7.15730	17.5547	17.72047	3.97970	6.55713	0.07182	0.14407	0.47778	0.52135
0.4	2.90168	3.52222	1.50274	3.76720	4.27952	7.7352	8.41451	2.56790	3.75441	0.17044	0.17787	0.62630	0.76604
0.5	2.57725	2.97222	1.15747	2.55276	2.70452	4.01442	5.17533	1.70704	2.77254	0.16246	0.26227	0.77778	0.94775
0.6	2.31715	2.63460	0.92178	1.75747	2.20352	2.91335	3.74378	1.25116	2.52533	0.26110	0.35207	0.92862	1.16347
0.7	2.10917	2.40743	0.74286	1.37574	1.80567	1.79277	3.00431	1.02125	2.27523	0.35753	0.44701	1.07152	1.28457
0.8	2.11333	2.27405	0.61622	1.05326	1.54377	1.3742	2.57620	1.01125	2.16753	0.44857	0.53014	1.20577	1.38727
0.9	2.06772	2.1604	0.49245	0.76477	1.40467	1.0777	2.36779	1.0204	2.07277	0.57727	0.61009	1.33002	1.52265
1.0	2.04077	2.10304	0.40272	0.58204	1.31953	0.77025	2.21815	1.0204	2.05573	0.57727	0.63116	1.44203	1.64094
1.1	2.02387	2.07235	0.36151	0.45264	1.24015	0.57423	2.13331	1.15773	2.0377	0.64154	0.74256	1.54009	1.68265
1.2	2.01402	2.04893	0.26372	0.35268	1.22235	0.47426	2.0831	1.17016	2.01570	0.70370	0.77439	1.62471	1.75016

として $\frac{a}{b}$ の種々の値に対し求める
 と表-1の如くなる。なおこゝでは
 $\nu=0.16$ に採つてある。

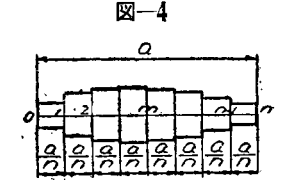
3. 撓角法に依る変断面矩形版の解法

図-3 は撓み及曲げモーメントを求めようとする変断面矩形版を示す。版の辺長を a, b とし、 $y=0$ 及 b にて単純支持とする。今この版を図のように n 等分すると、 n 等分された区間の版剛度は近似的に直線変化をなすものと見做すことが出来る。且つ各区間の両端の版剛度の平均を採つてその区間の平均版剛度とする。斯くして求めた平均の版剛度を夫々の区間の一樣な版剛度とする版を考えよう。この版に於ては版剛度は階段的に変化することになる。



撓角法に依る変断面版の解法は求めようとする変断面版を上記のような階段状の版に置き換え、この階段状版に就て計算を進めるのである。従つて計算の結果は近似的ではあるが、 n を適当に選ぶことによつて実用上差支えない値を得ることが出来、又必要ならば実際の版にいくらでも近ずけることが出来る。

次に荷重が版剛度の変化している方向に漸変している場合は、版剛度を階段状に置き換えるに対応して荷重も階段状荷重に置き換え、各区間に於ては等分布荷重と見做して計算を進めるとよい。



置き換えられた階段状版に図-4のように各分割点に $0, 1, 2, \dots, m, \dots, n$ の番号をつけ、なお $N_m = k_m N_c$ ($m=0, 1, 2, \dots, n-1$) とする。

今 $x=0$ 及 a にて単純支持としこの般が垂直荷重を受けて彎曲を起している場合、各分割点に就いて曲げモーメント及び反力の釣合条件式を求めると次の(7), (8) 式となる。

