

# Box-Wilson 法による円弧すべりの計算法

—デジタル・コンピューターによる計算—

長 尾 義 三\*

**要 旨** 軟弱地盤を対象とする工事の設計では、ほとんどすべての場合に、円弧すべりに対する検討が必要となってくる。従来円弧すべりの安全率  $F$  は、図解法によって計算されている。しかもすべり円の中心および円弧の半径を適当に変化させて、数多くの  $F$  の値を求め、これらの  $F$  の値のなかで最小のものを選んでいる。従ってこのような計算法では計算回数も多くなり、多大の労力と時間を必要としている。

本研究においては、円弧上り安全率  $F$  の理論式を導き、さらに Box-Wilson 法の適用によって、計算回数を減少させ、しかも一連の計算をデジタル・コンピューターで行なうことによって、いままでの計算方法よりも、労力と時間および費用の軽減をはかったものである。

## 1. 緒 言

円弧すべりの安全率  $F$  は、一般に

$$F = \frac{M_{rc} + M_{rf}}{M_a + M_{aw}} \dots \dots \dots (1)$$

と表わされる。ここに

$M_{rc}$  : 粘着力による抵抗モーメント

$M_{rf}$  : 摩擦力による抵抗モーメント

$M_a$  : 堤体による転倒モーメント

$M_{aw}$  : 残留水による転倒モーメント

従来の計算法は、堤体断面上にすべり円の中心座標  $(x_i, y_i)$  を定め、半径  $r_i$  をいろいろにかえて、図解法により式 (1) を計算している。しかし図解法による場合は、1つの  $F$  の値を計算するのに、1~2時間もかかってしまう。

従って本研究においては、まず第一に、従来の図解法をあらためて、円弧すべり系の理論式を算出することにした。円弧すべりの安全率  $F$  は、式 (1) によって与えられるが、式 (1) をすべり円の中心座標  $(x, y)$  および、半径  $r$  の関数として表示しなければならない。

第二に円弧すべり系全体で最小の  $F$  の値を求めるのに従来とられてきた方法を述べると、図-1の  $(x, y)$  平面上に格子をつくり、

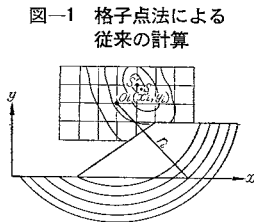


図-1 格子点法による従来の計算

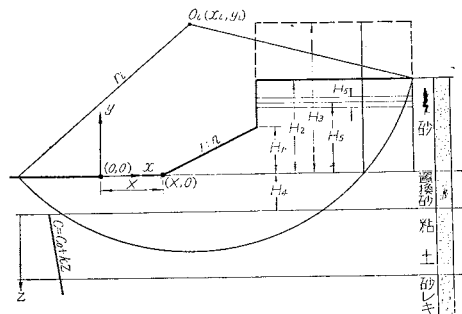
各格子点を円弧の中心とし、円の半径  $r$  の値を変化させて、式 (1) を計算することにより、各点の  $F$  の最小値と、それに対応する  $(x, y, r)$  の値を求めていた。次にこの平面上で同じ  $F$  の値を結んで等高線群を画き、この等高線の谷として  $\min F$  の値を求め、同時に  $\min F$  に対応した  $(x, y, r)$  の値を求めていた。この方法によると実際には図-1の  $S$  点に  $\min F$  が存在しても、 $S'$  点をもって求める値としてしまう危険がある。

われわれが知りたいのは、安全率  $F$  の等高線群ではなく、 $\min F$  の値であり、 $\min F$  に対応した  $(x, y, r)$  の値である。従って計算回数が非常に多くなる格子点法は、以上の目的からすれば、必ずしもよい方法であるとは考えられない。われわれは、Box-Wilson 法<sup>1)</sup>を適用することによって、 $\min F$  の値を求める計算回数を減少させ、労力・時間および費用の軽減をはかろうとした。

## 2. 円弧すべり安全率 $F$ の理論式の算出

図-2 に示す一般的な堤体断面について、円弧すべり安全率  $F$  の理論式を算出することにした。そしてこの系の原点を堤体法尻から左の方に  $X$  だけ離れたところにとっておく。

図-2 堤体断面図



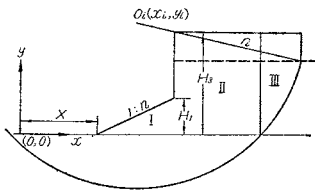
図の例において、  
 $n$  : 法勾配,  $H_1$  : 法高,  $H_2$  : 堤体の実高さ,  $H_3$  : 堤体の換算高さ,  $H_4$  : 置換砂の厚さ,  $H_5$  : 残留水位の中心までの高さ,  $H_6$  : 残留水位

### (1) 堤体による転倒モーメント

堤体による転倒モーメントを、図-3の I, II, III の部分にわけて算出する。そして、それぞれのモーメントを  $M_{aI}$ ,  $M_{aII}$ ,  $M_{aIII}$  で表わすと、

