

水流の概況並に不等速定流に於ける種々なる水面曲線の種類及其の特性 (其の2)

正 會 員 元 村 隆 吉*

目 次

[III] 水流の分類

- 16 緩句配及急句配
- 17 水流の状態 (states)
- 18 水中に没せる障碍物の影響
- 19 水流の發生
- 20 動流係數 (Kinetic flow factor)

[III] 水流の分類

16 緩句配 (Mild slope) 及急句配 (Steep slope)

Bélanger* は1828年に Bilone がなした跳水 (Hydraulic Jump) の實驗に就て、跳水が起り得る天然水路 (圖-5) と、堰堤に依つて背水曲線を起す場合に攪拌せざる連続曲線を以て表面曲線を連結し得る水路 (圖-1) とは異なる條件を備ふることを確めたのである。自ら (圖-21) 跳水は唯限界水深よりも小なる水深 ($y_0 < y_{cr}$; 圖-28(a) の如く) を以て自然に流れて居る水路に於てのみ起り得

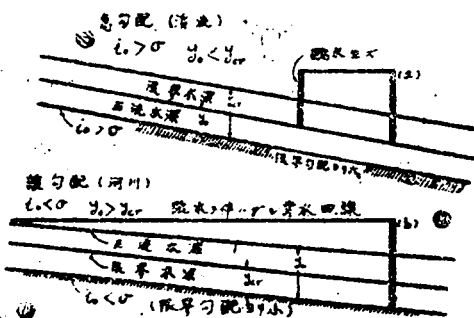


圖-28 緩句配流と急句配流との別

るのである。之に反して水深が天然の状態に於て限界水深よりも上にある時は ($y_0 > y_{cr}$; 圖-28(b) の如く) 背水曲線は凡てエネルギー曲線の上側枝の中に収まるのである。斯る場合には跳水は決して起るものではなく、曲

[VI] 水面曲線の種類及特性

- 21 術 語
- 22 Y+及Y-曲線に於けるエネルギーの平衡
- 23 水面曲線の概要

線は圖-1に示す様に圓滑なる連続曲線となる。

底句配の大きさに依る y_0 及 y_{cr} の關係値に依つて自ら底句配に關して急句配 (Steep Slope) 及緩句配 (mild Slope) の區別が生ずるのである。 $i_0 < 6_0$ 即底句配が限界句配よりも小なる時は緩句配 (mild Slope) と云ひ、此の場合は $y_0 < y_{cr}$ となる。之に反して $i_0 > 6_0$ 即限界句配よりも大なる句配は急句配 (Steep Slope) と云ひ、の時は $y_0 < y_{cr}$ となるのである。之を表示すれば

$$\left. \begin{array}{l} \text{緩句配 ならば } i_0 < 6_0; y_0 > y_{cr} \\ \text{急句配 } \quad \quad i_0 > 6_0; y_0 > y_{cr} \end{array} \right\} \dots\dots (43)$$

Saint Vénant* は靜穩なる定流を示す緩句配を有する天然水路を河川 (Rivers) と呼び、急句配の流れにして跳水、瀑布、及其他の不規則性を呈するものを激流 (torrents) と名付けたのである。

17 水流の状態 (States of Flow)

上記の區別が必要である間は多くの場合に於てあらゆる場合を盡したとは云はれないのである。事實に於て Bousinesq は異なる位置に依つて水流の状態を識別す

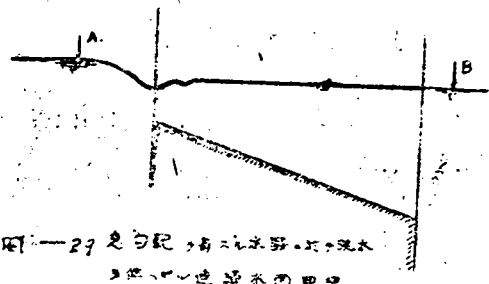


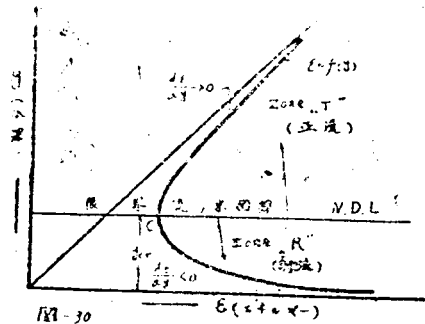
圖-29 急句配と緩句配の境界水深の決定

* 交通部理水調査技佐

* 十九世紀頃の佛國大水利學者

ることが必要であることを正しく指摘したのである。流水は圖-6及圖-7に示す如く緩急配即 $10 < 60$ なる水路に於ても起り得べく、又之に反して圖-29の如く急急配を有する水路に於ても連続背水面線をも以て何等の跌水を生ぜしむることなしに圓滑に連結し得るのである。

