資　　料

T梁に於ける繫筋の計算に就いて

正會員　治　田　源　三*

「鐵筋コンクリート」に於ける水平應剪力度V_nが許容剪力度4.5kg/cm²を超過する場合は繫筋を用ひて其の超過水平剪力度を繫筋にて負擔せしむるものとす（別法として水平剪力度16割若くは5割を繫筋に負擔せしむる方法もある）

繫筋は「コンクリート」の應壓層より始まり主要鐵筋の全部若くは數本を巻き其の形はU形とし再び應壓層に至らしむるものであつて、普通用ひらるのものは丸鋼 φ10mm 若くは φ7mm とす、時に依りては帶鐵を用ふることがある。

普通の短形梁に於て荷重の大なる時は許容應剪力度4.5kg/cm²を超過することがある、又T梁に至りては許容剪力度に近いが超過する場合尠くない、故にT梁に於ては必ず計算して見なければならない。

1. 集中荷重ある場合の繫筋の算式

（1）繫筋の所要面積を求むる算式

$$a=\frac{d,\, f\left(\frac{Q}{bjd}-4.5\right)}{fst}\qquad\cdots\cdots(1)$$

上式中

a＝繫筋の總面積

fst＝繫筋の許容剪力度（750kg/cm²）…………（建築規則に依る）

b＝幅

f＝繫筋の間隔

$\frac{Q}{bjd}$ 水平剪力度（水平剪力度の算式は本節に於ては省略す）

（2）繫筋の間隔を求むる算式

φ10mm の丸鐵筋を用ふるとき

$$f=\frac{1185}{\left(\frac{Q}{bjd}-4.5\right)b}\qquad\cdots\cdots(2)$$

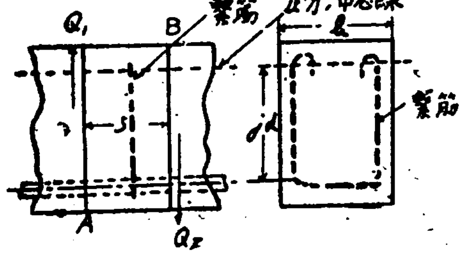
φ7mm の丸鐵筋を用ふるとき

※滿州市公署工務科

$$\int=\frac{570}{\left(\frac{Q}{bjd}-4.5\right)b}\cdots\cdots\cdots(3)$$

誘導法：——

第一圖



今　第一圖に於て或斷面Aの垂直剪力を Q_1 としB斷面の垂直剪力を Q_2 とす、其の距離を$\int$とすればA斷面の水平剪力度 V_{n1} は

$$V_{n1}=\frac{Q_1}{bjd}$$

B斷面の水平剪力度 V_{n2}

$$V_{n2}=\frac{Q_2}{bjd}$$

從つて$\int$區間の平均水平剪力度は

$$\left(\frac{Q_1+Q_2}{2}\right)\frac{1}{bjd}$$ にして

$\int$區間の全剪力度は平均水平剪力度に$\int$を乘じ更に幅bを乘じたるものであることは明白である。

即ち　$\int$區間の全剪力度$=\left(\frac{Q_1+Q_2}{2}\right)\frac{b.\int}{bjd}$

亦QをQ₁及びQ₂の平均値とすれば上式より

$$\int\text{區間の全剪力度}=\frac{Qb\int}{bjd}$$

水平剪力の超過量は

$$=\frac{Qb\int}{bjd}-4.5b\int$$

$$=b\int\left(\frac{Q}{bjd}-4.5\right)\cdots\cdots\cdots(イ)$$

上記の超過量に對して繋筋を要するものなるにつき繋筋の斷面積をaとし許容剪力度を fs とすれ afst ばが超過量に等しい譯である。

$$a.fst=b.\int\left(\frac{Q}{bjd}-4.5\right)\cdots\cdots\cdots(ロ)$$

$$\therefore\quad a=\frac{b.\int\left(\frac{Q}{bid}-4.5\right)}{fst}$$

上式が即ち繋筋の斷面を決定する算式である

又繋筋の斷面を假定して區間$\int$を求むるには（ロ）式より

$$\int=\frac{a.fst}{b\left(\frac{Q}{bjd}-4.5\right)}\cdots\cdots\cdots(ハ)$$

實用上多く用ひらる繋筋は φ10mm 若くは φ7mm のものにして鐵筋の許容剪力度は 750kg/cm² であるから、a.fst の値は豫め知れてゐる、而して普通之等鐵筋をU形に曲げて使

