

と流速分布より得られる l との関係は今後更に観測を續けて、之を追求し度いものと思つてみる。

(昭 23. 7. 21. 受付)

矩形沈砂池の隅角部に曲線を入れた場合の影響について

準 員 合 田 健*

Influences of Applying Curve at the Corner of Rectangular Sand Basin.

By Takeshi Gōda, C. E. Assoc. Member

要 旨

沈砂池の隅角部及其近傍においては死水域を生じ、流れの均一性を亂して除砂効率を低下するものと考えられている。従つて隅角部に適當な曲線を入れて除砂効率の低下を避けようとする試みがよく見られるが、こうした場合の関係を流體力學的に明かにしようとして行つたのが本研究である。このために沈砂池内の水の流れを 2 次元のポテンシャル流と考え、流體と壁との間の摩擦及流體間の粘性を無視し、池への流入口を 1 點よりの單一吹出しとした。これらの假定は沈砂池内の現實の流れと相當異つてゐるが、沈砂池問題の考察に對し重要な示唆を與えることと思ふ。沈砂池の流れを種々の方面より流體力學的に研究して、その合理的な設計基準を明かにしようとする我々の研究成果の一部であつて、さきに發表した論文¹⁾の續編である。

Summary.

Dead water at the corner of sand settling basin creates turbulence and reduces the efficiency of sand removal. Many attempts have been made to determine the proper curvature to avoid reduction in efficiency. The article, written from the hydrodynamical point of view, considers the influence of curvature with 2-dimensional potential flow from a single orifice. Wall friction and viscosity are neglected. These assumptions are far from actual flow in the basin, but this article will give us many important suggestions on the problems of sand settling basin.

目 次

- | | |
|--------------|--------|
| 1. 曲線の挿入 | 3. 結 論 |
| 2. 流速分布 | |
| 1. 曲線を挿入した寫像 | |

(1) 曲線の挿入 隅角部に曲線を挿入するのは、流速 0 の點を隅角及其近傍で作らないのが目的であるから、挿入した曲線はその終始點における切線が相隣る直線壁に一致する様なものでなければならぬ。つまり、この實形を寫像する際、隅角の近傍をことごとく正則點にする様に、無限數の稜を有する多角形として取扱ふことにする。

今圖一に示す如き z -平面の實形の内部が圖二に示す如き z -平面の上半面に寫像され、 $G-F$ の部分の隅角を除去して曲線を挿入したとし、その切線の測角基準線を z -平面の x 軸にとることとしよう。然らば z -平面上の動點 z が實軸上を正方向に動く場合、これに對應して z -平面では $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G$ の境界上を動く様な寫像函數を考えればよい。而してこの條件に合う寫像函數は、Schwarz-Christoffel の定理によつて、多角形の直線部分では、

* 京都大學大学院特別研究生

1) 合田健：“沈砂池問題に對する等角寫像の 2,3 の應用に就て”，土木學會誌，第 33 卷第 1 號，昭 23.

$$\frac{d}{d\zeta} \left(\log \frac{dz}{d\zeta} \right) = - \sum_{\gamma=1}^{\Omega} \frac{\lambda_{\gamma}}{\zeta - \xi_{\gamma}}$$

で求められ、曲線部分では、

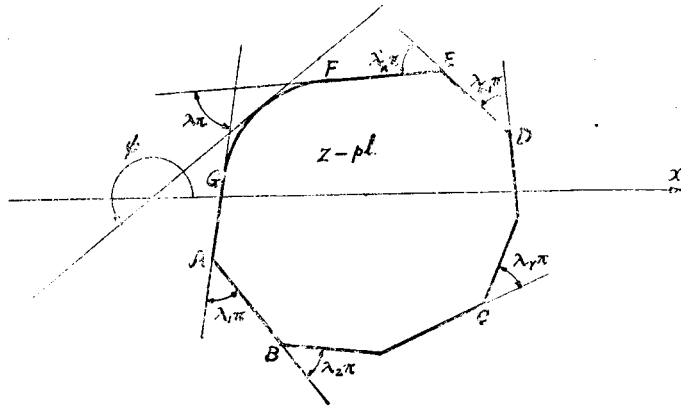
$$\frac{d}{d\zeta} \left(\log \frac{dz}{d\zeta} \right) = - \int_0^{\lambda} \frac{d\lambda}{\zeta - \xi}$$

