

射流現象特に射流の流體抵抗に就て (2)

正會員 工學博士 本 間 仁*

要 旨 前回に引續き、射流の流體抵抗に對する Froude 數の影響に就て論じ、特に抵抗係數が Froude 數の或る値 (>1) に對して最大値を示し、それより大きい Froude 數に對しては抵抗係數が減少して行く事に就ては、之を流れの亂れ方の大小に關係あるものと考へて亂れに關する測定の結果を用ひて論じた。

目 次

1. 射流の流體抵抗と Froude 數に就て.....(21)
2. 抵抗係數に就ての實驗.....(22)
3. 射流の亂れに就て.....(26)

1. 射流の流體抵抗と Froude 數に就て

第 1 編に於ても述べた様に Lane は射流でも常流の場合と同じ平均流速公式を用ひ得るとしてゐるけれども、Jegorow²⁾の實驗によれば水頭損失 h を

$$h = \lambda \frac{l v_0^2}{h_0 2g}, \quad (h_0, v_0 \text{ は等流の値}) \dots\dots\dots(1)$$

で表はした時に、抵抗係數 λ が常流の間は Froude 數によつて變化せず、射流 (Froude 數 >1) になればその値によつて變化する事を示してゐる。第 1 編に於て示した著者の實驗でも射流になれば Froude 數の影響の大きい事が認められる。

元來 Lane の觀測¹⁾は勾配數分の一の急傾斜で然かもかなり長い水路で行はれて居るのであつて、この様な流れでは側壁に沿ふ境界層の部分に空氣が混入する。この層が流下と共に擴大して、或る距離だけ流れた後は斷面全體が泡立つて白色を呈し、射流に特有の滑らかな水面は全然見られない。實測から求めた抵抗の係數は圖-1 の様になつて居て (Manning 及び Kutter の公式から n を求めてゐるが、兩者には殆ど差がない) Lane はこの値が常流の場合と殆ど變らないと言つてゐるが、 n が一定値を取らない事は注意すべきであると思ふ。とにかくこの場合の様な完全に泡立つた流れの抵抗は射流としても又別途に考へなければならぬものである。

Jegorow²⁾ や著者³⁾ の實驗では之ほどの急勾配ではなく ($i=1/10 \sim 1/100$)、又 Jegorow の場合は特に滑らかな水路で行はれたのであつて、流れの中の亂れが境界層と主流部との間の面に起る内部波の安定が $Fr=1$ (Fr は Froude 數) を越えた時に破れると言ふ彼の考へを驗證し様としてゐるのである。然し面が粗い場合には流れの中の亂れは寧ろ表面の粗さに起因すると考へられるの

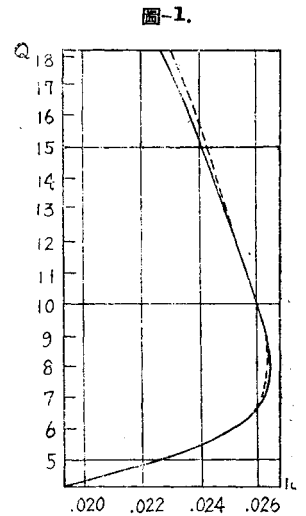


圖-1.

* 東京帝國大學教授
 1) E. W. Lane: Recent Studies on Flow Conditions in Steep Chutes. E. N. R., 1936, Jan. 21.
 2) S. A. Jegorow: Turbulente Überwellenströmung (Schiessen) im offenen Gerinne mit glatten wänden. Wasserkraft u. Wasserwirtschaft, 1940 H 3, S. 55
 3) 本間 仁: 射流現象, 特に射流の流體抵抗に就て (1), 土木學會誌 28 卷 5 號, 昭和 17 年 5 月

であるが、著者の実験によるとその場合でも亂れ方の大小はやはり Froude 數に關係してゐる様である。

元來 Froude 數は大體勾配 i で表はす事が出来る。流れの斷面形を幅の廣い矩形と見做せば

$$Fr = \frac{v_0}{\sqrt{gh_0}} \frac{C\sqrt{h_0 i}}{\sqrt{gh_0}} = C\sqrt{\frac{i}{g}} \dots\dots\dots(2)$$