用することに依り繫筋の兩側二箇所にて抵抗することになり、斷面 a は二倍となる。

故に ϕ10mm のとき

$$a.f_{st}=2A_s.f_{st}=2\times0.79\times750=1185\text{kg}$$

ϕ7mm ノトキ

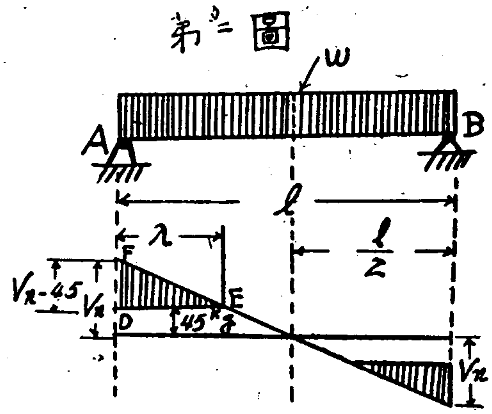
$$a.f_{st}=A_s.f_{st}=2\times0.38\times750=570\text{kg}$$

故に上式の兩値を (ハ) 式に代入すれば (2) (3) 式となる

2. 等布荷重を有する梁に於ける繫筋の計算

建築物の床上荷重及び橋梁上の群衆荷重を受ける梁は等布荷重を有する梁にして又建築物の桁梁構法に於ける梁に連續せる桁は集中荷重の理であるが「鐵筋コンクリート」に於ては桁なきものと看做して等布荷重として計算する。

又橋上を移動する荷重の各員の最大剪力圖表を作るに殆んど、等布荷重の剪力圖表と同形にして繫筋計算には等布荷重と看做して取扱ふも大差ない、故に多くの場合等布荷重を有する繫筋計算をなす。



今第二圖に於ける兩支承上に休止せる梁に等布荷重のあるときは水平剪力圖表はV_n なる高さと$\frac{l}{2}$となる底邊を有する三角形を以て之を示すことが出來る。

故に許容剪力度を 4.5kg/cm² とするときは之を差引きたる殘部卽ち影線を施せる三角形にして其の高さは $V_n-4.5$ 底邊は$\frac{l}{2}$の三角形である。

（1） 繫筋長の計算式

$$\lambda=\left(0.5-\frac{2.25\ bjd}{Q}\right)l \quad\cdots\cdots(4)$$

普通 j=0.85 とするが故に實用式は

$$\lambda=\left(0.5-\frac{1.91\ bd}{Q}\right)l \quad\cdots\cdots(5)$$

以上の式は許容剪力度を 4.5kg/cm² とし殘りの超過部分を繫筋が負擔するときに用ひられる。

誘導法：

第二圖に於て

$$\frac{\frac{l}{2}}{V_n}=\frac{\lambda}{V_n-4.5}$$

$\therefore \quad \lambda=\frac{(V_n-4.5)\,l}{V_n}$ ……………………(イ)

然るに $V_n=\frac{Q}{bjp}$ であるから之れを(イ)式に代入すれば

$$\lambda=\frac{\left(\frac{Q}{bjd}-4.5\right)l}{\frac{2Q}{bjd}}=\frac{(Q-4.5\ bjd)\,l}{2Q}=\left(\frac{1}{2}-\frac{4.5\ bjd}{2Q}\right)l=\left(0.5-\frac{2.25\ bjd}{Q}\right)l$$

此所に $j=0.85$ とすれば上式を變化して(5)式が得られる。

(2) 繋筋數の計算式

$N=\frac{\beta.\ b.\ l}{a}$ ……………………(6)

