論説報告

ノモグラムによる矩形斷面梁の撓の算定

正會員　高　見　太　一※

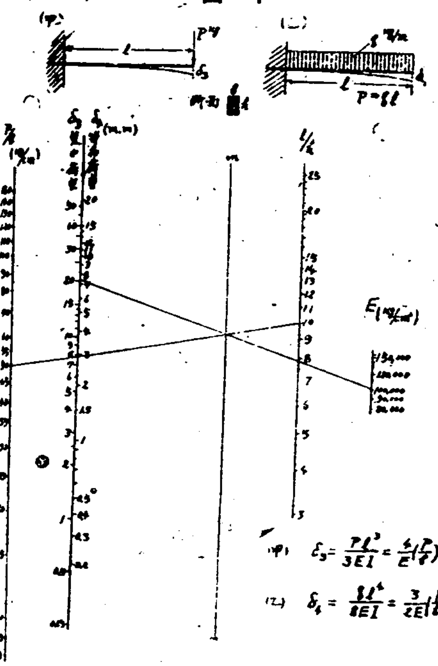
矩形斷面梁の撓の計算は公式によつて求め得るが比較的煩雜なる故にノモグラムによつて之を算定する方法を記して見る。

先づ次の5個の場合の撓をノモグラムによつて求め之を用ひて他のすべての場合は係數m又はnを乘じて求むることゝする。

圖—1は單純梁が梁の中央に1個の集中荷重を受くる場合と梁の全支間に等布荷重を受くる場合の最大撓を夫々δ_1及びδ_2として求むるノモグラムである。

圖—2は片持梁が突端に1個の集中荷重を受くる場合と梁の全支間に等布荷重を受くる場合の最大撓を夫々δ_3及びδ_4として求むるノモグラムである。

圖—1

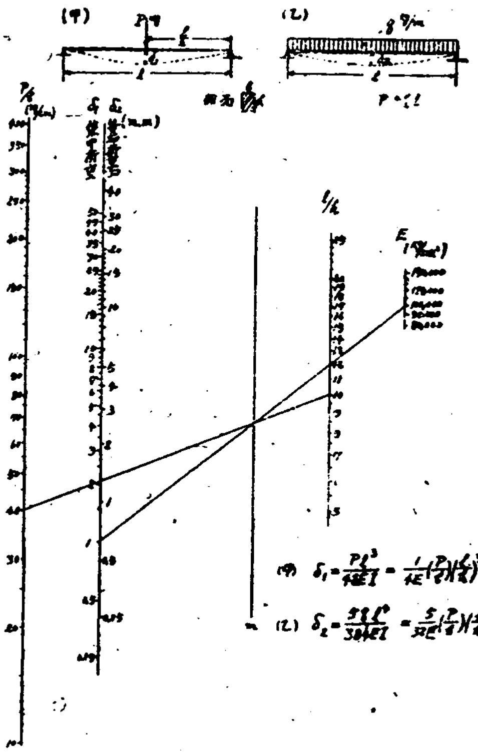


(甲) $\delta_3=\frac{Pl^3}{3EI}=\frac{4}{E}\left(\frac{P}{b}\right)\left(\frac{l}{h}\right)^3$

(乙) $\delta_4=\frac{gl^4}{8EI}=\frac{3}{2E}\left(\frac{P}{b}\right)\left(\frac{l}{h}\right)^3$

圖—3は片持梁が突端に於てMなる曲ゲモーメントを受くる場合の最大撓をδ_5として求むるノモグラムである。以上5個の撓を基として次の各種の場合は夫々係數を圖表—1より求めて乘ずれば撓を求め得る。