實際に之等は凡て流速が限界流速よりも大なるか、或



流況と比エネルギー圖より成す

は小なるかに依るのである。之を換言すれば水深が限界水深よりも上にあるか、或は下にあるかに依り區別されるのである。流水の状態の明瞭なる區別は比エネルギー曲線の方法に依り得られるのである。實際に圖 30 に於て限界水深は流れの起り得るあらゆる状態を二つの圓帶 (Zones) に區分する。之に依り流れの異なる状態は二大別されるのである。

(i) T 圓帶 (Zone T)

此の部分は ϵ 曲線の上側を含む部分であつて茲では $y > y_{cr}$ 及 $V < V_{cr}$ となり、此の圓帶内に於ける流れは靜穩状態 (tranquil state) 或は正流状態にあると云ふのである。

(ii) R 圓帶 (Zone R)

此の部分は下側を含む部分であつて、茲では $y < y_{cr}$ 及 $V > V_{cr}$ となり、此の Zone 内にある流れは溪流状態 (torrential state) 或は急流状態 (rapid state) 或は射流状態*にあると云ふのである。

(iii) T 圓帶及 R 圓帶の間には區分點 C が存在し、

之即限界流に相當するものであつて、此の部分では限界状態 (Critical state) にあると云ふのである。

各状態を區別する爲に用ひた名稱は夫々各々の特性を暗示するものであつて流れの異なる状態を區別して稱へることが出来る。Rehbock** は「靜穩流」或は正流* (tranquil flow) を記す爲に最も適當に flowing (flies-end) なる語を用ひた。而して又水門の下から深等を形成して射流状態で流れる時は Shooting (Schiessend) なる語を用ひたのである。

水流の異なる状態に關する基礎的實質的區別は比エネルギー曲線から決定することが出来る。即

$$\left. \begin{array}{l} \text{正流状態に於ては} \\ \text{射流状態} \\ \text{限界状態} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \epsilon \text{ は } y \text{ と共に増加し } \frac{\partial \epsilon}{\partial y} > 0 \\ \epsilon \text{ は } y \text{ と共に減少し } \frac{\partial \epsilon}{\partial y} < 0 \\ \epsilon \text{ は最小であつて } \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = 0 \end{array} \quad \dots (44)$$

之等の簡單なる關係は一般に流れの状態に關する興味ある特徴を説明するのに役立つのである。

18 水中に没せる障壁物の影響

流路の水面に影響を及すものの一つは水底に於ける大粒の石塊或は局部的突起等の様な水中に没せる障壁物である。河川に於ては其の様な障壁物は表面の高に著しい影響を及さないのであるが時には僅小なる局部的水面沈下を起すのである。然し之は隣れる流れが流入するに及んで直に圓滑になるのである。溪流 (torrent) に於ては水底の障壁物は波動の中心となつて屢々著しい水面隆起を形成して局部的跌水を引起すのである。一般に云へば溪流の水面は淺い岩盤の上を流れる時は凡て其の様な波動の中心に依つて覆はれるのである。急流に於ける波動の出現は正流状態に於ける沈下とは反對に流れが障壁物を越える時にはエネルギーの損失を生ずると云ふ事實に依つて説明するのである。正流状態に於てはエネルギーの損失は水面の沈下を起すのであるが、射流状態に於てはエネルギーの消耗は水深の増加を起すのである。

* 「正流」或は「射流」の原語には斯の如き意義なきも從來、本邦にて廣く用ひられし術語なれば筆者は茲に之を引用することにする。但「靜穩」「急流」なる語はよく其の状態の性質を表現するものである。

* 前誌註参照

** 獨國大物理學者湊存

其の差異は殊に水中に没せる欄門の場合に於て顯著である。河川に於ては(圖-31)若し欄門が著しく高くない

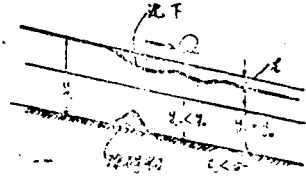


圖-31 欄門を越る河川に於ける水面曲線

時は所謂 Bazin が「波動ナツペ」と呼んだ所の即ち減波動の連続が起るのである。而してそれは初沈下より始まるのである。欄門上の水深 y_1 は y_2 よりは幾分か大



圖-32 段波を越る河川に於ける水面曲線

ある。 $h = y_1 - y_2$ は欄門を通過する爲に失はれる水頭である。變流に於ては或状態の許にある欄門は段波 (Standing Swell) と名付けられる(圖-32)ものに依つて横斷され、單一の波動に依る水面上昇を來すのである。而し之より多くの波動は伴はぬのである。而して此の場合には少くとも等速流である限り欄門の上流及下流の水深は同一である。

段波は唯欄門が或高さを超過しない時のみ生ずるのであつて、此の高さを超過すれば此の現象の型は變化して段波の代りに跳水を先にせる普通の背水曲線になるのである。段波の表面は連續的圓滑曲線状を呈し、木片の如き小塊物の流れる通路になることは妨げないのである。之に反して跳水の足許に於ける旋回する疑り(圖-33)