となる。従つて多角形全体では、

$$\frac{d}{d\zeta} \left(\log \frac{dz}{d\zeta} \right) = - \left[\sum_{\gamma=1}^{\Omega} \frac{\lambda_{\gamma}}{\zeta - \xi_{\gamma}} + \int_0^{\lambda} \frac{d\lambda}{\zeta - \xi} \right]$$

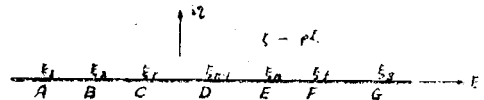
$$\therefore \frac{dz}{d\zeta} = C \prod_{\gamma=1}^{\Omega} (\zeta - \xi_{\gamma})^{-\lambda_{\gamma}} \exp \left(\int_{\zeta}^{\lambda} \int_0^{\lambda} \frac{d\lambda}{\zeta - \xi} d\zeta \right) \dots\dots\dots (1)^2$$

図-1 z-平面内の曲線を入れた多角形



となる。今沈砂池として半無限長の帯状のものを考え、流入口が対称軸にあつて流入壁側の隅角部に曲線を入れたものとし、図-3の如き寫像関係にあるものとするれば、(1)式における ξ_{γ} , λ_{γ} は流入口 D 點に對するもののみを考えればよく夫々 α , $1/2$ となるから、

図-2 多角形内部を寫像する ζ -平面



$$\frac{dz}{d\zeta} = C(\zeta - \alpha)^{-1/2} \exp \left(\int_{\zeta}^{\lambda} \int_0^{\lambda} \frac{d\lambda}{\zeta - \xi} d\zeta \right) \dots\dots\dots (1)'$$

図-3. 半無限長の帯状池にて曲線を入れた場合の寫像關係

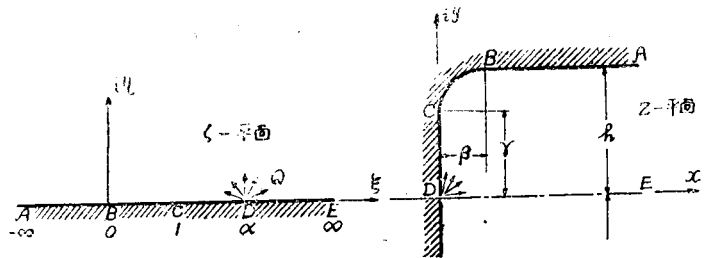
この式を積分するためには、先ず挿入曲線部分 BC に對し

$$B = \int_0^{\lambda} \frac{d\lambda}{\zeta - \xi}$$

を求める必要があるが、図-1 より一般に

$$d\psi = \pi d\lambda$$

であるから、 ψ と ξ の間にある關係を與えればよい。この關係については、図-3 における挿入曲



2) $\exp(x) = e^x$ を意味する。

線の始終点 B 及 C の ψ の値を夫々 ψ_1, ψ_2 とすれば、

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= \pi, & \therefore \tan \psi_1 &= 0; & \xi &= 0 \\ \psi_2 &= 3\pi/2, & \therefore \tan \psi_2 &= +\infty; & \xi &= 1 \end{aligned} \right\}$$

の条件を顧慮して、次式を考えることが出来る。

$$\tan \psi = \sqrt{\xi} (1 - \xi) \dots\dots\dots (2)$$

とすると $\tan \psi = t, \therefore \xi = t^2 / (1 + t^2)$ とおくことにより、

$$\begin{aligned} B &= \int_0^\lambda \frac{d\lambda}{\xi - \xi} = \frac{1}{\pi} \int_\pi^{3\pi/2} \frac{d\psi}{\xi - \xi} = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \left\{ \left(\xi - \frac{t^2}{1+t^2} \right) (1+t^2) \right\} dt \\ &= - \frac{\sqrt{1-\xi}}{2\pi(1-\xi)\sqrt{\xi}} \left[\log \left\{ \frac{t - \sqrt{1-\xi}}{t + \sqrt{1-\xi}} \right\} \right]_0^{+\infty} \\ &= \frac{-i^2}{2\sqrt{\xi}\sqrt{1-\xi}} = \frac{1}{2\sqrt{\xi}\sqrt{1-\xi}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \exp \left(\int_\xi^\lambda \frac{d\lambda}{\xi - \xi} \right) &= \exp \left(\int \frac{d\xi}{2\sqrt{\xi}\sqrt{1-\xi}} \right) \\ &= \exp(\log |\sqrt{\xi} + \sqrt{1-\xi}|) = \sqrt{\xi} + \sqrt{1-\xi} \end{aligned}$$