圖—2

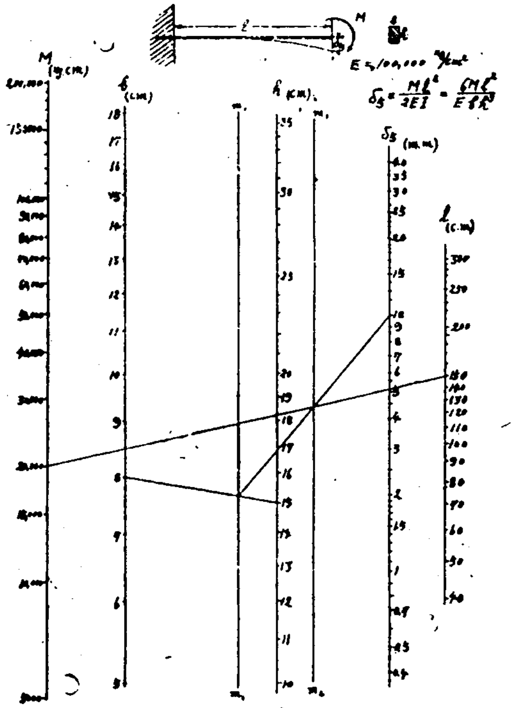


(甲) $\delta_1=\frac{Pl^3}{48EI}=\frac{1}{4E}\left(\frac{P}{b}\right)\left(\frac{l}{h}\right)^3$

(乙) $\delta_2=\frac{5gl^4}{384EI}=\frac{5}{32E}\left(\frac{P}{b}\right)\left(\frac{l}{h}\right)^3$

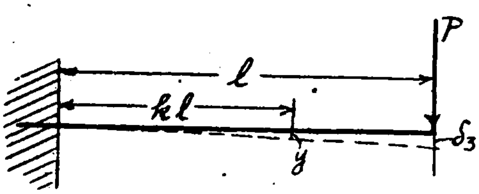
※工學士　哈爾濱工業大學教授

圖—3



1 片持梁の突端にPなる1個の集中荷重を受くる場合の梁の任意の點の撓

圖—4



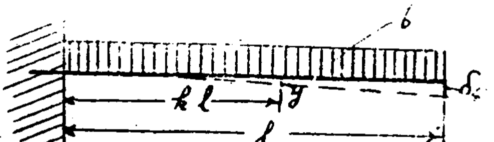
$$y=\frac{P}{6EI}(3k^2l^3-k^3l^3)=\left(\frac{3}{2}k^2-\frac{1}{2}k^3\right)$$

$$\frac{Pl^3}{3EI}=n\,\delta_3$$

茲に $n_1=\frac{3}{2}\ k^2-\frac{k^3}{2}\quad k\geqq1$

2 片持梁が梁の全支間に等布荷重を受くる場合の梁の任意の點の撓

圖—5



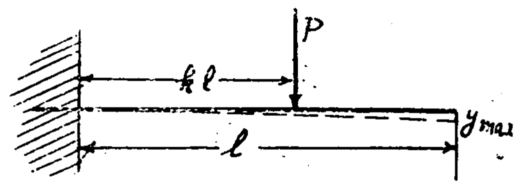
$$y=\frac{ql^4}{2EI}\left(\frac{k^2}{2}-\frac{k^3}{3}+\frac{k^4}{12}\right)=\left(2k^2-\frac{4}{3}k^3+\frac{1}{3}k^4\right)$$

$$\frac{ql^4}{8EI}=n_2\delta_4$$

茲に $n_2=2k^2-\frac{4}{3}k^3+\frac{1}{3}\quad k^4\ k\geqq1$

3 片持梁の任意の點に1個の集中荷重を受くる場合の突端の撓

圖—6



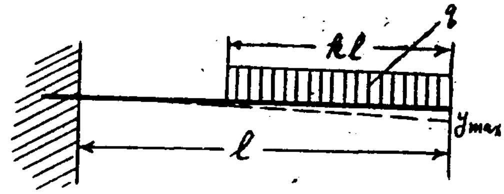
$$y_{max}=\frac{Pl^3}{EI}\left\{\frac{k^3}{3}+\frac{k^2(1-k)}{2}\right\}=\left(\frac{3}{2}k^2-\frac{1}{2}k^3\right)$$

$$\frac{Pl^3}{3EI}=n_3\delta_3$$

茲に $n_3=\frac{3}{2}k^2-\frac{1}{2}k^3(=n_1)\quad k\geqq1$

4 片持梁の固定端よりの一部に等布荷重を受くる場合の梁の最大撓

圖—7



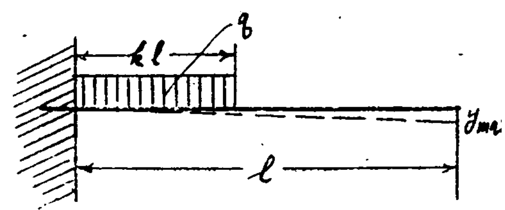
$$y_{max}=\frac{ql^4}{EI}\left\{\frac{k^4}{8}+\frac{k^3(1-k)}{6}\right\}=\left(\frac{4}{3}k^3-\frac{1}{3}k^4\right)$$

