う．即ち $\theta=\beta$ 及 $\theta=\beta+\pi/2$ に於て極大及極小値をもち π なる週期をもつ θ の適當なる函數 $f(\theta)$ を考え，(22) の $\cos 2(\theta-\beta)$ のかわりにこれを代入することに依つて，寒天の場合と同様な考え方から寒天土内の龜裂の折れ曲る現象を理解し得るのである．

第4節，龜裂の折れ曲る機械について

前の2節に於て寒天と寒天土内に豫め切れ目がある時に壓縮力が加わる時はその先端から在來の切れ目の方向と鈍角をなして新らしい龜裂が進行しうることを實驗的に示し且彈性論によつて之を檢討した．坑道の側壁部に坑のふちから内部に至る龜裂が出來た時はその先端部に於て上記の實驗と同様な應力狀態が現出され，その結果新らしい龜裂が在來の龜裂と鈍角をなして發生することはあり得ることでこれが側壁から3角形土塊がずり出してくる1原因であると思われる．

重力堰堤に作用する地震力の影響（其の二）
（地震時動水壓の正解）

正員 畑野 正*

Seismic Force Effect on Gravity-dams. (No. 2)
(Accurate Solution of Dynamic Water-pressures on Dams, during Earth-quake.)

By Tadashi Hatano C. E., Member.

要旨 先に筆者は重力堰堤に作用する地震力の影響（其の一）に於て，重力堰堤に水壓の作用しない場合の振動を取扱い，地震動週期の短い時は，從來の考へ方に變更を要する事を述べたが，本文に於ては從來動水壓の理論式として採用されている Westergaard 氏の解が正解でなく，地震動週期小なる時は用いられない事を指摘し，これに對し筆者の正解を述べた．

1. 從來の動水壓理論に對する批判

1) Westergaard 氏の解[1]

Westergaard 氏の解を要約すると次の如くである．自由水面を上流側に向つて x 軸とし，堰堤上流面を沿直と考へてこれを下向きに y 軸とする．今靜水壓を加へない動水壓のみを σ とし，ξ, η を x, y 方向の水分子の變位量とすれば，運動の方程式として次式を得る．

$$\frac{\partial\sigma}{\partial x}=\frac{W_0}{g}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} \qquad \cdots\cdots(1)$$

$$\frac{\partial\sigma}{\partial y}=\frac{W_0}{g}\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} \qquad \cdots\cdots(2)$$

こゝに W_0 は水の單位體積の重量，g は重力の加速度である．又水の體積彈性率を K とおけ

* 日本發送電々力技術研究所員 工學士

1) Transaction of A. S. C. F. 1933.

ば，次式が成立する．

$$\sigma = K\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\eta}{\partial y}\right) \quad \cdots\cdots (3)$$

水の運動は (1)(2)(3) 式で規定されるが (3) に明な如く ξ,η を充分小なるものとして，二次以上の微分商を省略してゐるのである．

さて，上式を

(i) $y=0$ に於て $\sigma=0$

(ii) $y=h$ に於て $\eta=0$ (h: 堰堤高)

(iii) $x=0$ に於て $\xi=\frac{-\alpha g T^2}{4\pi^2}\cos\frac{2\pi t}{T}$

(α: 震度 T: 地震動週期)

(iv) σ は x が大になるにつれて 0 に近づく．

の4條件の下に解いて，

$$\xi = -\frac{\alpha g T^2}{\pi^3}\cos\frac{2\pi t}{T}\sum_{1,3,5,\cdots\cdots}^{n}\frac{1}{n}e^{-q_n}\sin\frac{n\pi y}{2h} \quad \cdots\cdots (4)$$

$$\eta = \frac{\alpha g T^2}{\pi^3}\cos\frac{2\pi t}{T}\sum_{1,3,5,\cdots\cdots}^{n}\frac{1}{nC_n}e^{-q_n}\cos\frac{n\pi y}{2h} \quad \cdots\cdots (5)$$

を得た．こゝに，

$$C_n=\sqrt{1-\frac{16W_0h^2}{n^2 gKT^2}} \quad \cdots\cdots (6) \qquad q_n=\frac{n\pi C_n x}{2h} \quad \cdots\cdots (7)$$