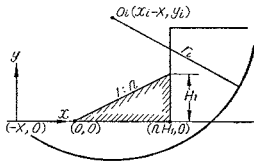
\* 正員 運輸技官 運輸省神戸港工事事務所次長

図-3 堤体による転倒モーメント



a)  $M_{aI}$  の算出 堤体の法尻に座標原点をえらび、すべり円の中心  $O_i(x_i, y_i)$  に対する転倒モーメント

図-4



トを算出すると、

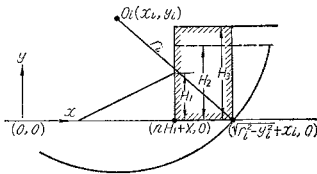
$$M_{aI} = r \int_0^{nH_1} \{x - (x_i - X)\} \frac{1}{n} \cdot x dx$$

$$= \frac{1}{3} r n^2 H_1^3 + \frac{1}{2} r n H_1^2 (X - x_i) \dots (2)$$

ここに  $r$  は堤体の換算単位重量である。

b)  $M_{aII}$  の算出 座標原点は動かさないで、すべり円の中心  $O_i(x_i, y_i)$  に対する転倒モーメントを算出す

図-5



ると

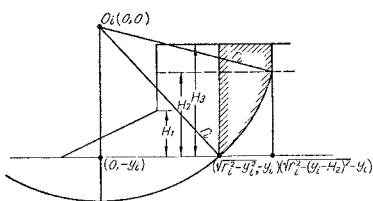
$$M_{aII} = r \int \frac{\sqrt{r_i^2 - y_i^2} + x_i}{nH_1 + X} (x - x_i) \cdot H_3 dx$$

$$= \frac{1}{2} r H_3 [r_i^2 - y_i^2 - (X - x_i)^2]$$

$$- r \cdot n \cdot H_1 \cdot H_3 (X - x_i) - \frac{1}{2} r \cdot n^2 \cdot H_1^2 \cdot H_3 \dots (3)$$

c)  $M_{aIII}$  の算出 すべり円の中心を座標原点に選ん

図-6



で、 $O_i(0,0)$  に対する転倒モーメントを算出すると、

$$M_{aIII} = r \int \frac{\sqrt{r_i^2 - (y_i - H_2)^2}}{\sqrt{r_i^2 - y_i^2}} x \cdot \{ \sqrt{r_i^2 - x^2} - (y_i - H_2) \} dx$$

$$= \frac{1}{2} r H_2 (2H_3 - H_2) y_i - \frac{1}{6} r H_2^2 (3H_3 - 2H_2) \dots (4)$$

従って堤体による転倒モーメントは、

$$M_a = M_{aI} + M_{aII} + M_{aIII}$$

$$= \frac{1}{3} r n^2 H_1^3 + \frac{1}{2} r n H_1^2 (X - x_i)$$

$$+ \frac{1}{2} r H_3 [r_i^2 - y_i^2 - (X - x_i)^2]$$

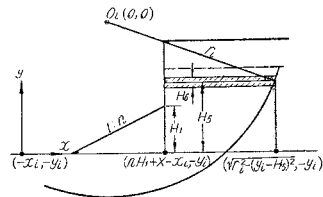
$$- r n H_1 \cdot H_2 (X - x_i) - \frac{1}{2} r n^2 H_1^2 H_3$$

$$+ \frac{1}{2} r H_2 (2H_3 - H_2) y_i - \frac{1}{6} r H_2^2 (3H_3 - 2H_2) \dots (5)$$

### (2) 残留水による転倒モーメント

すべり円の中心を座標原点に選んで、 $O_i(0,0)$  に対す

図-7



る残留水による転倒モーメントを算出すると、

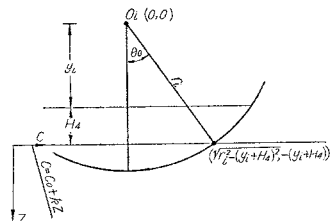
$$M_{aw} = \int \frac{\sqrt{r_i^2 - (y_i - H_5)^2}}{nH_1 + X - x_i} H_5 \cdot x dx$$

$$= \frac{1}{2} H_5 [r_i^2 - (y_i - H_5)^2 - (nH_1 + X - x_i)^2] \dots (6)$$

### (3) 粘着力による抵抗モーメント

粘着力の大きさが地盤内で一定という場合は、実際の地盤ではまれであり、さらにサンドドレーンのために、強度の不連続な区域が入りまざっていることも多い。粘着力分布が、図-8のような場合に、運輸技術研究所の

図-8



石井博士は、粘着力による抵抗モーメントを次式で表わしている<sup>2)</sup>。

$$M_{rc} = 2\{C_0 r_i^2 \theta_0 + k r_i^3 \int_0^{\theta_0} (\cos \theta - \cos \theta_0) d\theta\}$$

$$= 2\{C_0 r_i^2 \theta_0 + k r_i^3 \sin \theta_0 - k r_i^3 \cos \theta_0 \cdot \theta_0\} \dots (7)$$