$$\begin{aligned} e_1'\theta_1 + f_1\theta_2 & - e_1'\delta_1 - d_1\delta_2 & & = \frac{-1}{\beta \cdot N_c} (H_{1,0} + C_{1,2}) \\ f_1\theta_1 + e_2\theta_2 + f_2\theta_3 & + d_1\delta_1 - e_2\delta_2 - d_2\delta_3 & & = \frac{-1}{\beta \cdot N_c} (C_{2,1} + C_{2,3}) \\ & \vdots & & \vdots \\ f_{m-1}\theta_{m-1} + e_m\theta_m + f_m\theta_{m+1} & + d_{m-1}\delta_{m-1} - e_m\delta_m - d_m\delta_{m+1} & & = \frac{-1}{\beta \cdot N_c} (C_{m,m-1} + C_{m,m+1}) \dots\dots(7) \\ & \vdots & & \vdots \\ f_{n-3}\theta_{n-3} + e_{n-2}\theta_{n-2} & + f_{n-2}\theta_{n-1} + d_{n-3}\delta_{n-3} - e_{n-2}\delta_{n-2} - d_{n-2}\delta_{n-1} & & = \frac{-1}{\beta \cdot N_c} (C_{n-2,n-3} + C_{n-2,n-1}) \\ f_{n-2}\theta_{n-2} + e'_{n-1}\theta_{n-1} & + d_{n-2}\delta_{n-2} - e'_{n-1}\delta_{n-1} & & = \frac{-1}{\beta \cdot N_c} (C_{n-1,n-2} + H_{n-1,n}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d'_1\theta_1 - t_1\theta_2 &= -u'_1\delta_1 + v_1\delta_2 = \frac{1}{\beta^2 N_c} (K_{1,0} - D_{1,2}) \\
 t_1\theta_1 + d_2\theta_2 - t_2\theta_3 &= +t_1\delta_1 - u_2\delta_2 + v_2\delta_3 = \frac{1}{\beta^2 N_c} (D_{2,1} - D_{2,3}) \\
 t_{m-1}\theta_{m-1} + d_m\theta_m - t_m\theta_{m+1} &= +v_{m-1}\delta_{m-1} - u_m\delta_m + v_m\delta_{m+1} = \frac{1}{\beta^2 N_c} (D_{m,m-1} - D_{m,m+1}) \\
 t_{n-3}\theta_{n-3} + d_{n-2}\theta_{n-2} - t_{n-2}\theta_{n-1} &= +v_{n-3}\delta_{n-3} - u_{n-2}\delta_{n-2} + v_{n-2}\delta_{n-1} = \frac{1}{\beta^2 N_c} (D_{n-2,n-3} - D_{n-2,n-1}) \\
 t_{n-2}\theta_{n-2} + d'_{n-1}\theta_{n-1} &= +v_{n-2}\delta_{n-2} - u'_{n-1}\delta_{n-1} = \frac{1}{\beta^2 N_c} (D_{n-1,n-2} - K_{n-1,n})
 \end{aligned} \tag{8}$$

但し

$$\begin{aligned}
 c_m &= k_{m-1} \frac{c_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} + k_m \frac{c_m}{c_m^2 - s_m^2}, & f_m &= k_m \frac{s_m}{c_m^2 - s_m^2} \\
 e'_1 &= k_0 \frac{1}{c_0} + k_1 \frac{c_1}{c_1^2 - s_1^2}, & e'_{n-1} &= k_{n-2} \frac{c_{n-2}}{c_{n-2}^2 - s_{n-2}^2} + k_{n-1} \frac{1}{c_{n-1}} \\
 d_m &= k_{m-1} \frac{j_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} - k_m \frac{j_m}{c_m^2 - s_m^2}, & t_m &= k_m \frac{i_m}{c_m^2 - s_m^2} \\
 d'_1 &= k_0 \frac{j'_0}{c_0^2 - s_0^2} - k_1 \frac{j_1}{c_1^2 - s_1^2}, & d'_{n-1} &= k_{n-2} \frac{j_{n-2}}{c_{n-2}^2 - s_{n-2}^2} - k_{n-1} \frac{j'_{n-1}}{c_{n-1}^2 - s_{n-1}^2} \\
 u_m &= k_{m-1} \frac{h_{m-1}}{c_{m-1}^2 - s_{m-1}^2} + k_m \frac{h_m}{c_m^2 - s_m^2}, & v_m &= k_m \frac{j_m}{c_m^2 - s_m^2} \\
 u'_1 &= k_0 \frac{h'_0}{c_0^2 - s_0^2} + k_1 \frac{h_1}{c_1^2 - s_1^2}, & u'_{n-1} &= k_{n-2} \frac{h_{n-2}}{c_{n-2}^2 - s_{n-2}^2} + k_{n-1} \frac{h'_{n-1}}{c_{n-1}^2 - s_{n-1}^2}
 \end{aligned} \tag{9}$$