上式中 $\beta=\frac{(V_n-4.5)^2}{3000V_n}$ にして β の値を第一表に示す

但し $f_{st}=750\text{kg/cm}^2$ とす

繋筋は實用上常に使用せらるゝU形繋筋とし其の經を 10mm とすれば

$N=0.633\ \beta.\ b.\ l$ ……………………(7)

同樣に ϕ7mm とすれば

$N=1.32\ \beta.\ b.\ l$ ……………………(8)

上式中

N=張間半分に於ける繋筋の數量

a=繋筋一組の斷面積(U形なる場合は斷面積の二倍)

l=張間(cm)

誘導法:——

繋筋を要すべき張間半分に於ける水平剪力の總量を Q' とすれば

$Q'=\frac{1}{2}(V_n-4.5)\,b.\ \lambda$

As=所要鐵筋量とし許容剪力度を 750kg/cm^2 とすれば

$As=\frac{Q'}{750}=\frac{(V_n-4.5)\,b.\ \lambda}{2\times750}$ ……………………(イ)

然るに $\lambda=\frac{(V_n-4.5)^2\,b.\ l}{2V_n}$ であるから之を上式に代入すれば

$As=\frac{(V_n-4.5)^2\,b.\ l}{3000V_n\ a}$ ……………………(ロ)

$\therefore \quad N=\frac{As}{a}=\frac{(V_n-4.5)^2\,b.\ l}{3000V_n\,a}$ ……………………(ハ)

此所に $\frac{(Vn-4.5)^2}{3000Vn}=\beta$ とすれば

$N=\frac{\beta.\ b.\ l}{a}$ となる ……………………(ニ)

次に繋筋に丸鋼 ϕ10mm を用ひU形とすれば断面積は $2\times0.79cm^2=1.58cm^2$ となり、之を（＝）式に代入すれば

$$N=0.633\ \beta.\ b.\ l$$

又 ϕ7mmを用ひ同様にU形とすれば断面積は $2\times0.38cm^2=0.76cm^2$ となり、之を（＝）式に代入すれば

$$N=1.32\ \beta.\ b,\ l$$ となる

第一表　繋筋計算表（βの値）

$\sqrt{n}$	β	$\sqrt{n}$	β	$\sqrt{n}$	β
4.6	0.0000284	6.4	0.000205	8.2	0.000581
4.7	625	6.5	224	8.3	604
4.8	109	6.6	231	8.4	637
4.9	167	6.7	259	8.5	652
5.0	235	8.6	278	8.6	676
5.1	314	6.9	298	8.7	701
5.2	403	7.0	317	8.8	726
5.3	500	7.1	338	8.9	745
5.4	606	7.2	358	9.0	775
5.5	716	7.3	378	9.1	800
5.6	842	7.4	400	9.2	824
5.7	972	7.5	421	9.3	85[illegible]
5.8	0.000111	7.6	443	9.4	875
5.9	125	7.7	465	9.5	902
6.0	140	7.8	488	9.6	929
6.1	155	7.9	510	9.7	955
6.2	171	8.0	534	9.8	982
6.3	188	8.1	557	9.9	0.001011

（3） 以上に依りて繋筋の数を見出すことが出來た、次に斯くして求めたる所の垂直繋筋の配置法を求めんとす、今繋筋の配置を算出する式を示すと次の樣な算式である。

A端より（n—a）番目＝αλ……………………………………………………………（9ノa）

$$\alpha=1-\frac{1}{\sqrt{n}}\left(\sqrt{a+1}-\frac{\sqrt{a}\sqrt{a+1}-a+1}{3\left(\sqrt{a}+\sqrt{a+1}\right)}\right)$$