これを(1)式に代入して、

$$\frac{dz}{d\xi} = C(\xi - \alpha)^{-1/2} (\sqrt{\xi} + \sqrt{1-\xi})^{-1} = C(\sqrt{\xi} - \sqrt{1-\xi}) / \sqrt{\xi - \alpha} \dots\dots\dots (3)$$

となり、更に積分すると、

$$\begin{aligned} z &= C \{ \sqrt{\xi(\xi - \alpha)} - \sqrt{(\xi - 1)(\xi - \alpha)} + \alpha \log |\sqrt{\xi - \alpha} + \sqrt{\xi}| \\ &\quad + (1 - \alpha) \log |\sqrt{\xi - 1} + \sqrt{\xi - \alpha}| \} + C_1 \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

(2) 常数の決定 常数 C, C₁ は境界条件から定むべきものであるが、圖-3 の如き寫像の對應關係を考えているから、複素速度ポテンシアルを w, 単位時間の流出量を Q とすれば、

$$w = \phi + i\psi = -\frac{Q}{\pi} \log(\xi - \alpha) \dots\dots\dots (5)$$

従つて流速の座標軸方向の分値を夫々 u, v とし、合成速度 u - iv を計算すると、

$$u - iv = \frac{dw}{dz} = \frac{dw}{d\xi} \frac{d\xi}{dz} = \frac{Q}{\pi} (\sqrt{\xi - 1} + \sqrt{\xi}) / \sqrt{\xi - \alpha} \dots\dots\dots (6)$$

これは D 点 $\xi = \alpha$ にて ∞ となり、挿入曲線の始終点 B 及 C 従つて $\xi = 0, 1$ にてともに 0 とならないと云う條件を満足している。一方 z-平面における無限遠点にては流速が一樣となり Q/h となるべきことから、

$$\lim_{z \rightarrow \infty} (u - iv) = Q/h$$

この關係を(6)式に代入して、

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{Q}{\pi C} \left(\sqrt{1 - \frac{1}{\xi}} + \sqrt{1} \right) / \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\xi}} \right\}_{\xi \rightarrow \infty} &= \frac{Q}{\pi C} \cdot 2 = \frac{Q}{h} \\ \therefore C &= 2h/\pi \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

次に C₁ については、 $\xi = \alpha$ にて z=0 なる關係を(4)式に入れて、

$$C_1 = - (2/\pi) \{ \alpha \log \sqrt{\alpha} + (1 - \alpha) \log \sqrt{\alpha - 1} \} \dots\dots\dots (8)$$

(3) 寫像實形 (z-平面) と α との關係 (4)式の α に種々の値を與えると、それに對應する寫像實形が得られるが、1 例として $\alpha = 4.0$ の場合を求めると、

$$\begin{aligned} z &= \frac{2h}{\pi} \left\{ \sqrt{\xi(\xi - 4)} - \sqrt{(\xi - 1)(\xi - 4)} + 4 \log |\sqrt{\xi - 4} + \sqrt{\xi}| \right. \\ &\quad \left. - 3 \log |\sqrt{\xi - 1} + \sqrt{\xi - 4}| \right\} + \frac{2h}{\pi} \left\{ \frac{3}{2} \log 3 - 4 \log 2 \right\} \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