ここで  $\cos \theta_0 = \frac{y_i + H_4}{r_i}$

従って  $\sin \theta_0 = \frac{1}{r_i} \sqrt{r_i^2 - (y_i + H_4)^2}$

$$\theta_0 = \cos^{-1} \frac{y_i + H_4}{r_i}$$

ゆえに

$$M_{rc} = 2 r_i^2 \{ [C_0 - k(y_i + H_4)] \cos^{-1} \frac{y_i + H_4}{r_i} + k \sqrt{r_i^2 - (y_i + H_4)^2} \} \dots (8)$$

(4) 摩擦による抵抗モーメント

摩擦による抵抗モーメント系を考えると 図-9 のよ

$$M_{rfI} = r r_i \tan \phi \int \frac{1}{r_i} \sqrt{r_i^2 - x^2} \{ \sqrt{r_i^2 - x^2} - (y_i - H_2) \} dx$$

$$= r \tan \phi \left\{ \sqrt{r_i^2 - (y_i - H_2)^2} \left[ \frac{2}{3} r_i^2 + \frac{1}{3} (y_i - H_2)^2 - \frac{1}{2} (y_i - H_2) (y_i - H_3) \right] \right.$$

$$\left. - \sqrt{r_i^2 - (y_i + H_4)^2} \left[ \frac{2}{3} r_i^2 + \frac{1}{3} (y_i + H_4)^2 - \frac{1}{2} (y_i - H_3) (y_i + H_4) \right] \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} r_i^2 \left[ \sin^{-1} \frac{\sqrt{r_i^2 - (y_i - H_2)^2}}{r_i} - \sin^{-1} \frac{\sqrt{r_i^2 - (y_i + H_4)^2}}{r_i} \right] \right\} \dots (9)$$

同様にして、

$$M_{rfII} = r r_i \tan \phi \int \frac{1}{r_i} \sqrt{r_i^2 - x^2} \{ \sqrt{r_i^2 - x^2} - y_i \} dx$$

$$= r \tan \phi \left\{ \sqrt{r_i^2 - y_i^2} \left[ \frac{2}{3} r_i^2 - \frac{1}{6} y_i^2 \right] \right.$$

$$\left. - \sqrt{r_i^2 - (y_i + H_4)^2} \left[ \frac{2}{3} r_i^2 + \frac{1}{3} (y_i + H_4)^2 - \frac{1}{2} y_i (y_i + H_4) \right] \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} r_i^2 \left[ \sin^{-1} \frac{\sqrt{r_i^2 - y_i^2}}{r_i} - \sin^{-1} \frac{\sqrt{r_i^2 - (y_i + H_4)^2}}{r_i} \right] \right\} \dots (10)$$

ゆえに摩擦による抵抗モーメント  $M_{rf}$  は

$$M_{rf} = M_{rfI} + M_{rfII} \dots (11)$$

従って円弧すべりの安全率は

$$F = \frac{M_{rc} + M_{rf}}{M_a + M_{aw}}$$

(分子)

$$M_{rc} + M_{rf} = 2 r_i^2 \left\{ [C_0 - k(y + H_4)] \cos^{-1} \frac{y + H_4}{r} + k \sqrt{r^2 - (y + H_4)^2} \right\}$$

$$+ r \tan \phi \left\{ \sqrt{r^2 - (y - H_2)^2} \left[ \frac{2}{3} r^2 + \frac{1}{3} (y - H_2)^2 - \frac{1}{2} (y - H_2) (y - H_3) \right] \right.$$

$$\left. - \sqrt{r^2 - (y + H_4)^2} \left[ \frac{2}{3} r^2 + \frac{1}{3} (y + H_4)^2 - \frac{1}{2} (y - H_3) (y + H_4) \right] \right.$$

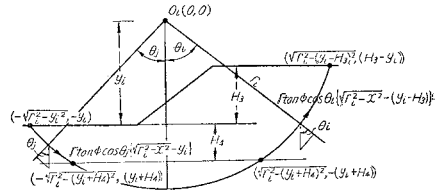
$$\left. - \frac{1}{2} r^2 \left[ \sin^{-1} \frac{\sqrt{r^2 - (y - H_2)^2}}{r} - \sin^{-1} \frac{\sqrt{r^2 - (y + H_4)^2}}{r} \right] \right.$$

$$\left. + \sqrt{r^2 - y^2} \left[ \frac{2}{3} r^2 - \frac{1}{6} y^2 \right] \right.$$

$$\left. - \sqrt{r^2 - (y + H_4)^2} \left[ \frac{2}{3} r^2 + \frac{1}{3} (y + H_4)^2 - \frac{1}{2} y (y + H_4) \right] \right.$$

$$\left. - \frac{1}{2} r^2 \left[ \sin^{-1} \frac{\sqrt{r^2 - y^2}}{r} - \sin^{-1} \frac{\sqrt{r^2 - (y + H_4)^2}}{r} \right] \right\} \dots (12)$$