上式中　n＝張間の半分に配置すべき繋筋数

a 及び a+1 は第三圖の如く c 點より計り梯形の兩邊に至る迄の距離

前式の α の値を一々計算する勞を省くため之を第二表に掲ぐ

A端より最終の位置

n番目＝α. λ ……………………………………………………………………(9の b)

$$\alpha=\left(1-\frac{0.667}{\sqrt{n}}\right)$$

α の値は第二表に掲ぐ

誘導法：——

第三圖に於ける剪力圖表の影線を施せる三角形 a′ c a″ (即ち第四圖の三角形FDE)は聯筋の負擔すべき總水平剪力である。

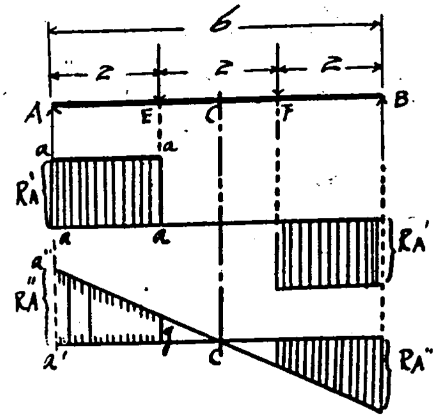
故に此の三角形をNの數丈けの等積に區分したる各部の重心點に適應する箇所に一つ宛聯筋を配置するのである。

此の三角形をN個の導積に區分するには數の平方根を利用し求め得られる。

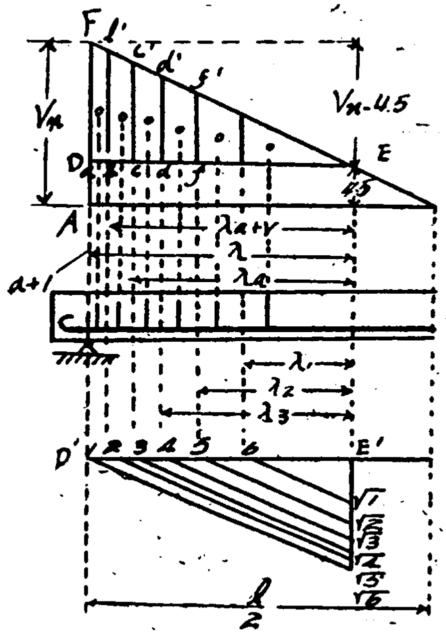
今使用せんとする聯筋の數丈け數1より始めて各その平方根を求め、第四圖に於て

ED＝λ　とし　Eに立てたる垂直線上に適宜の「スケール」を用ひて$\sqrt{1}$、$\sqrt{2}$、$\sqrt{3}$、………$\sqrt{N}$ の値を置き最後の平方根例へば圖に於て $\sqrt{6}$ と D′ とを結び更に各平方根の値を有する$\sqrt{5}$、$\sqrt{4}$……………等の各點より之れに平行線を引くときは、その D′E′ に合する點 1.2.3.………より立てたる垂直線は三角形 DEF を N個(圖面の場合には6個) の等積を有する部分に區分する。故に此の區分せられたる梯形の重心點より下せる垂線が聯筋の位置である。

第三圖



第四圖



以上の關係及び第四圖の相似三角形の理より次式が成立す

$$\frac{\sqrt{n}}{\lambda}=\frac{\sqrt{a}}{\lambda}$$ (但し $\sqrt{a}$ は λa の所の高さ)

$$\therefore\ \sqrt{a}=\frac{\sqrt{n}\,\lambda a}{\lambda}$$ ………………………………………………………………( )

次に $\frac{\sqrt{n}}{\lambda}=\frac{\sqrt{a+1}}{\lambda a+1}$ (但し $\sqrt{a+1}$ は $\lambda a+1$ の所の高さ)

$$\therefore\ \sqrt{a+1}=\frac{\sqrt{n}\cdot\lambda a+1}{\lambda}\cdots\cdots(\text{ロ})$$

又 $\lambda a+1:\lambda=\sqrt{a+1}:\sqrt{n}$

$$\therefore\ \lambda a+1=\frac{\lambda\sqrt{a+1}}{\sqrt{n}}\cdots\cdots(\text{ハ})$$

同様にして

$$\lambda a=\frac{\lambda\sqrt{a}}{\sqrt{n}}\cdots\cdots(\text{ニ})$$

次に梯形 bb′ cc′ の重心を求むるには

$$\text{梯形 bb′ cc′ の重心}=\frac{2\sqrt{a}+\sqrt{a+1}}{\sqrt{a}+\sqrt{a+1}}\times\frac{\lambda a+1-\lambda a}{3}\cdots\cdots(\text{ホ})$$