である．以上から動水壓 σ は次の如く與へられる．

$$\sigma = -\frac{8\alpha W_0 h}{\pi^2}\cos\frac{2\pi t}{T}\sum_{1,3,5,\cdots\cdots}^{n}\frac{1}{n^2 C_n}e^{-q_n}\sin\frac{n\pi y}{2h} \quad \cdots\cdots (8)$$

(8) を簡易化して，通常動水壓式として用ひられる，

$$\sigma=\frac{7}{8}W_0\alpha\sqrt{hy} \quad \cdots\cdots (9)$$

としたのである．

以上の解を吟味して見ると次の如き不備の點を指摘する事が出來る．

(i) (8) 式に於て $C_n=0$ なるときは所謂共振の現象を生ずる．これは (6) 式から

$$\frac{h}{T}=\sqrt{\frac{n^2 gK}{16W_0}}$$

の場合であつて，$K=211{,}000\ \mathrm{ton/m^2}$ とすれば，$\frac{h}{T}\doteqdot n\,360$ となる．$n=1$ とすれば，地震動週期小なる時は，$\frac{h}{T}>360$ の場合も充分に起り得るのである．この場合は C_n の値は虚數となつて最早 (8) 式は解として用ひる事が出來ない．

(ii) 微分方程式の境界條件 (iv) は，x が大になるにつれて，σ が 0 に近づくとして居るが，堰堤が單弦運動を繼續する際に，x 方向に進行する波動を生じて動水壓 σ が無限の距離に傳播する事があり得る．初めから，$x\to\infty$ に於て $\sigma\to 0$ とする事は不合理である．

(iii) 座標の原點即ち水面と堰堤上流面との交點に於る波の高さを計算するに，(5) 式を用ひて

$$\eta_{y=0} = -\frac{\alpha g T^2}{2\pi^3}\log\tanh\frac{\pi x}{4h}$$

となり，これに $x=0$ を代入すれば，η は無限大となる．即ちこの解に於る特異點であつて，原點に於る波の高さは計算出來ないのである．

以上の如きが Westergaard 氏の解に於る缺點の主要なものであるが，要するに數學的に不完全な解であると共に，境界條件 (i) 及び (iv) に不備がある樣に思はれる．

2) 安藏教授の解[2)]

故安藏教授は問題を非壓縮性の完全流體として取扱ひ，これを解かれた．即ち ϕ を，速度ポテンシヤルとして，

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}=0$$

を滿足し，池の底部，堰堤上流面，池の自由表面の三境界條件を滿足する解を求めたのである．この解は筆者が求めた解の特別な場合に相當するので，その詳細は以下に明になるが，問題を非壓縮性とした爲に，こゝに問題にしてゐる短週期振動の場合には用ひられないのである．

2. 動水壓の正解

1) 微分方程式の誘導

池の表面を上流向に x 軸とし，堰堤上流面を沿直と考へて上向きを y 軸とする．池中の點の座標を x_0, y_0 とし，水分子の x, y 方向の變位量を ξ, η とすれば，

$$x=x_0+\xi, \qquad y=y_0+\eta$$

水壓の大きさを p とすれば，運動の方程式は次の如くなる．

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}=-\frac{g}{W_0}\frac{\partial p}{\partial x} \qquad \cdots\cdots (10)$$

$$\frac{\partial^2\eta}{\partial t^2}=-g-\frac{g}{W_0}\frac{\partial p}{\partial y} \qquad \cdots\cdots (11)$$

又水壓 p は次の如く置く事が出來る．

$$p=-K\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)-W_0 y \qquad \cdots\cdots (12)$$

今 $f(x, y, t)$ なる函數を考へて，

$$\frac{\partial\xi}{\partial t}=-\frac{\partial f}{\partial x}, \qquad \frac{\partial\eta}{\partial t}=-\frac{\partial f}{\partial y} \qquad \cdots\cdots (13)$$

と置くものとする．

(10)(11)(12)(13) 式より，

2) 工學會講演集 昭和 11 年.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}-\frac{W_0}{gK}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}=0 \qquad (14)$$