図-9



うになる。図-9 において、

$\tan \phi$  = 砂の摩擦角

$$\sin \theta_i = \frac{x_i}{r_i} \quad \text{従って} \quad \cos \theta_i = \frac{1}{r_i} \sqrt{r_i^2 - x_i^2}$$

この関係式によって  $\theta_i$  は、 $x_i$ ,  $r_i$  の関数として表わすことができるため、摩擦による抵抗モーメントは、

(分母)

$$\begin{aligned}
 M_a + M_{aw} &= \frac{1}{3} r n^2 H_1^3 + \frac{1}{2} r n H_1^2 (X-x) \\
 &+ \frac{1}{2} r H_3 [r^2 - y^2 - (X-x)^2] - r n H_1 \cdot H_2 (X-x) - \frac{1}{2} r n^2 H_1^2 \cdot H_3 \\
 &+ \frac{1}{2} r H_2 (2 H_3 - H_2) y - \frac{1}{6} r H_2^2 (3 H_3 - 2 H_2) \\
 &+ \frac{1}{2} H_6 [r^2 - (y - H_1)^2 - (n H_1 + X - x)^2]
 \end{aligned}$$

となる。

### 3. Box-Wilson 法による $\min F$ の求めかた

円弧すべりの安全率  $F$  は、円弧の中心を表わす因子  $(x, y)$  および、円弧の半径を表わす因子  $r$  の関数として表わされることは、2. の式 (12) で求めたが、式 (12) を、 $x, y, r$  について偏微分することが困難なため、これら 3 つの因子がいかなる条件のとき、安全率  $F$  が最小になるかを、式 (12) からただちに求めることはできない。

これら 3 つの因子の水準を  $x, y, r$  で示すと、式 (12) から安全率  $F$  は、

$$F = f(x, y, r) \dots \dots \dots (13)$$

と表わすことができる。この関数の導関数は、考察下の領域内で連続と考えられるので、これを Taylor 展開することが可能である。従って、因子空間の任意の点  $(x, y, r)$  での関数  $f(x, y, r)$  は

$$\begin{aligned}
 F &= \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 r + \beta_{12} xy + \beta_{13} xr + \beta_{23} yr \\
 &+ \beta_{11} x^2 + \beta_{22} y^2 + \beta_{33} r^2 + \dots \dots \dots (14)
 \end{aligned}$$

なる回帰方程式で表現できる。 $\min F$  を与える点を  $S$  とすると、 $S$  点から遠ざかったところでは、式 (13) の 2 次以上の項は小さいと仮定できるから、第 1 の近似として、関数  $F$  の回帰方程式 (14) の 2 次以上を省略すれば、

$$F = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 r \dots \dots \dots (15)$$

が得られる。

$$b_0 = \frac{1}{8} (F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8) \longrightarrow \beta_0 + \beta_{11} + \beta_{22} + \beta_{33}$$

$$b_1 = \frac{1}{8} (F_1 + F_2 + F_3 + F_4 - F_5 - F_6 - F_7 - F_8) \longrightarrow \beta_1$$

$$b_2 = \frac{1}{8} (F_1 + F_2 - F_3 - F_4 - F_5 - F_6 + F_7 + F_8) \longrightarrow \beta_2$$

$$b_3 = \frac{1}{8} (F_1 - F_2 + F_3 - F_4 - F_5 + F_6 - F_7 + F_8) \longrightarrow \beta_3$$

式 (17) のようにして  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  の推定量  $b_1, b_2, b_3$  が求められたから、 $\overrightarrow{PQ}$  の方向が一応定められたことになるが、ここでいままで探ってきた方法を少しふり返ってみよう。

それは式 (14) の 2 次以上の項を省略して、式 (15) で近似したことに対する検討である。もし  $\beta_{12}, \beta_{13}, \beta_{23}$ ,

現在の地点  $P$  から、最も急な傾斜に沿って進むみちを  $\overrightarrow{PQ}$  とすると、 $Q$  の  $x, y, r$  の座標  $x_q, y_q, r_q$  と 1 次係数  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  との間には、

$$x_q : y_q : r_q = \beta_1 : \beta_2 : \beta_3 \dots \dots \dots (16)$$

なる関係を有する。

さて  $\beta$  の 1 次係数の推定には、直交配列を用いればよい。すなわち  $P$  点における  $x, y, r$  の値を 1 単位増加することを  $+1$ 、1 単位減少することを  $-1$  で表わせば、表-1 に示すような直交配列のわりつけ表ができる。

表-1

$P_i$	$x$	$y$	$r$	$F$ : 式(12)計算値
$P_1$	+1	+1	+1	$F_1$
$P_2$	+1	+1	-1	$F_2$
$P_3$	+1	-1	+1	$F_3$
$P_4$	+1	-1	-1	$F_4$
$P_5$	-1	-1	-1	$F_5$
$P_6$	-1	-1	+1	$F_6$
$P_7$	-1	+1	-1	$F_7$
$P_8$	-1	+1	+1	$F_8$