便宜上 (1)~(6) 式における n の添字は省略し, (7), (8) 両式の δ は (2) (3) (4) 式の δ の β_n 倍を意味するものとする。

上の多元1次方程式を解いて δ と θ が求められ, 従つて (2) 式より M_x の値が求められる。即ち各分割点の δ 及び M_x の値が求められたわけである。次に任意の点の δ 及び M_x, M_y はラマンの場合と同じ考え方で, 4辺単純支持の場合の δ 及び M_x, M_y と, 相対する2辺にて単純支持され他の2辺に上で求めた δ 及び M_x を受ける場合の δ 及び M_x, M_y を組合せることに依つて求められる。

4. 計算例

図-5 の如き正方形版が4辺単純支持され全面に等分荷重を受ける。版剛度は x 方向に於てのみ1次的に変化しているものとし, 一端で N_0 , 他端で $8N_0$ とする。この場合の $y = \frac{a}{2}$ に於ける撓ミを求めよう。

撓角法を適用するため図の如く y 軸に平行なる線で5等分する。各区間の平均剛度は $1.7N_0, 3.1N_0, 4.5N_0, 5.9N_0$ 及び $7.3N_0$ となり, 従つて $N_c = N_0$ として $k_0 = 1.7, k_1 = 3.1, k_2 = 4.5, k_3 = 5.9$ 及び $k_4 = 7.3$ となる。又等分布荷重であるから $n=1, 3, 5 \dots$ の場合を考慮すればよい。(3) 従つて必要な諸函数を表-1より求めると表-2の通りである。例えば $n=3$ に対しては表-1に示す $n=1, \frac{a}{b} = 0.6$ の値を用いるのである。

図-5

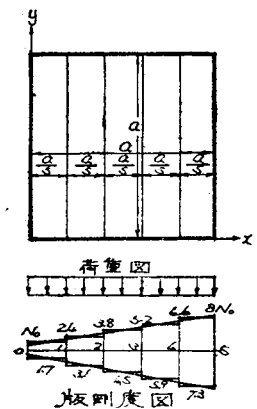


表-2

n	$\frac{1}{c}$	$\frac{e}{c^2 - s^2}$	$\frac{e^2}{c^2 - s^2}$	$\frac{e^3}{c^2 - s^2}$	$\frac{e^4}{c^2 - s^2}$	$\frac{e^5}{c^2 - s^2}$	$\frac{e^6}{c^2 - s^2}$	$\frac{e^7}{c^2 - s^2}$	$\frac{e^8}{c^2 - s^2}$	C	H	D	K
1	5.02510	6.53701	3.44791	15.28655	16.97792	52.17264	52.91172	9.18350	16.29242	0.67246	0.04907	0.34479	0.77042
3	2.31174	2.63460	0.77779	1.70002	2.70652	2.81530	3.78173	1.51106	2.55230	0.26110	0.28247	0.72862	1.16547
5	2.04877	2.10020	0.60222	0.87752	1.37133	0.74749	2.21971	1.22006	2.08573	0.57227	0.68116	1.44293	1.60006

次に (7), (8) 両式に従つて方程式を求めると表-3 の如くなり, これより δ のみの値を求めると表-5 の通りである。従つて $y = \frac{a}{2}$ に於ける δ の値は次の如く求められる。

$$\delta_1 = \frac{4pa^4}{\pi^2 N_0} \left\{ \frac{1}{15} \cdot 0.05791 - \frac{1}{3^5} \cdot 0.27075 + \frac{1}{5^5} \cdot 0.37346 \right\} = 0.05692 \frac{4pa^4}{\pi^2 N_0}$$

表-3

(右辺の単位は $\frac{4pa^3}{\pi^3 N_0}$)