即ち圖-11 の様に λ と Reynolds 數 Re との關係を示す曲線では $Fr = \text{const.}$ の曲線の代りに $i = \text{const.}$ の曲線を畫く事が出来る。然し實驗の結果では $Fr = \text{const.}$ の曲線と $i = \text{const.}$ の曲線とは一致してゐない。即ち (2) 式の關係は射流では完全には成り立つてゐないと見なければならぬ。この事は言ひ換へれば平均流速公式 $v_0 = C\sqrt{h_0 i}$ が射流の場合では相當に違つて來ると見るべきものと思はれる。

2. 抵抗係數に就ての實驗

射流の抵抗係數に就ては前回既に鉋仕上げをした板面の水路、及びそれに金網張りをして人工的に粗くした面の水路に對する係數 λ の値を實測した⁴⁾。然し之だけでは資料としても甚だ不充分であるから、水路の規模のやゝ違つた木製水路に對して實測を行つて、それから λ の値を計算した。水路は幅 30.4 cm、長さ 3 m の矩形斷面水路で、底は鉋仕上げの板にペンキを塗り、兩側面はガラス張りである。

流れは下流端を低下背水の形にして、低下背水の影響は餘り遠くに及ばない事を利用して水路中央部の水深を測つて等流水深と見做した。然し水路流頭に整流裝置としてガラス板を鉛直に並べた爲に、流頭部には相當の水面勾配が出來て、場合によつてはその影響が完全には消えてゐない様である。尙その他に流れの中央及び中央から同右に 10.2 cm づゝの位置 (即ち兩側壁から 5 cm づゝの位置) での速度分布を測定した。

流量は 5, 10, 15 l/sec の 3 種、勾配は夫々に對して 1/10, 1/30, 1/100 の 3 種づゝであつて、都合 9 種の實驗を行つた。各々の場合の水面縱斷曲線及び速度分布曲線を圖-2~10 に示した。但し速度分布は圖-3 以下では中央位置のみを示した。

圖-2. (實驗番號 1) $Q=5\text{ l/sec}$, $i=1/10$

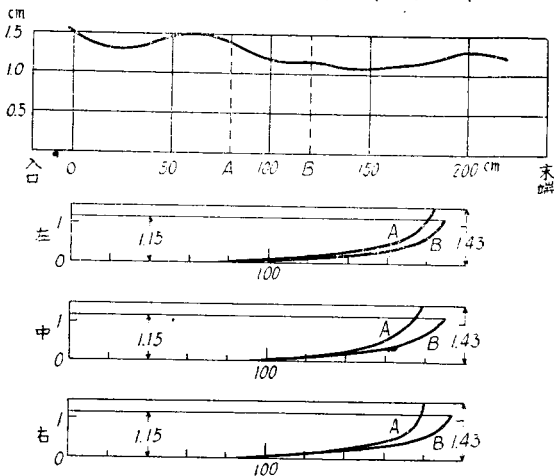
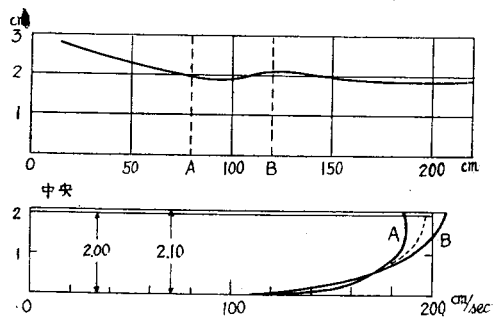


圖-3. (2) $Q=10\text{ l/sec}$, $i=1/10$



4) 第 1 編の圖-15 (Fr と λ の關係) の中で、最右端の黒點は $Fr=3.88$, $\lambda=0.0131$ と訂正、又鉋仕上げ板面の $Re=9500$ の曲線は黒點を除いて他の 2 點を直接に結ぶ様に訂正する。