さらに  $x, y, r$  の単位をそれぞれ、 $l_1, m_1, n_1$  とする。このわりつけ表から求められる  $x, y, r$  の値を式 (12) に代入して解くことにより、 $P_i$  点 ( $i=1 \sim 8$ ) における  $F_i$  ( $i=1 \sim 8$ ) を計算することができる。このようにして、1 次係数  $\beta_i$  は  $\beta_{ij} (i \neq j)$  のような 2 次係数の影響によって乱されることなく推定することができる。推定値と母数との関係は式 (17) ようになる。

$$\left. \begin{aligned}
 b_0 &= \frac{1}{8} (F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8) \longrightarrow \beta_0 + \beta_{11} + \beta_{22} + \beta_{33} \\
 b_1 &= \frac{1}{8} (F_1 + F_2 + F_3 + F_4 - F_5 - F_6 - F_7 - F_8) \longrightarrow \beta_1 \\
 b_2 &= \frac{1}{8} (F_1 + F_2 - F_3 - F_4 - F_5 - F_6 + F_7 + F_8) \longrightarrow \beta_2 \\
 b_3 &= \frac{1}{8} (F_1 - F_2 + F_3 - F_4 - F_5 + F_6 - F_7 + F_8) \longrightarrow \beta_3
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

$\beta_{11}, \beta_{22}, \beta_{33}$  ……などが 0 でなかったとしたら、上のようにして求めた  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  の推定値、 $b_0, b_1, b_2, b_3$  の値には疑問が起こってくる。

このうち  $\beta_{11}, \beta_{22}, \beta_{33}$  の係数はいずれも  $+1$  で、 $\beta_0$  の係数と一致しているが、もし  $\beta_{12}, \beta_{13}, \beta_{23}$  が 0 でないとすれば、 $b_0$  のなかには、これらの影響がまじりあっ

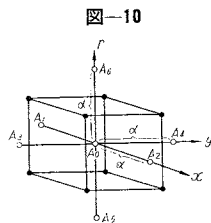
てしまう。さらに  $\beta_{12}, \beta_{13}, \beta_{23}$  の推定値は、直交配列のわりつけ表 (表一) をもとにして、式(18)のように求め

$$\left. \begin{aligned} b_{12} &= \frac{1}{8}(F_1 + F_2 - F_3 - F_4 + F_5 + F_6 - F_7 - F_8) \longrightarrow \beta_{12} \\ b_{13} &= \frac{1}{8}(F_1 - F_2 + F_3 - F_4 + F_5 - F_6 + F_7 - F_8) \longrightarrow \beta_{13} \\ b_{23} &= \frac{1}{8}(F_1 - F_2 - F_3 + F_4 + F_5 - F_6 - F_7 + F_8) \longrightarrow \beta_{23} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

さきに求めた  $b_0, b_1, b_2, b_3$  の数値群に対して  $b_{12}, b_{13}, b_{23}$  の数値群が無視できるほど小さいならば、式 (15) と仮定したことが妥当となる。この場合には式 (15) のもっとも急な傾斜にそって進めばよい。そして式 (16) より  $x$  方向に  $\beta_1$  単位進むのに対し、 $y$  軸にそって  $\beta_2$  単位、 $r$  軸にそって  $\beta_3$  単位進めばよい。この方法によって、順次  $F$  の値を求めて行き、これらの  $F$  の値のうち最小のものを選んで、この点を  $Q$  とし、 $(x_q, y_q, r_q)$  を確定する。次に  $Q$  点に移り、点  $Q$  から最も急な傾斜にそって進むみちを、 $\overrightarrow{QR}$  とし、いままでの手順をくり返して  $R$  点  $(x_r, y_r, r_r)$  を求めて行くことができる。

このような手順をくり返して行くうちに、 $b_{12}, b_{13}, b_{23}$  の値が  $b_0, b_1, b_2, b_3$  の値に対して無視し得ないほど大きくなれば、もはや式 (13) を式 (15) で表わすことは無理であり、少なくとも式 (14) で考えて行かなければならなくなる。

さて  $\beta$  の 2 次係数の推定には、 $2^3$  型計画に、さらに何個かの点をつけ加える複合実験の手法を用いて、わりつけ表を作ることができる。第 1 次近似では、もっとも急な傾斜の方向をきめるのに、**図一10** の黒点(8個)をもとにしていたのであるが、式(14)