$$\frac{ql^4}{8EI}=n_4\delta_4$$

茲に $n_4=\frac{4}{3}k^3-\frac{1}{3}k^4\quad k\geqq1$

5 片持梁の突端よりの一部に等布荷重を受くる場合の梁の最大撓

圖—8



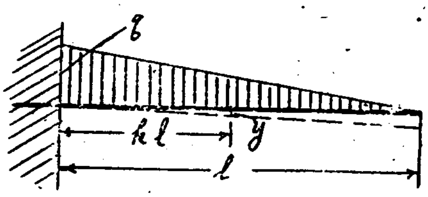
$$y_{max}=\frac{ql^4}{8EI}\left\{k^4+4k^3(1-k)+6k^2(1-k)^2+\frac{8}{3}\right.$$

$$\left.(1-k)^3\right\}=\left(\frac{1}{3}k^4-2k^2+\frac{8}{3}k\right)\frac{ql^4}{8EI}$$

$=n_5\delta_4$　茲に$n_5=\frac{1}{3}k^4-2k^2+\frac{8}{3}k$　$k\geqq 1$

6　三角荷重を受く3片持梁の任意の點の撓

圖—9



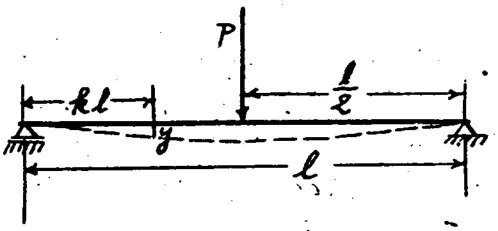
$$y=\frac{ql^4}{30EI}\left\{1-\frac{5}{4}(1-k)+\frac{1}{4}(1-k)^5\right\}$$

$$=\left\{\frac{4}{15}-\frac{1}{3}(1-k)+\frac{1}{15}(1-k)^5\right\}\frac{ql^4}{8EI}=n_6\delta_4$$

茲に$n_6=\frac{4}{15}-\frac{1}{3}(1-k)+\frac{1}{15}(1-k)^5$　$k\gtrless 1$

7　單純梁の支間中央に1個の集中荷重を受くる場合の梁の任意の點の撓

圖—10



$$y=\frac{Pl^3}{EI}\left(\frac{k}{16}-\frac{k^3}{12}\right)=(3k-4k^3)\frac{Pl^3}{48EI}=m_1\delta_1$$

茲に $m=3k-4k^3$　$k\geqq\frac{1}{2}$

8　單純梁の全支間に等布荷重を受くる場合の梁の任意の點の撓

$$y=\frac{ql^4}{24EI}(k^4-2k^3+k)=\left(\frac{16}{5}k^4-\frac{32}{5}k^3+\frac{16}{5}k\right)$$

$$\frac{5ql^4}{384EI}=m_2\delta_2$$

茲に$m_2=\frac{16}{5}k^4-\frac{32}{5}k^3+\frac{16}{5}k$　$k\geqq\frac{1}{2}$

9　單純梁の任意の點に1個の集中荷重を受くる場合

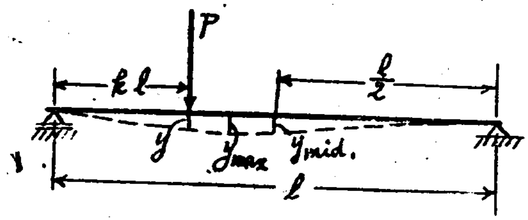
（a）梁の中央の撓

$$y_{mid}=\frac{P}{48EI}kl(3l^2-4k^2l^2)=(3k-4k^2)\frac{Pl^3}{48EI}$$

$=m_4\delta_1$

茲に　$m_4=3k-4k^3(=m_1)$　$k\geqq\frac{1}{2}$

圖—11



（b）荷重點の撓

$$y=\frac{Pl^3}{6EI}\left\{k(1-1)-k(1-k)^3-k^3(1-k)\right\}$$

$$=16k^2(1-k)^2\frac{Pl^3}{48EI}=m_5\delta_1$$

茲に　$m_5=16k^2(1-k)^2$　$k\leqq\frac{1}{}$

（c）梁の最大撓

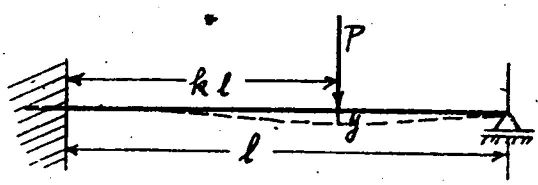
$$y_{max}=\frac{Pl^3}{27EI}k(1-k^2)\sqrt{3(1-k^2)}$$