此所に於て（イ)式のλaに（ニ)式を代入すると

$$\sqrt{a+1}=\frac{\sqrt{n}\dfrac{\lambda\sqrt{a}}{\sqrt{n}}}{\lambda}=\frac{\sqrt{n}\sqrt{a}}{\sqrt{n}}\cdots\cdots(\text{ヘ})$$

又 (ロ) 式の λa+1 に（ハ) 式を代入すると

$$\sqrt{a+1}=\frac{\sqrt{n}\dfrac{\lambda\sqrt{a+1}}{\sqrt{n}}}{\lambda}=\frac{\sqrt{n}\sqrt{a+1}}{\sqrt{n}}\cdots\cdots(\text{ト})$$

(ホ)式に（ヘ)、(ト) 及び（ハ)、(ニ) 式を代入して梯形の重心を表せば

$$\text{梯形重心の距離}=\frac{2\dfrac{\sqrt{n}\sqrt{a}}{\sqrt{n}}+\dfrac{\sqrt{n}\sqrt{a+1}}{\sqrt{n}}}{\dfrac{\sqrt{n}\sqrt{a}}{\sqrt{n}}+\dfrac{\sqrt{n}\sqrt{a+1}}{\sqrt{n}}}\cdot\frac{\dfrac{\lambda\sqrt{a+1}}{\sqrt{n}}-\dfrac{\lambda\sqrt{a}}{\sqrt{n}}}{3}$$

$$=\frac{\dfrac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}}\left(2\sqrt{a}+\sqrt{a+1}\right)}{\dfrac{\sqrt{n}}{\sqrt{n}}\left(\sqrt{a}+\sqrt{a+1}\right)}\cdot\frac{\dfrac{\lambda}{\sqrt{n}}\left(\sqrt{a+1}-\sqrt{a}\right)}{3}$$

$$=\frac{2\sqrt{a}+\sqrt{a+1}}{\sqrt{a}+\sqrt{a+1}}\cdot\frac{\lambda\left(\sqrt{a+1}-\sqrt{a}\right)}{3\sqrt{n}}$$

$$=\frac{\left(2\sqrt{a}+\sqrt{a+1}\right)\left(\sqrt{a+1}-\sqrt{a}\right)\lambda}{3\left(\sqrt{a}+\sqrt{a+1}\right)\sqrt{n}}$$

$$=\frac{\lambda\left(2\sqrt{a}\sqrt{a+1}+\sqrt{a+1}^2-2\sqrt{a}\sqrt{a+1}\right.}{3\sqrt{n}\left(\sqrt{a}+\sqrt{a+1}\right)}$$

$$=\frac{\lambda\left(2\sqrt{a}\sqrt{a+1}+a+1-2a-\sqrt{a}\sqrt{a+1}\right)}{3\sqrt{n}\left(\sqrt{a}+\sqrt{a+1}\right)}$$

$$=\frac{\lambda\left(\sqrt{a}\sqrt{a+1}-a+1\right)}{3\sqrt{n}\left(\sqrt{n}+a+1\right)}$$

次にA端より n−(a′+1) 迄の距離は

λ−λa+1 である

$$\therefore\ \lambda-\lambda a+1=\lambda-\lambda\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{n}}=\lambda\left(1-\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{n}}\right)$$