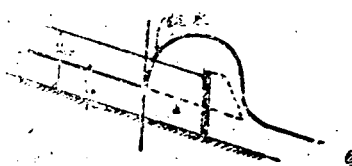


圖-33 急傾斜を有する欄門に於ける水面曲線

は水面曲線の連續性を裂くのである。物體は通例此の旋回に依つて捕はれ、連續的旋回に依つて投げ上げられるのである。

19 水流の發生

圖-32に於て圖-31に於ける場合に比して波動が起らないと云ふことは一般的性質を表はすのであるが、之は又 Bousinesq に依つて理論的に明かにされた所であつて観測の結果とよく一致するのである。之は變換断面内に於ては(變換断面は流れがそれ自身を將に形成する所であるか)表面の形に關係するのである。一例を挙げれば隧管の入口部分(圖-34)である。断面 a の上流には貯水

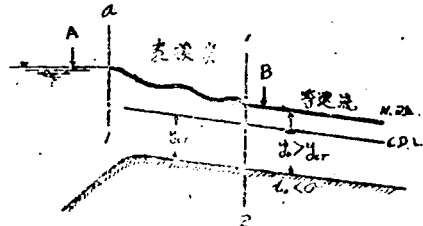


圖-34 正流の形成

池の混拌せざる水面があり、断面1の下流に於ける流れは等速流である。断面 a と断面1との中間の部分は變換部分であつて、此の部分内には等速流を將に形成する區間であつて、茲に Bousinesq の理論を適用すべきである。圖-34に於ては此の變換部分は波動狀の表面を呈するのである。斯る現象が起るのは常に隧管の句配が緩な場合であるか、或は流れが特に正流である時である。もう一つ他の例は廣頂堰の場合であつて、茲では水深は略限界水深に達して居る。エネルギー圖表に依れば限界水深の附近ではエネルギー曲線は非常に急激に尖つて居る。それ故に實際には水深に著しい變化があつても之に伴ふエネルギーの差異は著しくないのである。此の事情は限界水深の大きさに關する曲率の影響(10節)と共に此の場合の特性である波動を明に説明するものである。

圖-35は急句配を有する隧管の入口に於ける水頭の状態を示すものである。断面1の下流に於ける等速射流状

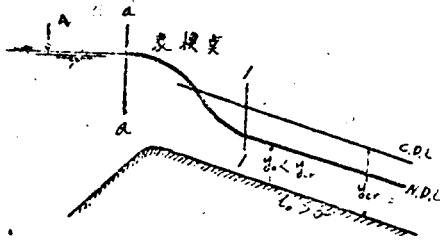


図-35 射流の形成

態は變換點の次に於て起るのであつて、此の變換断面に於ては波動はない。此の様な場合の變換断面に於ては常に射流状態の流れが形成せられるのである。もう一つの例は圖-36 に示す。茲では射流状態にある流れが水門の

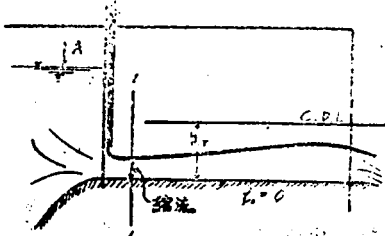


図-36 水門の門扉下流に於ける射流の形成

下から水平配管に注ぐ場合であつて、配管は充分短くて水流は限界水深に達する前に流出するものとする。此の場合にも勿論表面には波動は起らないのである。

20 動流係数 (Kinetic flow factor)

正流 (tranquil flow) に於ては優勢であるのは位置のエネルギーである。射流状態に於ては流速が増大すると共に運動のエネルギー水頭が優勢になるのである。流れの射流状態或は正流状態の度を測定する爲には一般に流の状態を數字的に表はす標準を作らなければならぬ。著者は之に對して動流係数※ (Kinetic flow factor) なる術語を用いたのである。之は入て表はされるものであつて、次の如く比エネルギーの方程式の方法にて定義されるのである。

$$\epsilon = y + \frac{V_1^2}{2g} = y \left(1 + \frac{V^2}{2gy} \right) = y \left(1 + \frac{\lambda}{2} \right) \dots (45)$$

依て

$$\lambda = 2 \frac{V_1^2/2g}{y} = 2 \frac{Q^2}{2gA^2y} = \frac{Q^2}{gA^2y} \dots (46)$$

即動流係数は位置のエネルギー水頭に對する運動のエ

ネルギーの水頭の比の2倍である。斯て動流係数は流れの状態の測定の日安になるのである。

矩形断面

矩形断面の場合は水路の單位幅に(46)式を適用し、

$y_{cr}^3 = Q^2/g$ とすれば動流係数は

$$\lambda = Q^2/gy^3 = (y_{cr}/y)^3 \dots (47)$$

又比エネルギーの方程式は

$$\epsilon = y \left(1 + \frac{\lambda}{2} \right) = y \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y_{cr}}{y} \right)^3 \right] \dots (48)$$