同様にして $\alpha = 3.0, 2.0, 1.5, 1.2, 1.05, 1.0$ の各場合の公式を導き、これらの各式から挿入曲線の實形を

表す諸数値 $\beta, \gamma, h-\gamma$ を計算し、 α との関係を図示したのが図一四である。ここに β 及 γ は図一三に示す如く挿入曲線の始終点の位置を示す値であつて、(8)式などにおいて $\zeta=0,1$ とした場合の z の値から求められるものである。なおこの寫像方法によれば、一般に α を與えると、始終点の位置 β, γ が自ら決定し、これらの始終点に相隣る直線壁に切する様な挿入曲線の形も自然的に定つてくる。しかも α を減少するほど、終点 C は流入点 D に近づき、始点 B は流入壁から遠ざかることになるので、結局大きい曲率半徑の曲線を挿入したことになる。特に $\alpha=1.0$ にて終点 C は流入点 D と一致し、始点 B は流入壁より $0.638h$ だけ遠ざかることになるので、 $0.638h$ は始点が流入壁より最も遠く離れた場合に相當する。

一方始点の位置 β が最初に與えられた場合は、それに應じて α が決定し、従つて終点の位置 γ も自ら決定することになり、挿入曲線の形も自然的に定まつて來るのであつて、このことは最初に終点の位置 γ を與えた場合も同様である。従つて始終点の位置を互に獨立して任意に與えたり、又挿入曲線の形を豫め定めておくことは、ともに出來ないわけである。

2. 流速分布

以上の寫像式は座標条件と流速条件を満足している。これらの式はよつて個々の池の實形を數値計算し、池の周壁に沿う流速分布を知ることが出來れば、池の内部における流速分布を知らずとも、挿入流曲が池の内部の流れの状況に及ぼす影響を知ろうとする我々の目的は、大體達せられたものとみてよい。勿論(9)式の如きものを ζ の陽函數に書改め、流れの函數 ψ や速度ポテンシアル ϕ を求め得れば、池の中の流況を逐一解明することも出来るが、實際上それは殆ど不可能であるからである。

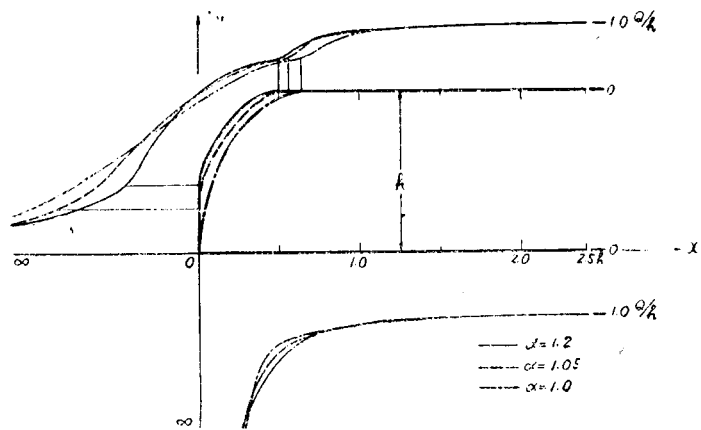
このために先ず池の形として適當なもの5つを選び ($\alpha=1.0, 1.05, 1.2, 2.0, 4.0$)、池の實形及その周壁上の流速を計算し、さきに行つた半無限矩形池の場合と比較對照した結果は次の様である。

(1) 池の實形と周壁に沿う流速

(8)式にて $\alpha=1.0, 1.05, 1.2, 2.0, 4.0$ とした各場合について、 z と ζ の對應を數値計算して池の實形を求めた結果は、半無限矩形池の場合をも含めて圖一五、六の太線の如くである。この場合流入點は原點 O にあり、 x 軸は池の中心線に當たるが、 x 軸を周壁と考へても結果は同じである。

次に周壁に沿う各點の合成流速を(6)式(但し $C=2h/\pi$ とする)より計算し、實際の流速 $V=\sqrt{u^2+v^2}$ の値を周壁又は中心線に直角に外側にたてた縦距として圖示したものが、圖一五、六の細線である。

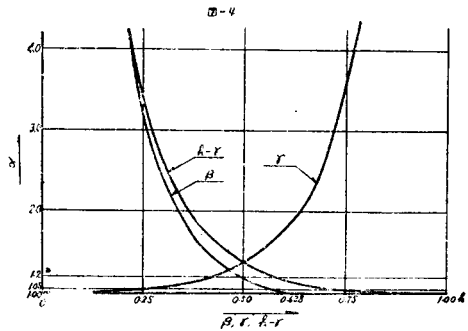
圖一五. $\alpha=1.0, 1.05, 1.2$ に對する池の實形と周壁及中心線に沿う流速分布