圖-4. (3) $Q=15\text{l/sec}$, $i=1/10$

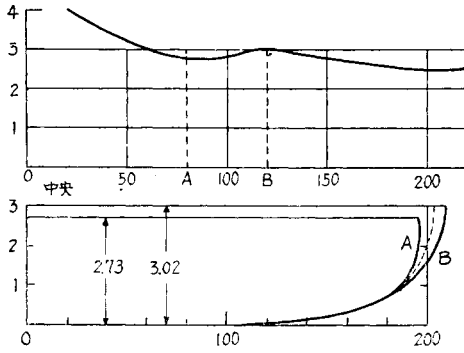


圖-5. (4) $Q=5\text{l/sec}$, $i=1/30$

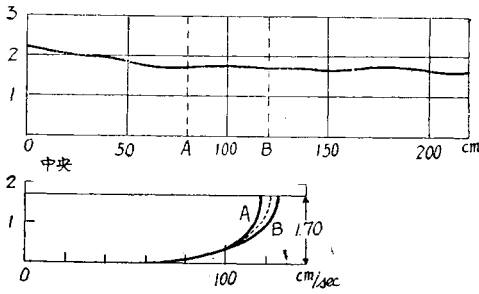


圖-6. (5) $Q=10\text{l/sec}$, $i=1/30$

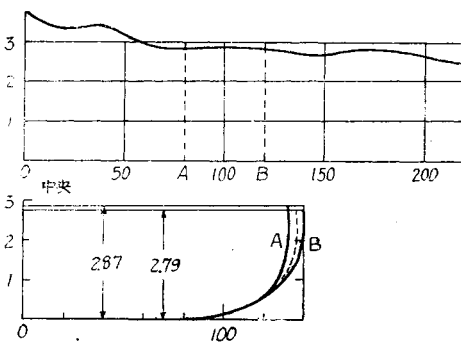


圖-7. (6) $Q=15\text{l/sec}$, $i=1/30$

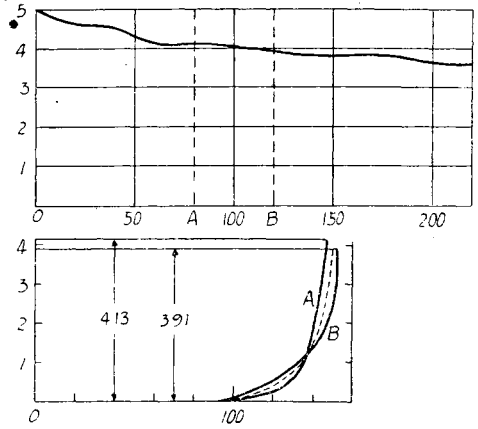


圖-8. (7) $Q=5\text{l/sec}$, $i=1/100$

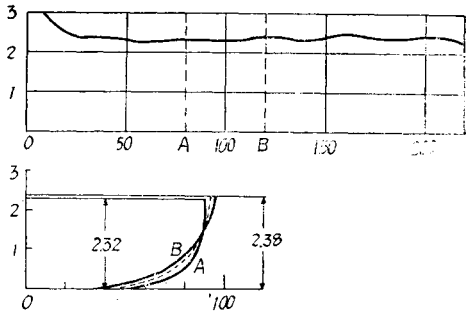
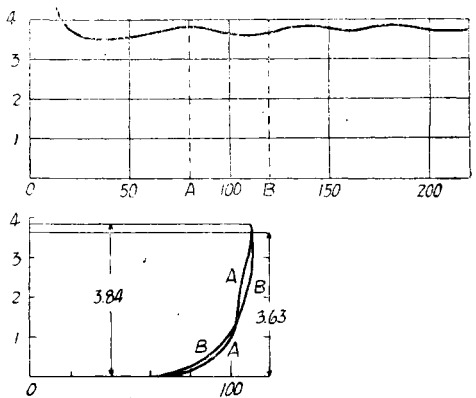


圖-9. (8) $Q=10\text{l/sec}$, $i=1/100$



之等の結果から等流水深 h_0 を推定し、之を用ひて次の諸式から平均流速、Froude 數、Reynolds 數、抵抗係數を計算する。

$$\left. \begin{aligned} v_0 &= \frac{Q}{v h_0}, & Fr &= \frac{v_0}{\sqrt{g h_0}} \\ Re &= \frac{v_0 h_0}{\nu} = \frac{Q}{\nu h_m}, & \lambda &= \frac{2g h_0 i}{v^2} = \frac{2i}{Fr^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

之等の測定は 9 月から 10 月に亙つて行つたものであるから、大體の平均温度を取つて $\nu=0.013$ に取る事とした。この様にして計算した結果を表示すれば表-1 の様になる。但し長さには cm 単位を用ひた。

この様にして計算した λ と Re の關係及び λ と F_r の關係を前回の報告中の圖-14 及び圖-15⁵⁾ に記入すれば (前回の測點には訂正を施す) 圖-11 及び圖-12 の様になる。