- 限界状態に於ては $\lambda = 1; \epsilon_{cr} = y_{cr} \left(1 + \frac{\lambda}{2} \right) = 1.5y_{cr}$
- 正流状態 $\lambda < 1; \epsilon < 1.5y$
- 射流状態 $\lambda > 1; \epsilon > 1.5y$

矩形水路の場合に、實際に極めて重要な所の限界状態に於ける流れは簡單に入=1 とすればよいのである。

任意形状の横断面

任意形状の横断面に適用し得る動流係数の一般方程式は(46)式に Q^2/g と等値の mcr^2 ((24)式を見よ) を代入し、又(23)式及(31)式に於て

$$m^2 = A^2 \cdot \frac{A}{B} = A^2 \delta$$

或は $A^2 = m^2/\delta$

と置けば

$$\lambda = \frac{Q^2}{gA^2y} = \frac{mcr^2}{m^2} = \frac{\delta}{y} \dots (50)$$

又比エネルギーは

$$\epsilon = y \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{mcr}{m} \right)^2 \frac{\delta}{y} \right] \dots (51)$$

となる。而して(48)式は(51)式の特別の場合である。實際に矩形断面に對しては

$$\delta/y = 1 \text{ 及 } \left(\frac{mcr}{m} \right)^2 = \left(\frac{y_{cr}}{y} \right)^2$$

限界状態にては

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= 1 \frac{\delta}{y} \\ \epsilon_{ki} &= \frac{1}{2} y \frac{\delta}{y} \\ \epsilon_{cr} &= y_{cr} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\delta}{y} \right) \end{aligned} \right\} \dots (52)$$

となる。之を矩形水路の場合に於ける状態に比較すれば限界流に於ける運動のエネルギーの量は δ/y の項に於

※ 筆者の譯語

異なるのである。之は断面に於ける流れの實際水深 Y に對する平均水深($\delta = A/B$)の關係にあるのである。水深に比し水路幅の大なる普通の閉水路に於ては δ は Y より常に小にして、 $\delta/Y < 1$ 及 $\lambda_{cr} < 1$ となる。

(IV) 水面曲線の種類及其の特性

21 術 語

第2節に於ては「上昇水面曲線」と「低下水面曲線」との區別は水深が流れの方向に増加するか或は減少するかに依つて區別した。之より先は下流の方向に増加するか或は減少するかに応じて(+)或は(-)符號を水深を表はす文字の上側右端に付けることにする。従つて

$$\left. \begin{array}{l} \text{上昇曲線ならば } \frac{dy}{dx} > 0 \quad y+ \\ \text{低下 } \quad \quad \quad \frac{dy}{dx} < 0 \quad y- \end{array} \right\} \dots\dots\dots (53)$$

と記すことにする。

凹(Concave) 及 凸(Convex) 曲線

水面曲線の曲率を記す爲に観測人は流れの上に立つものと假定する。故に曲率半徑を上方に有する曲線(圖-37(a))は凹(Concave)となり、之に反して圖-37(b)の如く曲率半徑を下方に有するものは凸(Convex)となるのである。

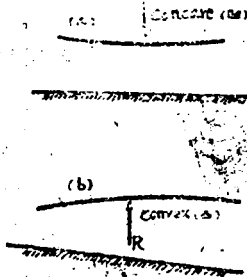


圖-37

曲線の種類

流れの閘帯(Zones)に關して圖に示せる如く、凡ての水面曲線は y_0 及 y_{cr} 線の比較位置に依り數種に區別することが出来る。而して起り得る水面曲線の種類は圖-

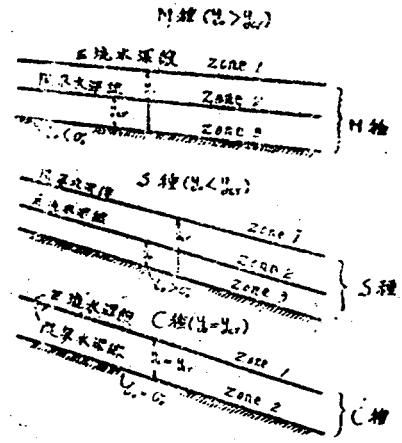


圖-38 水面曲線の種類

38に示す如く三つある。各々の種類を M, S, 及 C なる文字にて示すことにする。各々の型に對して又三の閘帯があり、之等は各文字の右下端に數字を附記して其の種類を區別することにする。 y_0 及 y_{cr} 線の比較位置は底句配の値に依つて變化するのである。

M型に屬するものは $y_0 > y_{cr}$ にして、底句配が緩急 $io < 6.0$ なる時に起り得るのである。それ故に各型を表はす文字は此の意味で採用したのである。之を表示すれば

$$\left. \begin{array}{l} \text{M型; 底句配緩急; } y_0 > y_{cr}; io < 6.0 \\ \text{S型; 底句配急急; } y_0 < y_{cr}; io > 6.0 \\ \text{C型; 底句配限界; } y_0 = y_{cr}; io = 6.0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (45)$$