となる．即ち壓縮性流體の運動は二次元の波動方程式によつて規定されるのである．これを解くに當つての境界條件は，微小振動なりとして，次の如く考へる．

(i) $\left|-\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{y=-h}=0$

(ii) $\left|-\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x=0}=\frac{\alpha g}{w}\cos wt$

(iii) $\left|\frac{W_0}{g}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}+W_0\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{y=0}=0$

こゝに堰堤は $\xi=\frac{\alpha g}{w^2}\sin\omega t$ にて，振動するものとする，又 (iii) は (12)(13)(14) 式から導いた自由表面の條件式で，非壓縮性完全流體に於る場合と同じ形になるのである．

2) 微分方程式の解

(14) 式を解くに當つて，水分子の運動は，ω なる振動率を有するから，f は次の形をとるものとする．

$$f=e^{i\omega t}X(x)Y(y) \qquad (15)$$

これを (14) 式に代入し

$$\frac{1}{Y}\frac{d^2Y}{dy^2}=-\frac{1}{X}\frac{d^2X}{dx^2}-c^2=k^2 \qquad (16)$$

とおく．こゝに，

$$c^2=\frac{W_0\omega^2}{gK},\qquad k:\ 常數.$$

從つて

$$\frac{d^2Y}{dy^2}-k^2Y=0 \qquad (17)$$

$$\frac{d^2X}{dx^2}+(k^2+c^2)X=0 \qquad (18)$$

となる．

先づ k が實數の場合を考へると，(17) の解は次の樣になる．

$$Y=Ae^{-ky}+Be^{ky}$$

條件 (i) を用ひて，

$$Y=2Ae^{kh}\cosh k(y+h) \qquad (19)$$

條件 (iii) を用ひて，

$$k\tanh kh=\frac{\omega^2}{g} \qquad (20)$$

(20) 式は k の値をを與へる式で，

$$f_1=\coth kh,\qquad f_2=\frac{kg}{\omega^2}$$

の二線の交點から得られる．從つて根は唯一つであるから，これを k_0 とする．

次に k が虛數の場合を考へるに，$k=ik'$ とおき (17) の解を求めると次の樣になる．

$$Y=Ae^{-ik'y}+Be^{ik'y}$$

前と同樣にして，

$$Y=2Ae^{ik'h}\cos k'(y+h) \quad \cdots\cdots (21)$$

$$k'\tan k'h=-\frac{\omega^2}{g} \quad \cdots\cdots (22)$$

を得る．(22) 式を滿足する k' の値は，

$$f_1=\cot k'h, \qquad f_2=-\frac{k'g}{\omega^2}$$

の交點から與へられるから無數に存在する．今 k' を k'_m とし m を $\pm1, \pm2, \pm3\cdots\cdots$ と變化して k' のすべての値を表すものとする．

次に (18) 式を解くに當つて，

$$k:\ \text{實數.} \qquad j_0=\sqrt{c^2+k_0^2} \quad \cdots\cdots (23)$$

$$k:\ \text{虛數.} \qquad j_m=\sqrt{c^2-k_m'^2} \quad \cdots\cdots (24)$$

但し　$c^2>k_m'^2$　の時．

$$j'_m=\sqrt{k_m'^2-c^2} \quad \cdots\cdots (25)$$

但し　$c^2<k_m'^2$　の時．

とおくものとする．以上から (18) 式の解は夫々次の如くなる．

$$X=C_0e^{-ij_0x}+D_0e^{ij_0x} \quad \cdots\cdots (26)$$

$$X=C_me^{-ij_mx}+D_me^{ij_mx} \quad \cdots\cdots (27)$$

$$X=C'_me^{-ij'_mx}+D'_me^{-ij'_mx} \quad \cdots\cdots (28)$$

(26), (27) の右邊の第二項は $-x$ 方向に傳播する波を表す故，これを省略する ((30) 式參照)．

(28) 式の右邊第二項は x が大なるにつれて無限に大となるからこれを省略する．又 (22) に明な如く，k'_m の値は $\pm$ の兩者があるが，$k'_{+m}=-k'_{-m}$ であるから，$+m$ の値のみを採用することにする．以上から (14) の解は次の樣になる．