図一10

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= (F_1 + F_2 + F_3 + F_4 - F_5 - F_6 - F_7 - F_8 + \alpha F_9 - \alpha F_{10}) / (8 + 2\alpha^2) \longrightarrow \beta_1 \\ b_2 &= (F_1 + F_2 - F_3 - F_4 - F_5 - F_6 + F_7 + F_8 + \alpha F_{11} - \alpha F_{12}) / (8 + 2\alpha^2) \longrightarrow \beta_2 \\ b_3 &= (F_1 - F_2 + F_3 - F_4 - F_5 + F_6 - F_7 + F_8 + \alpha F_{13} - \alpha F_{14}) / (8 + 2\alpha^2) \longrightarrow \beta_3 \\ b_{12} &= \frac{1}{8}(F_1 + F_2 - F_3 - F_4 + F_5 + F_6 - F_7 - F_8) \longrightarrow \beta_{12} \\ b_{13} &= \frac{1}{8}(F_1 - F_2 + F_3 - F_4 + F_5 - F_6 + F_7 - F_8) \longrightarrow \beta_{13} \\ b_{23} &= \frac{1}{8}(F_1 - F_2 - F_3 + F_4 + F_5 - F_6 - F_7 + F_8) \longrightarrow \beta_{23} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

$$\left. \begin{aligned} b_0 &= \lambda B_0 + \mu B_{11} + \nu B_{22} + \rho B_{33} \longrightarrow \beta_0 \\ b_{11} &= \mu B_0 + \nu B_{11} + \rho B_{22} + \rho B_{33} \longrightarrow \beta_{11} \\ b_{22} &= \mu B_0 + \rho B_{11} + \nu B_{22} + \rho B_{33} \longrightarrow \beta_{22} \\ b_{33} &= \mu B_0 + \rho B_{11} + \rho B_{22} + \nu B_{33} \longrightarrow \beta_{33} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

ここに

を用いる場合推定した係数は、 $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_{12}, \beta_{13}, \beta_{23}, \beta_{11}, \beta_{22}, \beta_{33}$  計 10 個であるからこれでは足りない。そこで **図一10** の白点 (7個)  $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$  を追加する。ここで  $\alpha$  の値は任意に選ばばよい。しかし一般には、1.5 とか 2 に選ぶのが普通である。そしてこの場合のわりつけ表は次のようになる。

表一2

$R_i$	$x$	$y$	$r$	$F$ : 式(12)計算値
$R_1$	+1	+1	+1	$F_1$
$R_2$	+1	+1	-1	$F_2$
$R_3$	+1	-1	+1	$F_3$
$R_4$	+1	-1	-1	$F_4$
$R_5$	-1	-1	-1	$F_5$
$R_6$	-1	-1	+1	$F_6$
$R_7$	-1	+1	-1	$F_7$
$R_8$	-1	+1	+1	$F_8$
$R_9$	$+\alpha$	0	0	$F_9$
$R_{10}$	$-\alpha$	0	0	$F_{10}$
$R_{11}$	0	$+\alpha$	0	$F_{11}$
$R_{12}$	0	$-\alpha$	0	$F_{12}$
$R_{13}$	0	0	$+\alpha$	$F_{13}$
$R_{14}$	0	0	$-\alpha$	$F_{14}$
$R_{15}$	0	0	0	$F_{15}$

次に  $x, y, r$  の単位をそれぞれ  $l_3, m_3, n_3$  とする。そしてこのわりつけ表から求められる  $x, y, r$  の値を式 (12) に代入してとくことにより、 $R_i$  点 ( $i=1 \sim 15$ ) における  $F_i$  ( $i=1 \sim 15$ ) を計算することができる。そして 1 次係数  $\beta_i$  および 2 次係数  $\beta_{ij}$  の推定値と母数との関係は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 + F_9 + F_{10} + F_{11} + F_{12} + F_{13} + F_{14} + F_{15} \\ B_{11} &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 + \alpha^2 F_9 + \alpha^2 F_{10} \\ B_{22} &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 + \alpha^2 F_{11} + \alpha^2 F_{12} \\ B_{33} &= F_1 + F_2 + F_3 + F_4 + F_5 + F_6 + F_7 + F_8 + \alpha^2 F_{13} + \alpha^2 F_{14} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

そして  $\alpha=2$  とえらべば、

$$\lambda = \frac{224}{288}, \mu = \frac{-64}{288}, \nu = \frac{26}{288}, \rho = \frac{17}{288}$$

となる。このようにして、式 (14) の 1 次係数  $\beta_i$  および 2 次係数  $\beta_{ij}$  を推定することができる。

以上によって係数  $\beta$  の推定値  $b$  が求まったわけであるが、このままでは、その 2 次式がどのような曲面をもつのかよくわからない。従ってこれを吟味する方法を述べる。

まず等高面の中心位置を求める。中心点を 0 とし、その座標を  $x_0, y_0, r_0$  とすれば、 $x_0, y_0, r_0$  は次の連立方程式をとくことによって求められる。

$$\left. \begin{aligned} 2b_{11}x_0 + b_{12}y_0 + b_{13}r_0 &= -b_1 \\ b_{12}x_0 + 2b_{22}y_0 + b_{23}r_0 &= -b_2 \\ b_{13}x_0 + b_{23}y_0 + 2b_{33}r_0 &= -b_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