閘帯の位置は圖-38 から明である。第一閘帯(Zone 1)は各々の場合に就て如何なる場合に於ても等速流水深及限界水深の上位に位するのである。第三閘帯(Zone 3)は各々の場合に就て如何なる場合でも等速流水深 y_0 及限界水深 y_{cr} の下に位するのである。第二閘帯(Zone 2)は y_0 と y_{cr} との中間に位し、 $io \geq 6.0$ なるに依り y_{cr} と y_0 或は y_0 と y_{cr} との關係位置に位するのである。

C型に於ては $io = 6.0$ なる故第二閘帯(Zone 2)は存在しない。此の場合は第一閘帯(Zone 1) 及第三閘帯(Zone 3)のみが存在する。

曲線の型

各々の閘帯(Zone)に就ては一種及兩して唯一種のみの水面曲線が存在するのである。其の型は各閘帯(Zone)

の番號を以て表はすのである。それで例へば曲線はM型の第二週帯 (Zone-2) に位する特別な水面曲線を意味するのである。之は $y_0 > y_{cr}$ 及 $in < 6$ なる特種の水路に於ける水面曲線である。其の曲線自身は2なる記號に依り水深が $y_{cr} < y < y_0$ なる限度を含む位置に位するのである。明に各型を通じて8種の水面曲線のみが存在し得るのであつて、即ちM型種、S型種及C型種である。

之より其の様な曲線の特性及形に就て述べよう。流れの状態に關する比エネルギー圖表(圖-30)及(20)式で一覽表示せる流路に於けるエネルギーの變化を律する法則を用ひることにする。

22 Y+及Y-曲線に於けるエネルギーの平衡

比エネルギーが流れの方向に断面から断面に變化することに関しては先づ

- (1) 比エネルギーが段々増加する流れであるか
- (2) 比エネルギーが段々減少する流れであるか
- (3) 比エネルギーを一定に保つ流れであるか

を區別しなければならぬ。

之等の偶發事項は正流水深 y_0 と變化する水深 y との關係位置に依るものである。(20)式の規則を表示すれば

$$\left. \begin{aligned} y > y_0; \quad \frac{\partial e}{\partial x} > 0; \quad \epsilon+ \text{ 曲線} \\ y < y_0; \quad \frac{\partial e}{\partial x} < 0; \quad \epsilon- \text{ 曲線} \\ y = y_0; \quad \frac{\partial e}{\partial x} = 0; \quad \epsilon^0 \text{ 曲線} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(55)$$

或特別な曲線が $y+$ 曲線であるか、或は $y-$ 曲線であるか即換言すれば $\epsilon+$ 及 $\epsilon-$ の中何れが $\frac{dy}{dx} > 0$ 或は $\frac{dy}{dx} < 0$ を誘導するものであるかと云ふ問題は今考へて居る流れが ϵ 曲線の上側にあるか、或は下側にあるかに依るのである。即今考慮中の流れが正流状態にあるか、或は射流状態にあるかに依り定まるのである。

正流に於ては $y > y_{cr}$ であるからエネルギーは水深と共に増加し、 $\frac{\partial e}{\partial y} > 0$ となる。故に

$$\left. \begin{aligned} y > y_0; \quad \frac{\partial e}{\partial x} > 0 \text{ 依て } \frac{dy}{dx} > 0 \\ y < y_0; \quad \frac{\partial e}{\partial x} < 0 \text{ 依て } \frac{dy}{dx} < 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(56)$$

$y > y_0$ なる場合は $y+$ 曲線を得、 $y < y_0$ なる場合は $y-$ 曲線を得る。 $\frac{\partial e}{\partial x}$ の附號と $\frac{dy}{dx}$ の附號は同一である。

射流に於ては之と反對である。 $y > y_{cr}$ であるからエネルギーの増加は水深の減少を來し、 $\frac{\partial e}{\partial y} < 0$ となる。

$$\left. \begin{aligned} y > y_0; \quad \frac{\partial e}{\partial x} > 0 \text{ 依て } \frac{dy}{dx} < 0 \\ y < y_0; \quad \frac{\partial e}{\partial x} < 0 \text{ 依て } \frac{dy}{dx} > 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(57)$$

斯て射流状態に於ては $y > y_0$ なる場合に $y-$ 曲線を得、 $y < y_0$ なる場合に $y+$ 曲線を得る。 $\frac{\partial e}{\partial x}$ と $\frac{dy}{dx}$ との附號は反對である。以上を心得て居れば各型、各週帯 (Zone) に於て $\frac{dy}{dx}$ の附號を決定することは容易である。

第一週帯 (Zone 1) 此の週帯 (Zone) は常に正流水深の上に位するから ($y > y_0$)、常に $\frac{\partial e}{\partial x} > 0$ である。依て第一週帯 (Zone-1) に於ける曲線は如何なる型に於ても $\epsilon+$ 曲線である。

一方又 $y > y_{cr}$ であるから此の週帯 (Zone) に於ける流れは常に正流 (tranquil) である。エネルギーの増加は水深の増加を來す。それ故に如何なる場合に於ても $\frac{dy}{dx} > 0$ である。それ故に第一週帯 (Zone-1) の表面曲線は凡ての型に於て $y+$ 曲線である。