$$=\frac{16}{9}k(1-k^2)\sqrt{3(1-k^2)}\frac{Pl^3}{48EI}=m_3\delta_1$$

茲に　$m^3=\frac{16}{9}k(1-k^2)\sqrt{3(1-k^2)}$　$k\leqq\frac{1}{2}$

10　1端固定他端自由支持なる梁の任意の點1個の集中荷重を受くる場合の荷重點の撓

圖—12



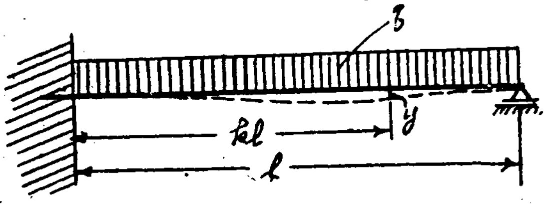
$$y=\frac{Pl^3}{3EI}\left\{k^3-\frac{1}{4}k^4(3-k)^2\right\}$$

$$=\left\{16k^3-4k^4(3-k)^2\right\}\frac{Pl^3}{48EI}=m_6\delta_1$$

茲に　$m_6=16k^3-4k^4(3-k)^2$　$k\leqq 1$

11　1端固定他端自由支持なる梁の全支間に等布荷重を受くる場合の任意の點の撓

圖—13



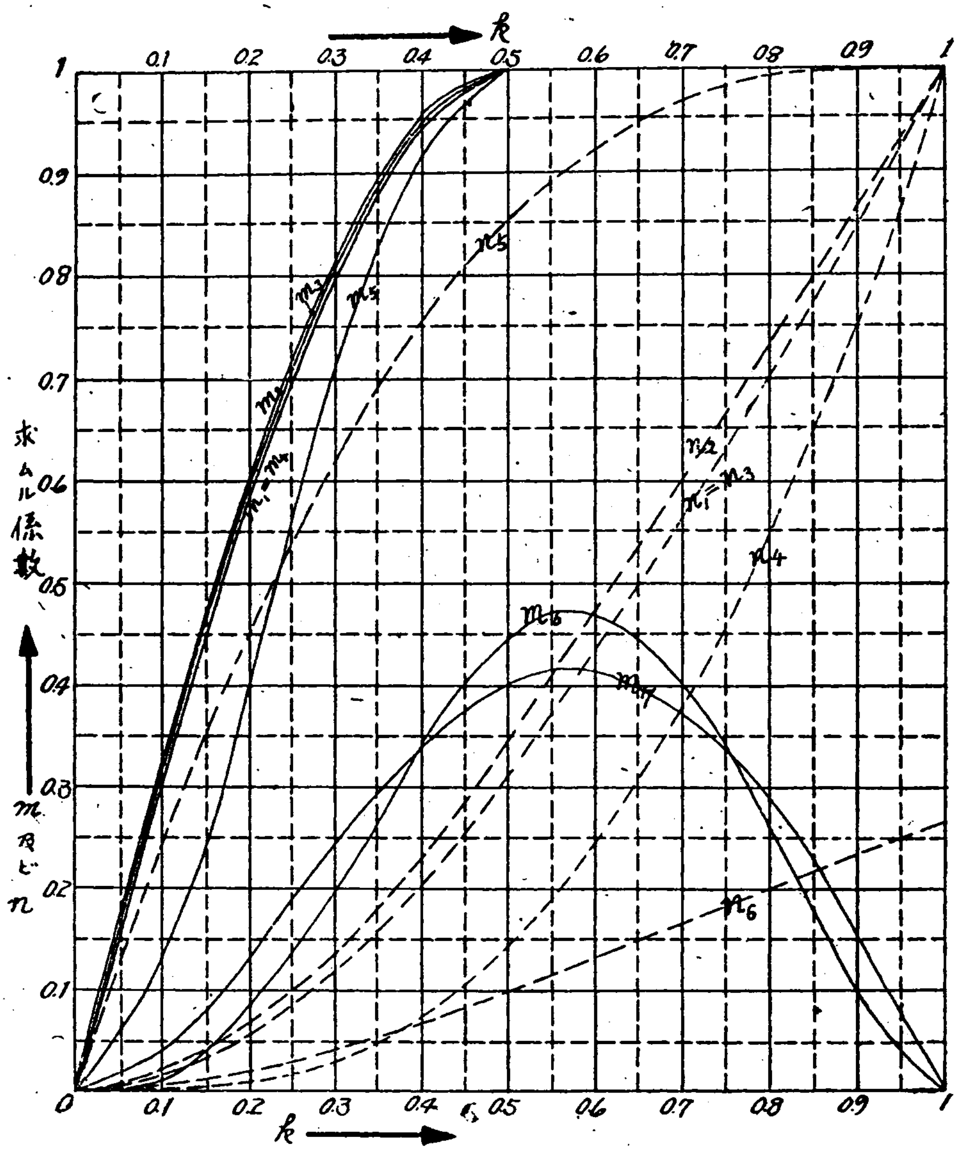
$$y=\frac{ql^4}{48EI}k^2(1-k)(3-2k)=\frac{8}{5}k^2(1-k)(3-2k)$$