次に 0 点における  $F$  の値  $F_0$  を計算する。

$$F_0 = b_0 + \frac{1}{2}b_1x_0 + \frac{1}{2}b_2y_0 + \frac{1}{2}b_3r_0 \dots\dots\dots (23)$$

次にもとの直交座標  $x, y, r$  の原点を、いま求めた 0 点まで平行に移動し、さらに 0 点のまわりに適当な回転をほどこして式 (14) を

$$F = F_0 + B_{11}'X^2 + B_{22}'Y^2 + B_{33}'R^2 \dots\dots\dots (24)$$

の形とする ( $X, Y, R$  は変換された座標)。

それには、まず  $B_{11}', B_{22}', B_{33}'$  の値を求めなければならない。これは次の 3 次方程式の 3 つの根として与えられる。

$$\left| \begin{array}{ccc} b_{11} - B' & \frac{1}{2}b_{12} & \frac{1}{2}b_{13} \\ \frac{1}{2}b_{12} & b_{22} - B' & \frac{1}{2}b_{23} \\ \frac{1}{2}b_{13} & \frac{1}{2}b_{23} & b_{33} - B' \end{array} \right| = 0 \dots\dots\dots (25)$$

次に新座標の旧座標に対する方向係数を  $m_{ij} (i=1, 2, 3, j=1, 2, 3)$  とおくと、 $m_{ij}$  は次式をとくことによって求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} (b_{11} - B_{ij}')m_{i1} + \frac{1}{2}b_{12}m_{i2} + \frac{1}{2}b_{13}m_{i3} &= 0 \\ \frac{1}{2}b_{12}m_{i1} + (b_{22} - B_{ii}')m_{i2} + \frac{1}{2}b_{23}m_{i3} &= 0 \\ \frac{1}{2}b_{13}m_{i1} + \frac{1}{2}b_{23}m_{i2} + (b_{33} - B_{ii}')m_{i3} &= 0 \\ m_{i1}^2 + m_{i2}^2 + m_{i3}^2 &= 1 \quad (i=1, 2, 3) \end{aligned} \right\} \dots\dots (26)$$

このようにして方向係数が決定されると、変換された座標  $X, Y, R$  は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} X &= m_{11}(x-x_0) + m_{12}(y-y_0) + m_{13}(r-r_0) \\ Y &= m_{21}(x-x_0) + m_{22}(y-y_0) + m_{23}(r-r_0) \\ R &= m_{31}(x-x_0) + m_{32}(y-y_0) + m_{33}(r-r_0) \end{aligned} \right\} \dots (27)$$

式 (27) の  $x, y, r$  を 0 とおくと

$$\left. \begin{aligned} X &= -m_{11}x_0 - m_{12}y_0 - m_{13}r_0 \\ Y &= -m_{21}x_0 - m_{22}y_0 - m_{23}r_0 \\ R &= -m_{31}x_0 - m_{32}y_0 - m_{33}r_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

となり、式 (28) によって  $X$  軸、 $Y$  軸、 $R$  軸のいずれかが 0 点の近くをとっているかを判定することができる。われわれは、一番 0 点の近くをとっている軸にそって進むこととし、このときの他の 2 軸の進む単位を求めなければならない。式 (28) において、もし  $X$  の値が一番 0 に近いとすれば、 $X$  軸に沿って進むことにする。この場合  $X$  軸上の点  $x, y, r$  の座標は、式 (27) の  $Y=0, R=0$  の解として求められる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} m_{21}(x-x_0) + m_{22}(y-y_0) + m_{23}(r-r_0) &= 0 \\ m_{31}(x-x_0) + m_{32}(y-y_0) + m_{33}(r-r_0) &= 0 \end{aligned} \right\}$$

をとくことにより、

$$y = f_2(x), \quad r = f_3(x) \dots\dots\dots (28)$$

を算出することができる。そして  $x$  を 1 単位変化させる場合、 $y$  は  $f_2(x)$  単位、 $r$  は  $f_3(x)$  単位ずつ変化させて行けば、 $\min F$  を与える  $S$  点 ( $x_S, y_S, r_S$ ) に到達できる。もし  $Y$  の値、あるいは  $R$  の値が一番 0 に近い場合も、上と全く同じ手順で  $\min F$  を与える  $S$  点 ( $x_S, y_S, r_S$ ) に到達することができる。