第三週帯 (Zone 3)、此の週帯 (Zone) は常に正流水深の下に位するから ($y < y_0$)、常に $\frac{\partial e}{\partial x} < 0$ となる。凡ての曲線は $\epsilon-$ 曲線である。他方第三週帯 (Zone) に於ける流れは $y < y_{cr}$ であるから常に射流 (rapid) である。エネルギーの減少は水深の増加を來す。依つて凡ての型に於て $\frac{dy}{dx} > 0$ となり、曲線は $y+$ 曲線である。

第二週帯 (Zone 2)、此の週帯 (Zone) に於ては常に $\frac{dy}{dx} < 0$ である。實際 M 曲線に對しては $y < y_0$ であるから $\frac{\partial e}{\partial x} < 0$ となる。それ故に M_2 曲線は $\epsilon-$ 曲線である。他方又 $y > y_{cr}$ であるから流れは正流 (tranquil) である。依つてエネルギーの減少は水面曲線の低下となり、 $\frac{dy}{dx} < 0$ となる。依つて $y-$ 曲線である。

S_2 曲線の場合は $y > y_0$ となり、 $\frac{\partial e}{\partial x} > 0$ となる故、 $\epsilon+$ 曲線である。又 $y > y_{cr}$ であるから流れは射流 (rapid) であり、エネルギーの増加は水深の減少を來し、 $\frac{dy}{dx} < 0$ となる。依つて $y-$ 曲線である。以上を表示すれば表-1となる。

表-1

Zone	M	種	C	種	S	種
	$y_0 > y_{cr}$	$i_0 < 6.0$	$y_0 = y_{cr}$	$i_0 = 6.0$	$y_0 > y_{cr}$	$i_0 > 6.0$
1	$y > y_0$ $y > y_{cr}$ $\frac{dy}{dx} > 0$	$\frac{\partial s}{\partial x} > 0$ 正流 上昇曲線	$s+$ 曲線 $\frac{\partial s}{\partial y} > 0$ $y+$			
2	$y > y_0$ $y > y_{cr}$ $\frac{\partial s}{\partial y} > 0$ $\frac{dy}{dx} < 0$	$\frac{\partial s}{\partial x} < 0$; $s-$ 曲線 正流 低下曲線 $y-$	該當曲線なし		$y > y_0$; $\frac{\partial s}{\partial x} > 0$; $s+$ 曲線 $y < y_{cr}$ 射流 $\frac{\partial s}{\partial y} < 0$ 低下曲線 $\frac{dy}{dx} < 0$ $y-$	
3	$y < y_0$ $y < y_{cr}$ $\frac{dy}{dx} > 0$	$\frac{\partial s}{\partial x} < 0$ 射流 上昇曲線	$s-$ 曲線 $\frac{\partial s}{\partial y} < 0$ $y+$			

境界に於ける條件

次に記す一般性質は凡ての表面曲線に就て共通である。

- (1) 曲線は正流水深線 y_0 に對して漸近線を作る。
- (2) 曲線は限界水深線 y_{cr} に對して垂直である。
- (3) 水深が増加すれば曲線は水平線に對して切線にならんとする傾向を有する。

.....(58)

之を證明する爲に不等速定流の方程式として(33)を用ひる。

$$\frac{dy}{dx} = i_0 \frac{1 - (K_0/K)^2}{1 - (m_c/m)^2}$$

以下に於ては $K = AC\sqrt{R}$ 及 $m = A\sqrt{A/B}$ 函数の値は水深と共に連続的に増加するものと假定する。それ故に y の凡ての値に對して $\frac{dK}{dy} > 0$ 及 $\frac{dm}{dy} > 0$ とする。之には實際は何等の制限がないのである。何故ならば凡ての開水路は以上の要求に従つて居るからである。

- (1) 曲線に對して正流水深線が漸近線となる事實は

y が y_0 に近迫すれば K は K_0 に近迫し、(38)式の分子は極値を取るのである。即

$$\text{Lim.} \left[1 - (K_0/K)^2 \right]_{y=y_0} = 0$$

故に $\text{Lim.} \left(\frac{dy}{dx} \right)_{y=y_0} = 0$

(2) 之等の曲線が限界水深線に對して垂直となることは $y = y_{cr}$ となるに従つて m は m_c に近迫する事實より證明することが出来る。即分母は