$$f=E_0\cosh k_0(y+h)e^{i(\omega t-j_0x)+k_0h}+\sum E_m\cos k'_m(y+h)e^{i(\omega t-j_mx+k'_mh)}$$
$$+\sum E'_m\cos k'_m(y+h)e^{i(\omega t+k'_mh)-j'_mx} \quad \cdots\cdots (29)$$

$$\therefore\quad \frac{\partial f}{\partial x}=-ij_0E_0\cosh k_0(y+h)e^{i(\omega t-j_0x)+k_0h}-\sum ij_mE_m\cos k'_m(y+h)e^{i(\omega t-j_mx+k'_mh)}$$
$$-\sum j'_mE'_m\cos k'_m(y+h)e^{i(\omega t+k'_mh)-j'_mx}$$

この値は $x=0$ に於て $\omega t=(2n+1)\frac{\pi}{2}$ の時 0 とならねばならぬから，實虛に分離せる場合何れも $\cos\omega t$ が殘らねばならぬ．即ち E_0, E_m は虛數で E'_m は實數でなければならぬ．故に $E_0=iE'_0$, $E_m=iE''_m$ とおき，實虛に分離して $x=0$ の時，$\cos\omega t$ のみが殘る樣にすれば，

$$\frac{\partial f}{\partial x}=E'_0j_0e^{k_0h}\cosh k_0(y+h)\cos(\omega t-j_0x)+\sum E''_mj_m\cos k'_mh\cos k'_m(y+h)\cos(\omega t-j_mx)$$

$$-\sum E'_m j'_m \cos k'_m h \cos k'_m(y+h)e^{-j_m' x}\cos\omega t \quad \cdots\cdots (30)$$

條件 (ii) と (30) 式とから,

$$-\frac{\alpha g}{\omega}=E'_0 j_0 e^{k_0 h}\cosh k_0(y+h)+\sum E''_m j_m \cos k'_m h \cos k'_m(y+h)$$

$$-\sum E'_m j'_m \cos k'_m h \cos k'_m(y+h)$$

兩邊に $\cosh k_0(y+h)$ をかけて $0\sim -h$ に積分することによつて,

$$E'_0=-\frac{4\alpha g}{\omega j_0}e^{-k_0 h}\frac{\sinh k_0 h}{\sinh 2k_0 h+2k_0 h}$$

$\cos k'_m(y+h)$ をかけて同時に積分することによつて

$$E''_m=-\frac{4\alpha g}{w j_m}\frac{1}{\cos k'_m h}\frac{\sin k'_m h}{\sin 2k'_m h+2k'_m h}$$

$$E'_m=+\frac{4\alpha g}{w j'_m}\frac{1}{\cos k'_m h}\frac{\sin k'_m h}{\sin 2k'_m h+2k'_m h}$$

を得る.

以上から，境界條件をすべて滿足した解は次の樣になる.

$$f=\frac{4\alpha g}{\omega j_0}\frac{\sinh k_0 h}{\sinh 2k_0 h+2k_0 h}\cosh k_0(y+h)\sin(wt-j_0 x)$$

$$+\sum_{m=1}^{r}\frac{4\alpha g}{\omega j_m}\frac{\sin k'_m h}{\sin 2k'_m h+2k'_m h}\cos k'_m(y+h)\sin(\omega t-j_m x)$$

$$+\sum_{m=r+1}^{\infty}\frac{4\alpha g}{\omega j'_m}\frac{\sin k'_m h}{\sin 2k'_m h+2k'_m h}\cos k'_m(y+h)e^{-j'_m x}\cos\omega t \quad \cdots\cdots (31)$$

こゝに r は $c^2>k'^2_m$ を滿足する迄の m 値である. 從つて地震動週期が大きくて c の値が k'_1 より小であれば，この第二項は消えて了ふのである.

今動水壓の大きさを σ とすれば，(12) 式より

$$\sigma=-K\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\eta}{\partial y}\right)-W_0\eta$$

η を小なりとして省略すれば，(14) 式を用ひて,

$$\sigma=\frac{W_0}{g}\frac{\partial f}{\partial t}$$

又表面の波の高さを η_0 とすれば，條件 (iii) と，(13) 式から

$$\eta_0=\left|\frac{1}{g}\frac{\partial f}{\partial t}\right|_{y=0}$$

となる.