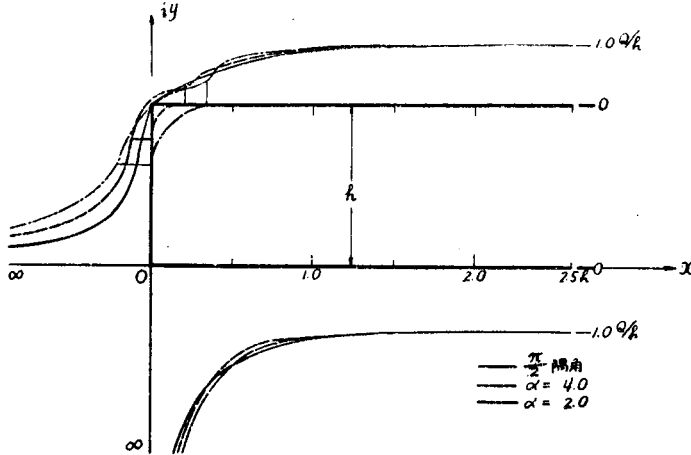
(2) 池の形が流速分布に及ぼす影響 この影響を比較對照するには種々の方法が考へられるが、ここでは外周壁 DCBA に沿う流速と中心線 DE に沿う流速との比を次の2通りの方法で表して見た。

先ず圖一七は縦軸に流速比 V_{DCBA}/V_{DE} 、横軸に x/h をとつたもので、流入口より池の長さの方向に測つた距離 x が相等しい外周壁及中心線上の點の流速比が x に應じて如何に變化するかを示している。圖より明かな如

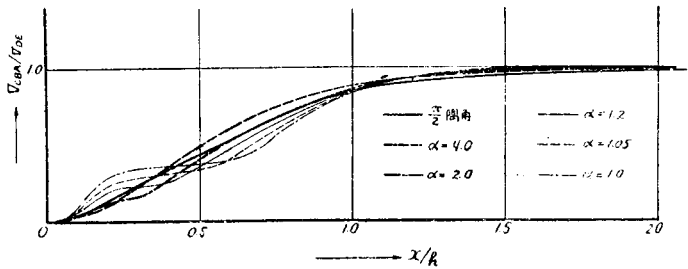
圖一四. 挿入曲線の始終点の位置と α との関係



圖一六. $\alpha=2.0$ 及 4.0 に對する池並に半無限矩形池の實形と周壁及中心線に沿う流速分布



圖一七. 流速比 V_{CB}/V_{DE} と x/h との関係



次に實際に流體が流入口より池に流れ込んだ後の経路に注目し、外周壁 DCBA 及中心線 DE 上において流入點 D よりの流線に沿う距離 x' の等しい點の流速比を求め、これと x'/h との關係を圖示すると 圖一八 の様になる。半無限矩形池の場合隅角點で流速が 0 となるから、 V_{DE}, V_{DCBA} が ∞ となることは圖に示す通りである。曲線 CB の始點 B の近傍の山が α を大とするほど著しいことは、上述の外周壁 DCBA に沿う流速分布の特徴に基くものである。

圖一七、八 によつて示唆される點は少くないが、特に注目する點を挙げると次の様である。

1. α を大きくして挿入曲線が小さく急となるほど、終點 C に至るまでに著しく流速を減じ、曲線に沿うては均一化されるが、始點 B 附近から急激に増加する。 $\alpha=4.0$ の場合の如きは、B 點の流速は均一時の流速 Q/h の大體 $1/4$ である。

2. 挿入曲線特にその始點 B の近傍にて流速を低下することは壓力の増大を意味し、境界壁に相當の影響を與えたとともに、隅角部における渦の生成や死水域の大きさに重要な關係をもつている。従つてここに得た諸關係は、隅角部に曲線を挿入して沈砂池における除砂効率の低下を避けようとする場合に對し、一應考察の基準を與

3) 寫像の關係から B 及 C を夫々曲線の始終點としたが、流れの方向から云えば逆に名付ける方が至當である。

く、何れの池においても流速比は $x'/h=1.15$ の斷面にて相等しくなり、その後は殆ど一樣に 1 に收斂してゆることが認められ、一般に幅 h の 1.5 倍以遠の流れは殆ど完全に均一であると云つてよい。なお $x'/h=1.15$ に至るまでの流速比の變化は、中心線 DE に沿う流速分布が何れの池にても大差がないのに拘らず、挿入曲線 CB 及その後の流速分布が曲線の形によつて著しく異なるために、圖一七 の如く大きい影響を受けるのである。即ち α を大にして挿入曲線の曲率半徑を小にするほど、流入點 D より終點 C に至る迄に著しく