$$\text{Lim.} \left[1 - (m_c/m)^2 \right]_{y=y_{cr}} = 0$$

ならば $\text{Lim.} \left(\frac{dy}{dx} \right)_{y=y_{cr}} = \infty$

(3) 水深 y が増加すれば K 及 m は共に増加して $(K_0/K)^2$ 及 $(m_c/m)^2$ は小となる。依つて

$$\text{Lim.} \left[\frac{1 - (K_0/K)^2}{1 - (m_c/m)^2} \right]_{y=\infty} = 1$$

及 $\text{Lim.} \left(\frac{dy}{dx} \right)_{y=\infty} = i_0$

之は底線と \angle_0 なる角 ($\sin \angle_0 = i_0$) をなす水平線に相當するのである。

23 水面曲線の概観

(58)式で定めた曲線の性質及 $\frac{dy}{dx}$ の符號(57式で示せ

る)は各型の曲線の概要を決定するものである。圖-39

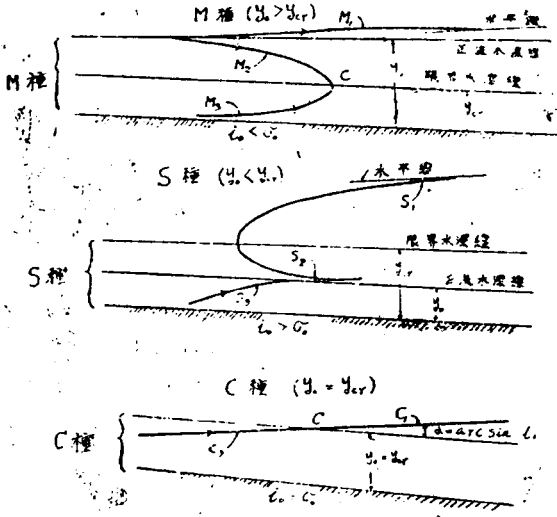


圖-39 種々なる水面曲線の概要

に概要を示す。異なる符数 (Parameter) は数字的値に影響を及ぼすとは云ひながら曲線の一般的概要は同一であつて完全に圖-39に示せる解に依つて畫すことが出来るのである。次に簡単に實際の場合に現はれる各種の曲線に就て述べよう。

1. M種 緩急配水路 $y_0 > y_{cr}$

〔M₁型〕 凹上昇曲線である。等速流水深 y_0 及水平線 0-0 は此の曲線に對して切線となり、 y_0 の上で切する。此の曲線は實際上の見地より考察すれば最も重要なものである。之は緩急配を有する天然河川に於ける背水曲線の形であつて圖-1、圖-2(b)、圖-3の AB' 及圖-10の區間 3-4 は皆此の種に屬する。

〔M₂型〕 凸低下曲線である。 y_0 の下で切し、深 C の附近で終るのである。此の曲線は圖-8、の AC、圖-10の區間 5-6、及圖-3中の AB' に見る様な形を呈するのである。

〔M₃型〕 凹上昇曲線である。限界水深の附近で跳水を生ずる。此の種の曲線は極めて射流状態にある流が激急配の樋管に入る時に起るものである。此の曲線は小川にては圖-10の區間 1-2 の様に水門の下で起り、又は圖-7

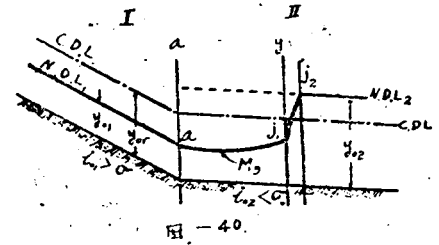


圖-40

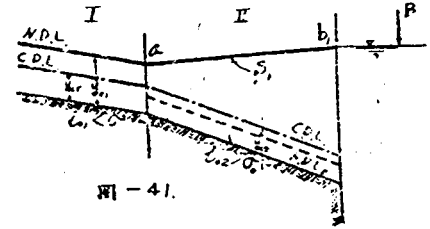


圖-41

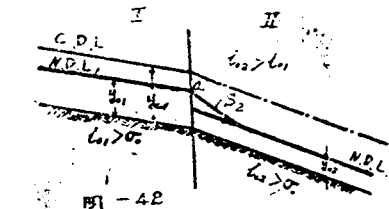


圖-42

圖-43 底勾配、変化スル水路に於ける流

の堰の足、もう一つの例は圖-40の如く急急配 ($i_{01} > 6$) から緩急配 ($i_{02} < 6$) に移る變り目に於て起るのである。M₃曲線は變換點 a と跳水の足 j₁ との中間に位する部分である。

2. S種 急急配水路 $y_0 < y_{cr}$

〔S₁型〕 凸上昇曲線である。跳水を以て始まり、水平線 0-0 の下で切する。此の曲線は圖-5の區間 2-A、圖-29及圖-41の區間 3-b (之は急急配を有する水中に没せる樋管を示す) に見る形である。

〔S₂型〕 凹低下曲線である。通例比較的短く、深と等速流との變換断面に於て起るのである。此の曲線は圖-8の CB 及圖-10の断面 7 以上、又は圖-42の如く樋管の底勾配が急急配から急急配に ($i_{02} > i_{01}$) 移る變り目に於て起る如きものである。

〔S₃型〕 凸上昇曲線である。極めて激基なる射流状態

にある流れが等速流に移る變り目に於て生ずるものである。而して此の曲線は正流水深線の下で切する。一例は圖-43に示す。之は二つの急勾配を有する隨着の接合法を圖-42と逆にするものである。もう一つの例は圖-44で