圖-12 の新しい實測値は何れも $F_r=2.5\sim 3$ の附近に於て λ が最大値を取る事を示してゐる。この様に Froude 數の増加と共に λ の値が一旦昇つて後に又下る事は、

圖-10. (9) $Q=15\text{ l/sec}, i=1/100$

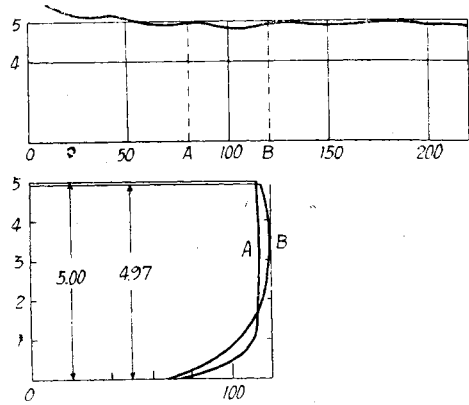
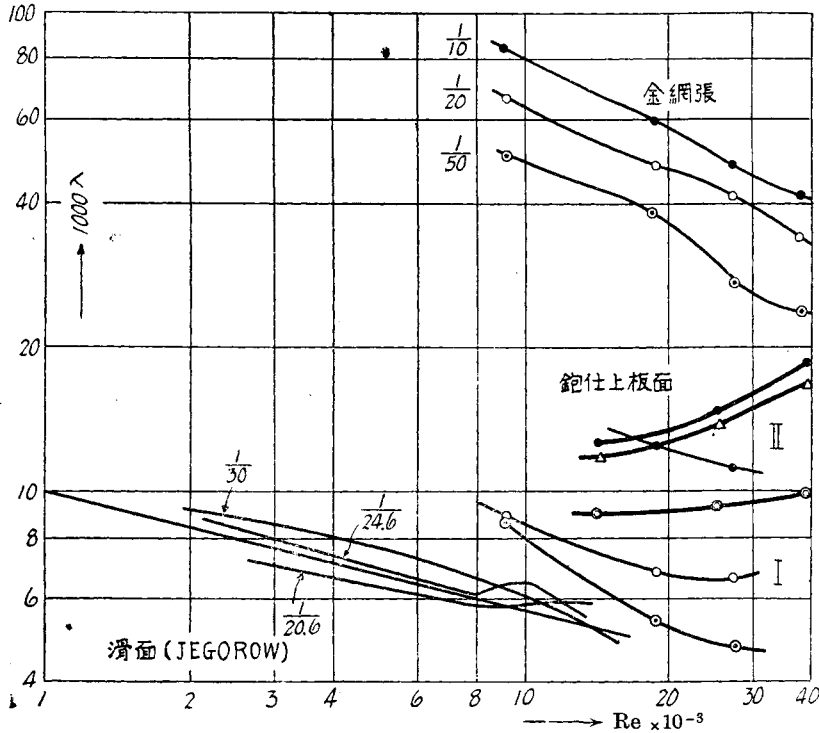


表-1.