えるものであるが、その詳細は改めて他日発表したいと思う。

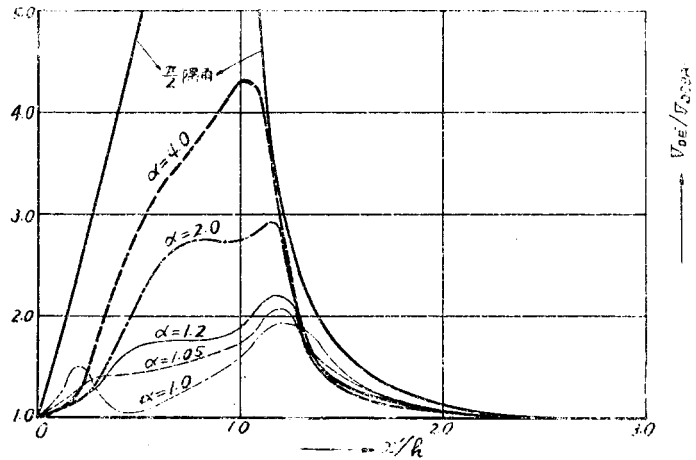
(3) 外周壁及中心線上の点における流速比は、挿入曲線の形に拘らず、 $x/h=1.15$ の断面にて等しい値をもち、その後は一様に 1 に収斂してゆくから、 $x/h=1.5$ 以後の流れは殆ど完全に均一である。なおこれを $\pi/2$ 隅角の場合と比較すれば流速比収斂の割合は若干良好であり、隅角部に曲線を挿入した形が半無限矩形、同様形に比し流れの均一性に有利なことを示すわけである。

3. 結 論

本研究は矩形沈砂池の隅角部に曲線を挿入した場合の池内の水の運動を、2次元のポテンシャル流として等角寫像法を用いて計算し考察したものである。ここに得た寫像式は吹出口を除いた全境界に亘つて流速分布を正則ならしめると云う點に重點をおいて研究したもので、挿入曲線の形状を任意に與えた一般の場合を解き得なかつたが、曲線を挿入した多角形の内部を上半面に寫像すると云う困難な問題の解決に一步を進めたものといつてよい。こうした研究を更に發展すると共に、挿入曲線、特にその始點附近の流速低下、壓力増大の狀況とこの部分における渦の生成や死水域の大きさの關係を明かにすることによつて、沈砂池隅角部が沈砂効率に及ぼす影響を知ることが出来、沈砂池問題考察の重要な 1 つの基準を得ることと思う。

本研究は文部省科學研究費を得て京大教授石原博士御指導の下に行つている“沈砂池、沈澄池の流體力學的研究”の成果の一部であり、ここに石原博士並に關係方面に深謝の意を表す次第である。(昭 23. 7. 受付)

圖-8. 流速比 V_{DE}/V_{DCBA} と x/h との関係



水平補剛材を有する矩形版の挫屈應力計算法

正員 成岡昌夫

Computation of Buckling Stress of the Rectangular Plate with Horizontal Stiffener

By Masao Naruoka, C. E. member

要 旨

矩形版の挫屈應力計算法には好んでエネルギー法が用いられるが、この方法は 4 邊単純支持の場合極めて便利であつても、他の場合には不利である。壓縮方向に垂直な相對する 2 邊にて単純支持され、他の 2 邊にて種々の境界条件をもつ矩形版が水平補剛材を有する場合の計算法は積分法による R. Barbré の解法があるが、この方法は挫屈条件式たる行列式の行と列の数が多くなつて計算困難である。著者はかゝる場合に應用すべき撓角撓度法公式を誘導し、計算を簡單ならしめることを試み、良好なる結果を収めた。

Summary.

For the computation of buckling stress of rectangular plate, the energy method is quite often used. This is suitable in case of plates simply supported on 4 sides, but is inconvenient in other cases. When