第二表 緊筋配置表（αの値）

緊筋名	1番目 α	2番目 α	3番目 α	4番目 α	5番目 α	6番目 α	7番目 α	8番目 α	9番目 α	10番目 α	11番目 α	12番目 α	13番目 α	14番目 α	15番目 α	16番目 α	17番目 α	18番目 α	19番目 α	20番目 α
1	0.333																			
2	0.149	0.537																		
3	0.100	0.306	0.614																	
4	0.075	0.200	0.400	0.666																
5	0.063	0.197	0.286	0.465	0.703															
6	0.063	0.143	0.266	0.347	0.510	0.728														
7	0.063	0.135	0.208	0.321	0.397	0.548	0.749													
8	0.054	0.135	0.204	0.273	0.377	0.435	0.576	0·769												
9	0.043	0.101	0.167	0.234	0.301	0.400	0.467	0.600	0.778											
10	0.038	0.097	0.147	0.210	0.273	0.336	0.431	0.494	0.621	790										
11	0.037	0.084	0.137	0.187	0.247	0.308	0.368	0.458	0.518	639	800									
12	0.037	0.075	0.133	0.169	0.220	0.277	0.335	0.293	0.480	538	653	807								
13	0.037	0.068	0.114	0.162	0.199	0.252	0.307	0.363	0.418	501	557	668	815							
14	0.637	0.065	0.098	0.146	0.199	0.226	0.279	0.332	0.386	439	519	573	680	822						
15	0.035	0.061	0.097	0.128	0.174	0.226	0.252	0.303	0.355	407	458	536	587	690	828					
16	0,035	0.056	0.089	0.125	0.150	0.200	0.250	0.275	0.325	375	425	475	550	600	700	833				
17	0.033	0.052	0.087	0.125	0.150	0.174	0.222	0.271	295	344	392	441	490	563	611	708	838			
18	0.032	0.051	0.085	0.113	0.150	0.174	1.098	0.245	292	316	363	410	447	504	575	622	717	843		
19	0.028	0.051	0.084	0.107	0.130	0.174	0.198	0.221	267	313	336	382	427	473	519	588	634	725	847	
20	0.024	0.049	0.082	0.107	0.128	0.159	0.194	0.216	238	238	328	350	395	440	485	530	597	642	731	851

∴ A端より (n−a) 番目の梯形の重心迄の距離は

$$(n-a)\text{番目}=\lambda\left(1-\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{n}}\right)+\lambda\frac{\sqrt{a}\sqrt{a+1}-a+1}{3\sqrt{n}(\sqrt{a}+\sqrt{a+1})}$$

$$=\lambda\left[1-\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{n}}+\frac{\sqrt{a}\sqrt{a+1}-a+1}{3\sqrt{n}(\sqrt{a}+\sqrt{a+1})}\right]$$

$$=\lambda\left[1-\frac{1}{\sqrt{n}}\left(\sqrt{a+1}-\frac{\sqrt{a}\sqrt{a+1}-a+1}{3(\sqrt{a}+\sqrt{a+1})}\right)\right]$$

∴ $1-\frac{1}{\sqrt{n}}\left(\sqrt{a+1}-\frac{\sqrt{a}\sqrt{a+1}-a+1}{3(\sqrt{a}+\sqrt{a+1})}\right)=\alpha$ とすれば (9.a) 式となる

次にA端より最終番目の緊筋は三角形 ff′E の重心である。

故に高さ λ_1の底の邊より⅓の所にある。

$\sqrt{1}:\sqrt{n}=\lambda_1:\lambda n$ より

$$\lambda_1=\frac{\sqrt{1}\lambda}{\sqrt{n}}=\frac{\lambda}{\sqrt{n}} \quad\cdots\cdots\cdots(チ)$$

$$\frac{\lambda_1}{3}=\frac{\lambda}{\sqrt{n}}$$

故にA端よりは

$$n\text{番目}=\lambda-\lambda_1+\frac{\lambda}{3\sqrt{n}}$$

上式の λ_1に (チ) 式の $\frac{\lambda}{\sqrt{n}}$ を代入すれば

A端より計りて

$$n\text{番目}=\lambda-\frac{\lambda}{\sqrt{n}}+\frac{\lambda}{3\sqrt{n}}=\lambda\left[1-\frac{1}{\sqrt{n}}\left(1-\frac{1}{3}\right)\right]=\lambda\left(1-\frac{2}{3\sqrt{n}}\right)$$

$$=\lambda\left(1-\frac{0.667}{\sqrt{n}}\right) \quad\cdots\cdots\cdots(リ)$$

$\left(1-\frac{0.667}{\sqrt{n}}\right)=\alpha$ とすれば (91b) 式となる

(以　上)