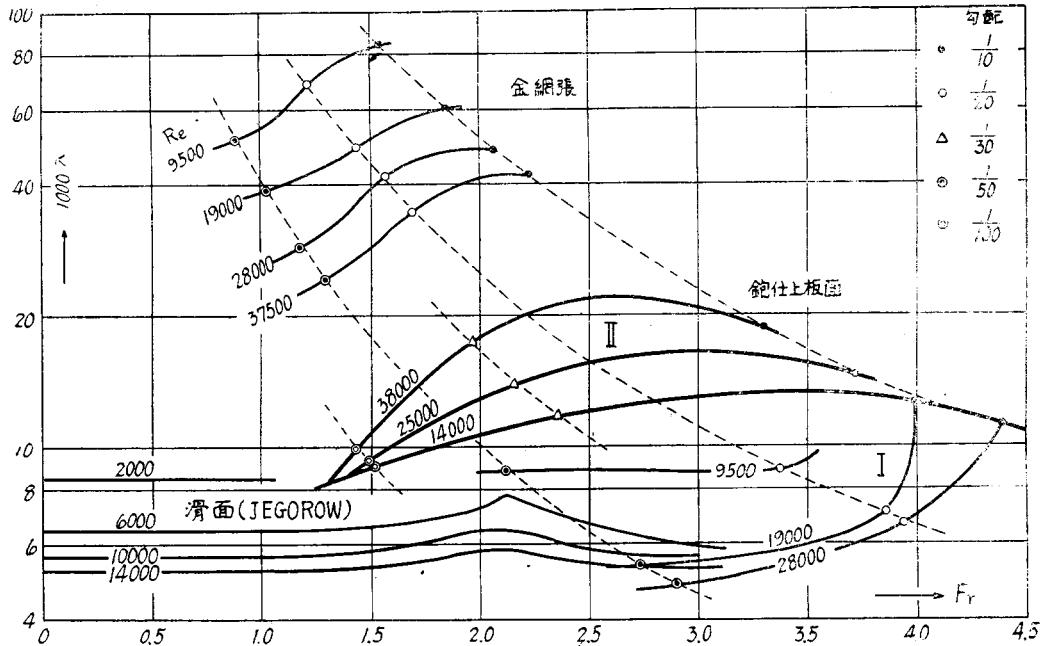
i	1/10			1/30			1/100		
	5 000	10 000	15 000	5 000	10 000	15 000	5 000	10 000	15 000
h_0	1.20	2.00	2.85	1.70	2.85	4.00	2.30	3.70	4.95
v_0	137.0	164.4	173.5	96.7	115.4	123.3	71.5	89.1	99.6
F_r	4.00	3.71	3.29	2.37	2.16	1.97	1.50	1.48	1.43
Re	12 600	25 300	38 000	12 600	25 300	38 000	12 600	25 300	38 000
λ	0.0125	0.0145	0.0186	0.0119	0.0140	0.0172	0.0088	0.0091	0.0098

圖-11. Re と λ の關係



Jegorow の実験でも認められる事であり、興味のある問題と言ふべきものである。只今回の実験値の特異な點は圖-12 に於て Reynolds 數の大きい曲線程上になつてゐる事であつて、之以外の曲線群では總て反對に Reynolds 數の小さい曲線が上になつてゐる。この事實は圖-11 に就て言へば從來の実測曲線は總て Re の増す方向に下つ

圖-12. F_r と λ の 關係



てゐたが、今回の実験曲線は反對に昇つてゐる。然しこの様な事は Jegorow の曲線でも局部的には起つてゐるのであり、特に本質的な問題と言ふべきものではないと思ふ。恐らく Froude 數の λ への影響の程度が流れによつて異なる爲に、全體的には下にある曲線の一部が高く上に出た現象であらう。

尙 λ と F_r の間には (3) 式によつて $\lambda F_r^3 = 2i$ の關係があるから、 $i = \text{const.}$ の線は圖-12 に於ては 1 つの曲線群をなしてゐるが、Jegorow の実験結果ではその原因は明らかに出来ないけれども $i = \text{const.}$ の曲線がかなり不規則な曲線をなしてゐる。

とにかく此の実験の結果も又抵抗係數 λ が Froude 數によつて影響され、 F_r が増加すれば λ は一旦増加した後又減少する事を示してゐる。その原因に就ては後の節に於て流れの亂れの觀點から考察する事とする。

尙常流に對する Manning 等の平均流速公式が射流に對してそのまま使用出来ない事を具體的に示す爲に、前回の報告に於て Manning の公式を變形し

$$n = \frac{1}{Q} b h_0^{5/2} i^{1/2} \dots \dots \dots (4)$$

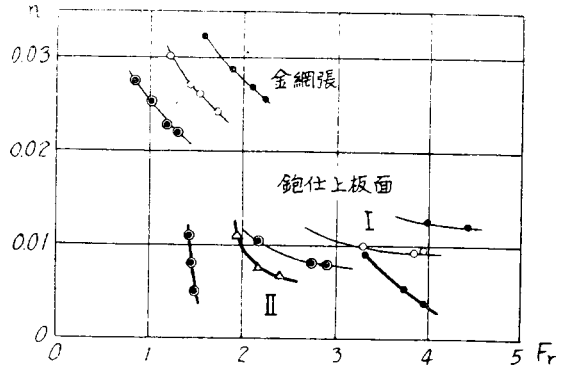
として、之に實驗値を代入して逆に n を求めた結果を曲線に示した。之に對しても今回の実験値を代入して得られた結果を記入すれば表-2 及び圖-13 の様になる。

表-2.