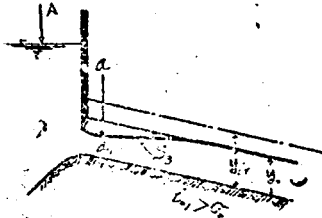


圖-43. S_2 型水面曲線・例

ある。茲では水門の下から縮流 (Vena Contracta) d' なる水深を以て流出した流れが急勾配を有する水路に連結される時に生ずる曲線である。正流水深 $y_0 > d'$ とする。

3. C 型 限界勾配水路 $y_0 = y_{cr}$

底勾配 $i_0 = 6_0$ ならば 此の場合直に M 種と S 種との中間物である。自ら C 曲線は凹 M_1 と凸 S_1 曲線との中間物である。又 C_2 曲線は凹 M_2 曲線と凸 S_2 曲線との中間物である。其の變な中間物は直線でないならば。不等速流の方程式(40)は此の場合は $i_0 = 6_0$ であるから次の様になる。

$$\frac{dy}{dx} = i_0 \frac{1 - (Ko/K)^2}{1 - 6_0 \left(\frac{Ko}{K} \right)^2}$$

$y = y_0$ ならば $6_0/6 = 1$ となり、 $y > y_0$ ならば $6_0/6$ は通例 1 より僅か大である。此の逆は $y < y_0$ なる場合である。然しながら $6_0/6$ と 1 との差異は通例著しくない。今 $6_0/6 = 1$ とすれば

$$\frac{dy}{dx} = i_0 \dots \dots \dots (59)$$

となる。之は $y_0 = y_{cr}$ 線と $L = \text{arc sin } i_0$ なる角をなす水平線を表はすのである。C 曲線の一例は圖 45に示

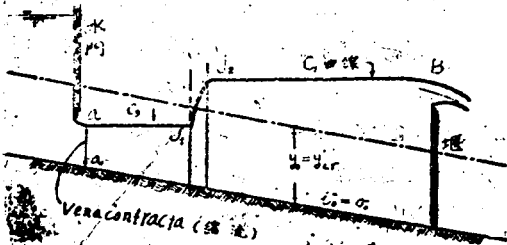


圖-45. C 種水面曲線

す。水平線 C_2 曲線は縮流と跳水の足 j とを連結する時

に生ずる形である。水平線 C_2 は跳水の端 j と堰上の水位 B とを連結する時に生ずる形である。もう一つの例は限

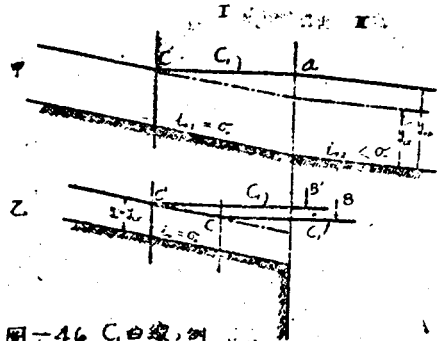


圖-46. C_2 曲線・例

界底勾配を有する隨着が池の中に (圖-46(b)) に注ぐ時に、或は緩勾配水路に注ぐ時に生ずる水面の形である。後者の場合に於ては水平線 C_2 と正流水深線 y_0 との交點 C に於ては連続性が破れる様に見えるのである。又(58)式で定めた水面曲線の一般の性質から考へて見ると次の様な接合點に於て事實中に明なる不連続性があるのである。即ち y が同時に y_0 及 y_{cr} に等しい所では水面曲線は同時に $y_0 = y_{cr}$ 線に対して垂直及切線にならなければならぬ。此の矛盾は $\frac{dy}{dx}$ の解析的式に於ても起るのである。即ち(58)式に $y = y_0 = y_{cr}$ を代入すれば $\frac{dy}{dx} = \frac{0}{0}$ となる。

然しながら此の現象の物理的解説は若し圖-46に於て接點 C の形成を圖-45に示せる如き流れの場合から展開せんとすれば明になるであらう。事實に於て水位 B を堰高を減じて段々下げたと假定せよ。圖-47 の如く水位を B' から B'' , B''' 等に下げれば跳水を下流の方へ即ち j_1 から j_2 , j_3 等へ退却させることになる。跳水の高さは各時間毎に減少する。 C_1 と C_2 線との高さは B が B_c に達する迄段々小となり、線は段々沈んで跳水は遂には無限小となる。それ故に圖-46の交點 C は跳水が高さに於て無限小になる場合の限界に相當するのである。

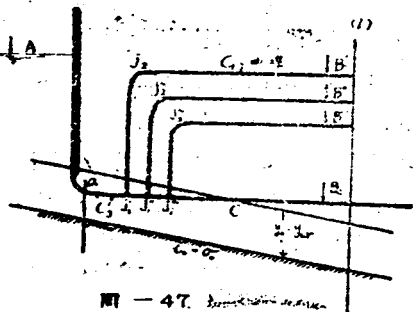


圖-47. 水面曲線の退却