$$\frac{5ql^4}{384EI}=m_7\delta_2$$

茲に $m_7=\frac{8}{5}k^2(1-k)(3-2k)\quad k\leqq 1$

尚ほ此の外の場合も同樣に求めらるが此處には省略する。係數m及びnは次の圖表—1によつて求める。

圖—14



計算例 1

圖—14 に於て最大撓を算出せよ。但E＝ 100,000 kg/cm²とする

解 $\frac{P}{b}=\frac{200\times1}{4}=50$ $\frac{l}{h}=\frac{100}{10}=10$

圖—2 より$\delta_4=7.5$m.m

圖—7 に於て支端より 0.8m に載荷されたる場合の最大撓は

$y_1max=n_4\delta_4$ （圖表 1 より $m4=0.545$）

$=0.545\times7.5=4.09$mm

支端より0.3mに載荷されたる場合の最大撓は

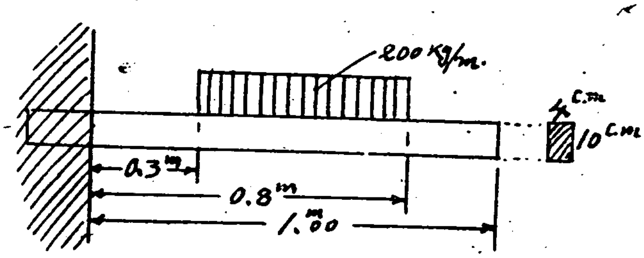
$y_2max=n_4\delta_4$ （圖表 1 より $n_4=0.03$）

$=0.03\times7.5=0.225$mm

故に求むる撓み $ymax=y_1max-y_2max$

$=4.09mm-0.225mm≒3.87mm$

圖—14

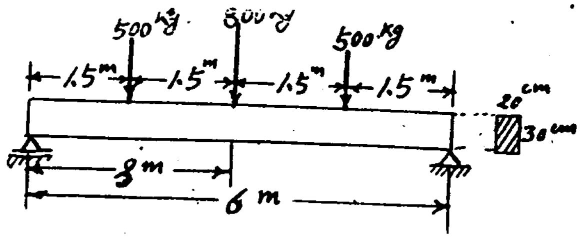


計算例 2

圖—15 に於て最大撓(梁の中央の撓)を算出せよ

（E＝100,000kg/cm²）

圖—15



解 圖—1 に於て

800kg に對して $\frac{P}{b}=\frac{800}{20}=40$ $\frac{l}{h}=\frac{600}{30}=20$

依つて $\delta_1=8.0$mm

500kgに對しては $\frac{P}{b}=\frac{500}{20}=25$ $\frac{l}{h}=\frac{600}{30}=20$

依つて $\delta_1=5$mm

圖—11 より $ymid=m_4\delta_1$ （圖表—1 より $m_1=0.69$）$=0.69\times5=3.45$mm

∴ $ymid=8.0mm+2\times3.45mm=14.9m$

以 上