實驗番號	1	2	3	4	5	6	7	8	9
F_r	4.00	3.71	3.29	2.37	2.16	1.97	1.50	1.48	1.43
n	0.0030	0.0054	0.0088	0.0070	0.0076	0.0118	0.0049	0.0080	0.0111

圖-13 から見れば今回の實驗では特に n の不均等性が著しく現れて居り、従つて平均流速及び流量は Manning の公式の様な形で與へられるものとはかなり甚しく違つてゐる事がわかる。Froude 數の増加と共に粗度係数は著しく減少し従つて F_r の大きい場合程、Manning 等の公式から計算される流速、流量よりも大きな値が現れてゐるのである。言ひ換へれば射流の程度が増せば流れ易くなると言ふ事が言へる様である。

圖-13. n と F_r の關係



3. 射流の亂れに就て

以上にその一端を示した射流の流體抵抗の性質を説明する爲に、前回の報告に於て 2 つの推論を述べた。即ち第 1 には Froude 數の増加と共に境界層及びその底のラミナ底層の厚さを減じ、 F_r の小さい所は滑かな面に近かつたものが粗い面の性質を帯びて来る。第 2 には F_r が増加すれば流れの亂れが減少する。第 1 の原因により F_r の或る値までは λ は増加するがそこでは一定値に達する。その後は亂れの減少の爲に λ の値は F_r の

圖-14. 表面流線の亂れ ($Re=13600$)

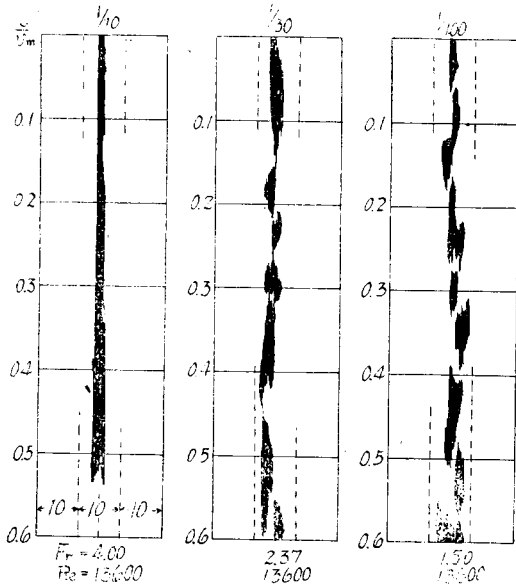
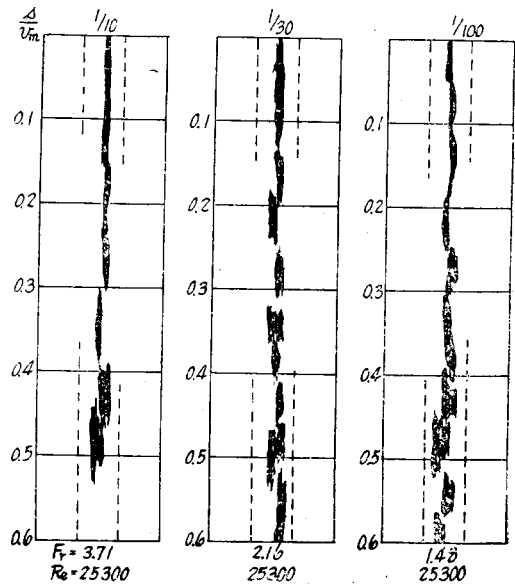


圖-15. 表面流線の亂れ ($Re=25300$)



増加と共に減少して行く事になる。この様な推論によつて射流の流體抵抗の性質が一應説明されるのであるが、之を確かめる爲には射流の境界層及び亂れの問題を今少しく調べる必要がある。特に境界層に就ては多少の推論も許されると思ふけれども、亂れに就ては全然假説に過ぎないから多少とも實驗を試みる必要がある。この點に就ては前回の報告でも極めて簡単な一實驗の結果を示したが、今回の實驗でも 9 種の場合に夫々表面に色素を流してその亂れを測定した。

實驗は色素の亂れた状態を 1/100 秒の露出時間で撮影したのであるが、その寫眞を流れの方向に平均流速に比例した割合で縮小したスケッチを圖-14~16 に示す。流れの方向の日盛りは \sec/r_0 であつて、0.1 の日盛りの間を水は大體 0.1 秒で流れる事になる。従つて横方向の運動速度の大きさもほぼ推定する事が出来る。

r_0 は 70~170 cm/sec 程度であるが、それに對する横運動の速度は 4~10 cm/sec 程度のものである。但し之は表面に於ける横運動であるが、表面と内部との違ひはその位數までが違つてはゐない。圖-14~16 から直ちにわかる様と同じ Reynolds 數に對しては Froude 數が高くなれば亂れ方が著しく小さくなる