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	右辺
$n=1$	28.9055 9.73691	9.73691 47.6448	14.13223 47.9472	18.53155 75.23855	34.38961 47.69231	-27.67931 21.91663	-59.23708 21.91663	-70.78065 30.78065	-0.01561 0 0 0.01561
	-34.38961 47.67931	-47.6931 -21.81043	-47.9472 69.22748	-18.53155 -21.81043	-190.0876 16.156530	16.156530 -370.49287	234.53028 -545.29177	307.47826 -427.63330	-0.70461 -0.62619 -0.62619 -0.70461
$n=3$	12.07716 2.85814	2.85814 4.14874	4.14874 27.39784	5.43968 32.42130	4.14931 -5.53170	3.08773 8.07987	-8.07987 3.08773	-10.52808 -1.07083	0.07137 0 0 0.07137
	-4.14931 5.53170	-3.08773 8.07987	-8.07987 -3.08773	-10.52808 1.07083	-15.91626 8.72743	8.72743 -20.45307	12.66895 -38.53688	16.61027 -40.17717	-2.03409 -18.5724 -18.5724 -2.03409
$n=5$	5.30431 1.24843	1.24843 16.02884	1.81224 21.92736	2.37605 27.3573	2.03777 1.82137	-1.82137 1.84777	-2.60393 1.84776	-3.44607 1.03102	-0.10887 0 0.10887 -3.04297
	-2.03777 1.82137	-1.82137 -1.84777	-2.60393 -1.84776	-3.44607 -1.03102	-10.37276 2.40773	2.40773 -16.86273	3.07830 3.07830	4.58263 -2.07763	-2.07763 -2.07763 -2.07763 -2.07763

表-4 (単位 $\frac{4pa^4}{\pi^5 n^5 N_0}$)

δ	$n=1$	$n=3$	$n=5$
δ_1	0.05791	0.27075	0.37346
δ_2	0.07596	0.24943	0.26447
δ_3	0.06613	0.18719	0.19394
δ_4	0.03792	0.11715	0.13822

$$\delta_2 = 0.07501 \frac{4pa^4}{\pi^5 N_0} \quad \delta_3 = 0.06542 \frac{4pa^4}{\pi^5 N_0} \quad \delta_4 = 0.03748 \frac{4pa^4}{\pi^5 N_0}$$

上に得た値を $45N_0$ (左右両端の剛度の平均値) を一定の版剛度とする正方形版の撓みと比較すると表-5 のようになる。

表-5 (単位 $\frac{4pa^4}{\pi^5 N_0}$)

	δ_1	δ_2	$\delta_{2.5}$	δ_3	δ_4
変断面版	0.05692	0.07501	0.07309	0.06542	0.03748
均一断面版	0.04026	0.06695	0.07079	0.06695	0.04529

但し $\delta_{2.5}$ の値 0.07309 は 4 個の函数値により Lagrange の内挿式に依り求めたものである。

表-3 の右辺の値

	$n=1$	$n=3$	$n=5$
	0.01891	0.21021	0.61613
	0.04544	0.36554	0.80121
	0.04544	0.36554	0.80121
	0.15940	1.03254	1.59596
	-1.63756	-4.75802	-7.19176
	-2.38708	-7.05751	-10.95943
	-3.26654	-9.65765	-14.99711
	-4.70393	-13.54879	-20.19426

次に同じ版に於て荷重強度が版剛度に比例する場合、即ち x 方向に於てのみ 1 次的に変化し、1 端に於て p_0 、他端に於て δp_0 となる場合を解いてみよう。

撓角撓度法公式の荷重項は等分布荷重の場合に対して求めているので、等変分布荷重には適用し得ない。従つて版剛度を階段状に考えたと同様に荷重強度も階段状に考え、各区間に於ては荷重強度も一定とする。即ち各区間の等分布荷重強度は $1.7p_0, 3.1p_0, 4.5p_0, 5.9p_0$ 及 $7.3p_0$ となる。

この場合の釣合条件式の左辺は表-3 と同一であつて、右辺のみ次のように変えるといふ。

表-6

	δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	θ_1	θ_2
$n=1$	0.22659	0.31470	0.27844	0.18048	0.24179	0.05050
3	0.76097	0.74024	0.91091	0.67355	0.19221	0.01738
5	0.90527	1.00102	0.79157	0.89224	0.11470	-0.01179
	θ_3	θ_4	M_{12}	M_{23}	M_{34}	M_{45}
$n=1$	-0.01776	-0.24753	0.72153	1.20764	1.9477	1.78657
3	-0.05742	-0.22550	0.70071	0.74897	1.0031	1.67862
5	-0.01657	-0.09700	0.40258	0.61644	0.64530	1.32549