以上から，σ, η_0 は次式で與へられる.

$$\sigma=\frac{4\alpha W_0}{j_0}\frac{\sinh k_0 h}{\sinh 2k_0 h+2k_0 h}\cosh k_0(y+h)\cos(wt-j_0 x)$$

$$+\sum_{m=1}^{r}\frac{4\alpha W_0}{j_m}\frac{\sin k'_m h}{\sin 2k'_m h+2k'_m h}\cos k'_m(y+h)\cos(\omega t-j_m x)$$

$$-\sum_{m=r+1}^{\infty}\frac{4\alpha W_0}{j'_m}\frac{\sin k'_m h}{\sin 2k'_m h+2k'_m h}\cos k'_m(y+h)e^{-j_m' x}\sin\omega t \quad \cdots\cdots (32)$$

$$\eta_0=\frac{4\alpha}{j_0}\frac{\sinh k_0h}{\sinh 2k_0h+2k_0h}\cosh k_0h\cos(\omega t-j_0x)$$
$$+\sum_{m=1}^{r}\frac{4\alpha}{j_m}\frac{\sin k'_mh}{\sin 2k'_mh+2k'_mh}\cos k'_mh\cos(\omega t-j_mx)$$
$$-\sum_{m=r+1}^{\infty}\frac{4\alpha}{j'_m}\frac{\sin k'_mh}{\sin 2k'_mh+2k'_mh}\cos k'_mhe^{-j_m'x}\sin\omega t \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (33)$$

3) 解 の 吟 味

(32), (33) 式の第三項は無限級數であるが，分子の値は一定値より大とならず，分母の値は(22), (25) 式に示す如く無限に大きくなるから，收斂することは明で，數値計算によつて分る如く數項の計算で充分の精度が得られる．

(32), (33) 式の第二項は，$c^2>k'^2_m$ の範圍の解であつて，これにより如何に小なる週期に於ても解が成立するのである．共振の條件は $c=k'_m$ で，これは前述の $h/T=n360$ (n は 1, 3, 5, ……) と一致する．

(32) 式の第一，第二項は，$+x$ の方向に傳播する波動を表し，これによつて動水壓が無限の距離に傳播するのである．第三項のみは，x の增大と共に，次第に減少する．又第一，第二項と第三項とは位相を異にして居り，第三項のみが堰堤の運動と位相を同じくして居る．

波の高さは，(33) 式からすべての點に有限確定値が得られる．

以上によつて，Westergaard 氏の解に於るすべての矛盾が解決せられたのである．

次に安藏教授の解と比較するに，$K=\infty$ として，水の壓縮性を無視すれば，波動方程式 (14) は Laplace の方程式となつて，同教授の出發點と一致する．又 (32), (33) 式に於て $c^2>k'^2_m$ の範圍は $c=0$ となるから無くなり，j'_m は k'_m に一致する．故にこれらの第二項を省略し j'_m を k'_m に置き換へる事によつて壓縮性を考慮しない解となるのである．この際は壓縮性に起因する共振の現象が生じなくなる外，動水壓の大きさ，位相等に於て甚だしく異つた結果を與へる．この事は次に述べる數値計算例に於て明になるであらう．

4) 數 値 計 算 例

以上の結果を用ひて，$h=100$m の場合をとり T を 1, 0.5, 0.2, 0,1, 0.07, 0.05 sec の各々の値に變化させて，$\sigma_{x=0}$ を計算した．

(32) 式に $x=0$ とおくと，堰堤上流面に於る動水壓が與へられるが，$\sin\omega t=-1$ の場合は第一第二項は 0 となり，第三項が $+$ の最大値となる．即ち堰堤が最下流端にあるときは，第三項の示す動水壓が壓力となつて作用し，慣性による地震力と同じ方向をとる．

$\cos\omega t=1$ の場合は第三項は 0 となり，第一第二項が動水壓となつて作用するがこの場合は堰堤の慣性による地震力は 0 となる．

今 $\sigma_{x=0}$ の各項に於て $4\alpha W_0h$ を常數項と考へ，第一項と第二第三項の大きさを比較するに，堰堤程度の高さのものでは，前者が後者に比し充分小さくなるから，數値計算に當つてはこれを