てゐる。即ち上に述べた一つの推論はこの實驗の結果から見れば誤つてはゐない様である。この結果から見てははあるが射流は現象の變化を四方に均等に傳へる事が出来ないと言ふ全體的の性質が、亂れの様な微量の運動にまで現れてゐるのではないかと考へられる。

速度分布の點から見れば圖-2~4 の様な Froude 數の大きい場合、即ち射流の程度の高い場合に、速度分布曲線が一般の渦亂流に對するものとかかなり違つてゐる事が見られる。即ち底から上向きに測つた高さを z とすれば、速度分布の状態を

$$\frac{v}{v_{m,x}} = \left(\frac{z}{h}\right)^n \dots\dots\dots (5)$$

の形で表はした時に、圖-2~4 の場合は他の場合に比較すると n が大きい様に見える。そこで之等の場合にも混合距離が

$$l = \kappa \left| \frac{dv/dz}{d^2v/dz^2} \right| \dots\dots\dots (6)$$

の形で表はし得るものと假定すれば、之を (5) 式に代入して

$$l = \left| \frac{\kappa z}{n-1} \right| \dots\dots\dots (7)$$

であつて、 n の大きい場合程 l が小さくなり、従つて亂れも小さい事が想像出来る。今圖-2~10 の速度分布曲線から夫々 A, B 2 曲線を平均したものに就て n の概略値を計算して見ると表-3 の様になつてゐる。

即ち實驗番號 1, 2, 3 の様な Froude 數の大きい場合に $1/n$ は比較的小さいが、實驗に現れた亂れの程度の違ひを説明出来る程の違ひがない。唯 n を求める時に Froude 數が大きい時は壁面附近と内部とを通じて n の値

圖-16. 表面流線の亂れ ($R_0=38000$)

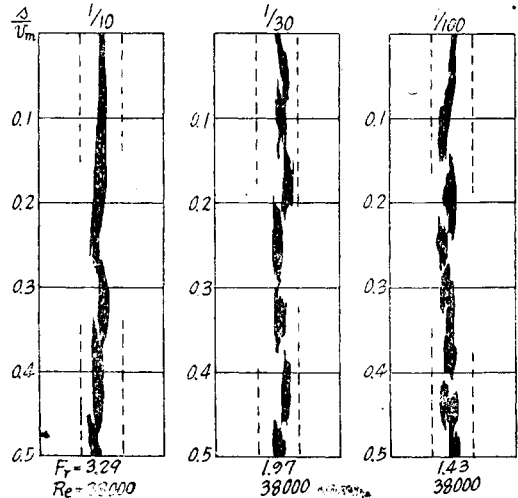


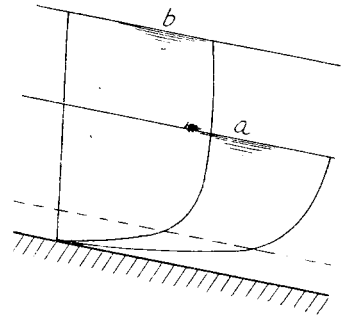
表-3.

實驗番號	1	2	3	4	5	6	7	8	9
h	1.20	2.00	2.85	1.70	2.85	4.00	2.30	3.70	4.95
c_{max}	184	196	203	122	136	150	93	110	116
$1/n$	7.0	9.0	9.5	9.0	12.5	11.0	8.0	10.0	12.0

に大差がなかつたが、Froude 数が小さくなると壁面附近では n が比較的大きく、流れの中心部では n が著しく小さい事が見られた。従つて圖-17 の様に流れを境界層と主流部とに分けて、夫々の流體抵抗を取扱ふと言ふ考へ方は⁶⁾ 妥當な方法であると思はれる。この方法を進めるには更に境界層の厚さに對する測定が行はねばならないが、機會を得てこの測定を行ひ度いと思ふ。

本實驗は日本學術振興會の援助を得て行つたものであり、測定に當つては東京帝國大學助手北村友一氏を煩はした。併せて深甚なる謝意を表する次第である。

圖-17.



(昭. 18. 11. 4. 受付)

6) 土木學會誌, 29 卷 6 號, 佐藤清一氏の討議