$\theta_1 = \frac{4p_0 a^4}{\pi^5 n^5 N_0}$, $\theta_2 = \frac{4p_0 a^4}{\pi^5 n^5 N_0}$, $M_i = \frac{4p_0 a^4}{\pi^5 n^5}$

この多元一次方程式を解いて θ, δ を得、更に (2) 式より M_x の値を求めると表-6 のようになる。

従つて $y = \frac{a}{2}$ 於ける δ 及 M_x の値は前と同様にして求められ、その結果を示すと表-7 のようである。

表-7

δ_1	δ_2	δ_3	δ_4	M_{12}	M_{23}	M_{34}	M_{45}
0.21774	0.31135	0.29317	0.17791	0.90125	1.18633	1.48689	1.22696

単位 δ ; $\frac{4p_0 a^4}{\pi^5 N_0}$, M ; $\frac{4p_0 a^4}{\pi^5}$

この結果を図に示せば 図-6 の通りである。図中点線は撓角法にて求めた値、実線は Gran Olsson が Exponential Integral を用いて正確に解いた値である。分割数を 10 にすれば更に精密な値を得られることは勿論であるが、極めて大まかな分割の場合に於ても、撓角法に依る解法は正解に比して大して遜色を認めない。

5. 結 言

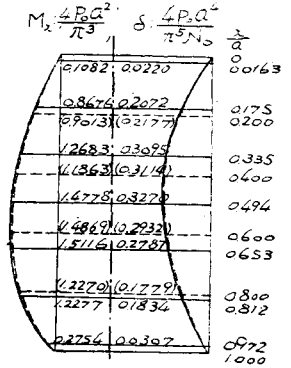
以上示した如く撓角法に依る解法は、版剛度及荷重強度が x 又は y はのいづれかみの函数である場合には、それらが如何なる函数形を採らうとも、いずれの場合にも適用される。又なんら高等なる函数表を必要としない点も便利である。但し計算式誘導に於ける相対する 2 辺単純支持の仮定に拘束されることは免れない。即ち本計算例の場合では版剛度、荷重強度の一定なる方向に於ては単純支持でなければ、この方法は使用出来ない欠点がある。目下周辺の支持条件に拘束されない撓角法について研究を進めているので他日発表したいと考えている。

なお本文を草するに当つては京大教授小西博士の御指導を賜り、計算には同土木工学教室職員石原清忠君の助力を仰いだ。こゝに附記して厚く感謝の意を表す次第である。

引用文献

- (1) Gran Olsson: Ing-Archiv; 5(1934) 5.363.
- (2) 成岡昌夫: 撓角撓度法に依る 1 方向連続版の解法; 土木学会誌に近く発表の予定
- (3) Timoshenko; Theory of Plates and Shells; p.127

図-6



実線: G. Olsson の精密計算
点線: 著者の近似計算

PAPER LOCATION についての 2, 3 の基礎的 問題の図式解法について

正員 大 島 太 市*

ON THE DIAGRAMATIC SOLUTION OF THE SOME FUNDAMENTAL PROBLEMS ON THE PAPER LOCATION

Taichi Oshima, C. E. Member

Synopsis; Proper plans can hardly be formulated in accordance with paper location unless the location is carried out on a definite principle. Moreover, a systematic paper plan is necessary for increasing the utility of the diagrams.

In this paper, solutions of the problems arising in connection with the determination of the shortest route are given as examples, and methods are described with respect to typical topographic conditions, of graphical determination of the shortest route on a definite gradient and of the shortest route with the length of line being given.

要 旨 Paper Location を行う場合、一定の方針のもとでなすのでなければ、適正な計画を行うことは仲々困難である。又、図面を充分利用し、その利用価値を高めるためにも系統的な図上の計画が必要である。本文は、その 1 例として路線の最短なもの決定する時に、起つてくる問題、例えばある一定の勾配の下に最短路をきめる場合、又は、路線長をおさえて最短路をきめる場合などの問題を代表的な地形について図式に求める方法について吟味したものである。

* 東京大学第二工学部