省略することにする．以下計算の結果を表に示すと表-1，表-2 となる．

表-1

T sec	1.0	0.5	0.2	0.1	0.07	0.05
c^2	0.1909×10^{-4}	0.7637×10^{-4}	4.7725×10^{-4}	19.0919×10^{-4}	38.9634×10^{-4}	76.3678×10^{-4}
j_1h	—	—	1.5178	4.0773	6.0411	8.5965
j_2h	—	—	—	—	4.0934	7.3593
j_3h	—	—	—	—	—	3.8317
$j_1'h$	1.5128	1.3066	—	—	—	—
$j_2'h$	4.7038	4.6337	4.1754	1.7648	—	—
$j_3'h$	7.8613	7.8102	7.5440	6.5264	4.2667	—
$j_4'h$	11.0147	10.9677	10.7767	10.0905	9.0525	6.6735
$j_5'h$	14.1300	14.1189	18.9679	13.4456	12.6851	11.1127
$j_6'h$	—	—	—	—	16.1119	14.9061
$j_7'h$	—	—	—	—	—	18.4560

表-2

$$\sum_{m=1}^{r}\frac{1}{j_mh}\,\frac{\sin k_m'h}{\sin 2k_m'h+2k_m'h}\cos k_m'(y+h)=Q$$

T sec	1.0	0.5	0.2	0.1	0.07	0.05
$y=-h$	0	0	+ 0.206	+ 0.077	+ 0.026	+ 0.039
$y=-\frac{3}{4}h$	0	0	+ 0.191	+ 0.071	+ 0.038	+ 0.035
$A=-\frac{1}{2}h$	0	0	+ 0.146	+ 0.054	+ 0.055	+ 0.025
$y=-\frac{1}{4}h$	0	0	+ 0.079	+ 0.029	+ 0.044	+ 0.039

$$\sum_{m=r+1}^{\infty}\frac{1}{j_m'h}\,\frac{\sin k_m'h}{\sin 2k'_mh+2k'_mh}\cos k_m'(y+h)=Q'$$

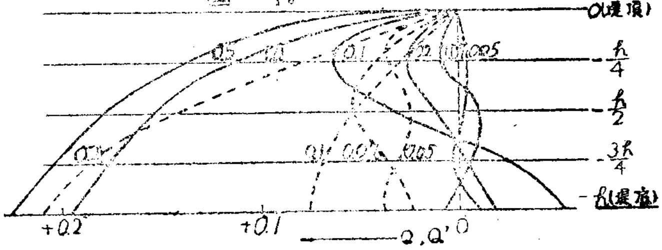
T sec	1.0	0.5	0.2	0.1	0.07	0.08
$y=-h$	+ 0.194	+ 0.227	− 0.019	− 0.051	+ 0.0093	− 0.0042
$y=-\frac{3}{4}h$	—	—	− 0.001	− 0.027	− 0.0024	+ 0.0046
$y=-\frac{1}{2}h$	+ 0.158	+ 0.181	+ 0.011	+ 0.035	− 0.0098	− 0.0021
$y=-\frac{1}{4}h$	—	—	+ 0.030	+ 0.065	+ 0.0115	− 0.0016

又これを圖に表すと圖-1，圖-2 の如くなる．こゝに $4\alpha W_0h$ の係數の型で表しこれを Q, Q' とした．圖-1 の實線は Q' 即ち (32) 式の第三項を示し，點線は Q 即ち第二項を示す．これらの曲線に記入してある數字は，地震動週期を示すものである．週期が小になるにつれて，共振點を除き動水壓は次第に小となり，高さに應じて ＋，− に變化し複雜な曲線となる．$h=100$ m であるから，最初の共振點に 0.277 sec の點に生じ，これより大きい週期では，Q の項は 0 と

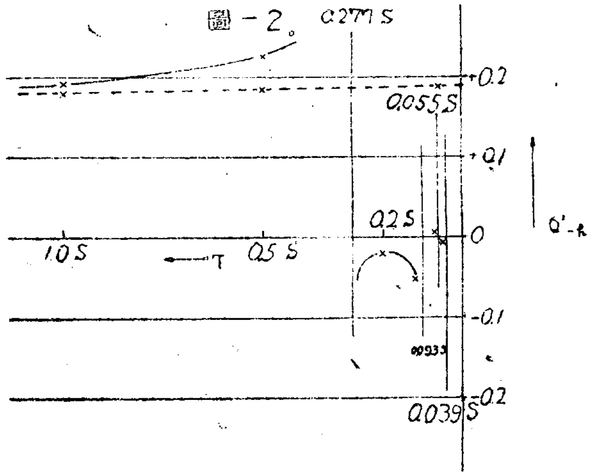
なり，Q' の項のみとなる．

圖-2 は堤底に於る Q' の値を各週期に就き表したものである．點線で示したものは壓縮性を考慮に入れない場合の値で，共振點は存在しない．Westergaard 氏の求めた解は，結局第一の共振點より大なる週期に於る，曲線のみとなる．

圖－1。



圖－2。



3. 貯水時に於る重力堰堤の振動

以上の議論は堰堤が剛振動をなすものとして行つたが，堰堤の高さが大となり，地震動週期が小になると弾性振動として取扱はねばならぬ事は前論に於て述べた所である．貯水のない場合は屈曲振動をなすか剪斷振動をなすか明でないとして，兩者を取扱つたが，貯水時は動水壓と云ふ，相當大きな週期的壓力が作用し，堰堤は屈曲を受ると考へられるから，屈曲振動としての取扱ひが重要となるであらう．

動水壓をうける堰堤の强制振動の方程式は前論に於ると同時に導くと次の様になる．

$$Az^3\frac{\partial^4 X}{\partial z^4}+6Az^2\frac{\partial^3 X}{\partial z^3}+6Az\frac{\partial^2 X}{\partial z^2}-Bz^3\frac{\partial^4 X}{\partial t^2\partial z^2}-3Bz^2\frac{\partial^3 X}{\partial t^2\partial z}+Cz\frac{\partial^2 X}{\partial t^2}=\sigma(z)\cos^2\theta \cdots\cdots(34)$$

こゝに　　X：水平方向の堰堤の變位．

z：堤頂を 0 とし堤底を 1 とした中線の座標．

$$A=\frac{Em^3}{12l},\qquad B=\frac{\rho m^3 l}{12g}\cos^2\theta,\qquad C=\frac{\rho ml}{g}\cos^2\theta$$

$\sigma(z)$：堰堤の振動 X なるときの動水壓

荷重項 $\sigma(z)$ は X の積分の型で與へられるから，(34) 式は微積分方程式となつて，その解はやゝ複雑となる．この計算は別の機會にゆずる事にするが，共振點を除けば短週期の場合の動水壓の影響は著しく小になることが豫想される．

4. 結　　言

以上の議論によつて，從來の動水壓式の不備はすべて解決され，又彈性振動としての取扱ひが

可能となつた.

然し何れにしても，水の壓縮性に起因する共振及び堰堤の自己振動週期と地震週期との同調の可能性が認められる．この場合はエネルギーの逸散の難點又は振動時間を有限ならしむる等何等かの方法がとられなければ，工學的な解決がつかない．筆者は將來この問題に就き研究し，併せて堰堤地點の地震動週期の實測をしたいものと考へて居る．(未完)

DOBOKU-GAKKAI-SI.

(JOURNAL OF THE CIVIL ENGINEERING SOCIETY)

SPECIAL TSSUE COLLECTION OF TREATISES, 1947, 1948.

CONTENTS.

OFFICE

No. 12, 2-Tyōme, Sinkawa, Tyūō-ku, Tōkyō, Japan.

昭和24年3月5日 印刷 昭和24年3月15日 發行 （定 價 金160圓）

編輯兼發行者 東京都中央區新川2丁目12番地 中 川 一 美
印 刷 所 東京都中央區木挽町4ノ2 京屋出版印刷株式會社
日本出版協會 會員番號 准B 120022番

東京都中央區新川2丁目12番地
發行所 社團法人 土 木 學 會
振替口座東京 16828 番 電話京橋 (56) 3366 番