以上の計算手順をフローチャートに表わせれば、表-3 のようになる。

#### 4. 計算例

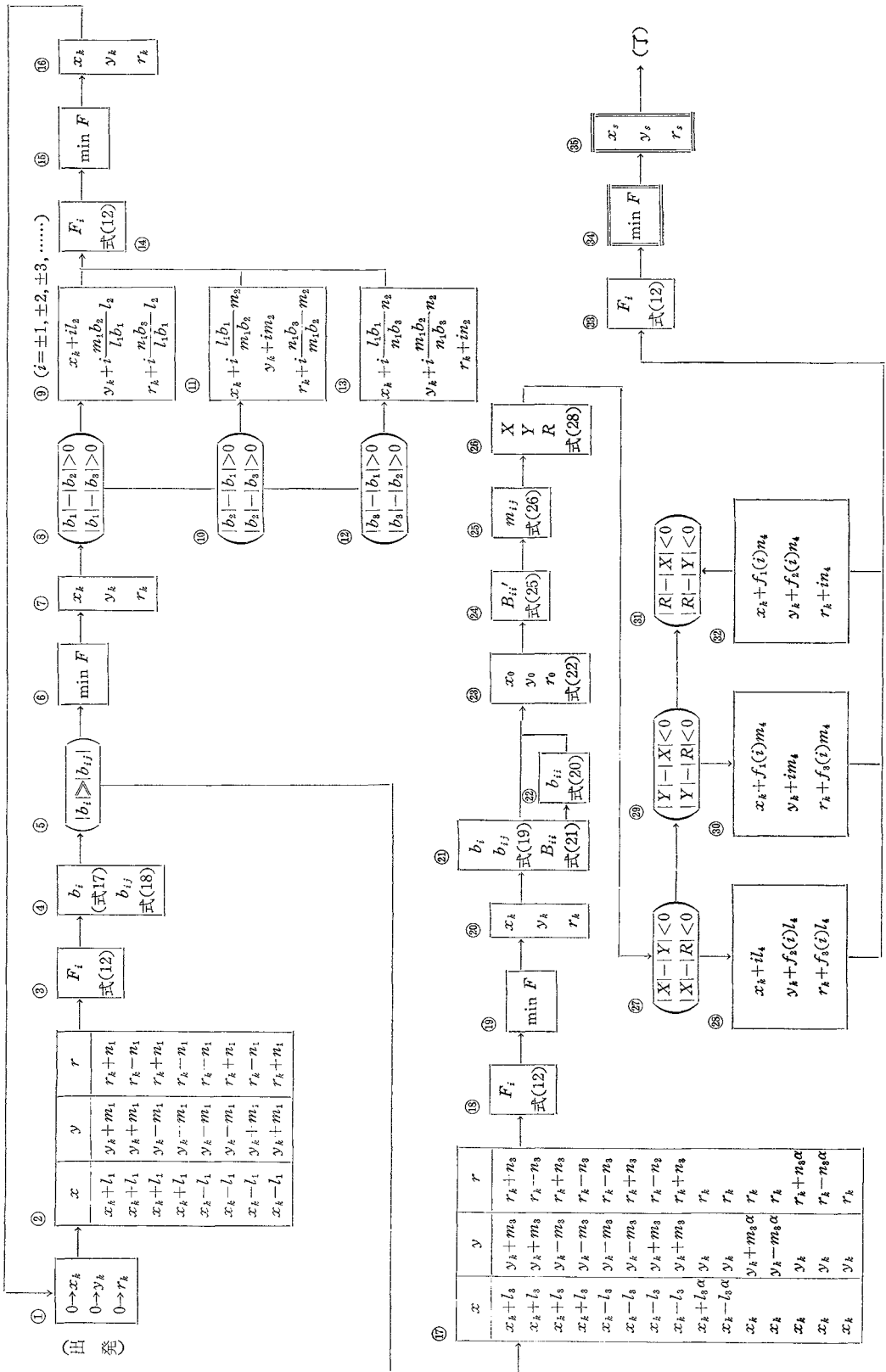
以上述べた計算方法に従って、尼崎港 1 万 t 岸壁の円弧すべりの計算を行なってみた。尼崎港 1 万 t 岸壁の断面図は、図-2 において、

$$\begin{aligned} n &= 2 \quad (2 \text{割勾配}) & H_0 &= 1 \text{ m} \\ H_1 &= 7.5 \text{ m} & r &= 1 \text{ t/m}^3 \\ H_2 &= 14.5 \text{ m} & C_0 &= 3.7 \text{ t/m}^2 \\ H_3 &= 21.3 \text{ m} & k &= 0.256 \\ H_4 &= 6 \text{ m} & \tan \phi &= 0.7 \\ H_5 &= 10.5 \text{ m} & & \end{aligned}$$

と与えられる。そしてこの場合  $X=10 \text{ m}$  に選んでおく。

われわれは、A 社のデジタル・コンピュータ FACOM 128 B によって以上の計算を行なうことにし、表-3 のフローチャートに従って、コーディングを行

表-3 フローチャート



なった。

まず出発点として  $x=13\text{ m}$ ,  $y=19\text{ m}$ ,  $r=30\text{ m}$  を与えて計算を行なった。そしてこの場合、わりつけの単位を次のように選んだ。

$$\begin{aligned} l_1 &= 1\text{ m} & l_2 &= 2\text{ m} & l_3 &= 1\text{ m} & l_4 &= 1\text{ m} \\ m_1 &= 1\text{ m} & m_2 &= 2\text{ m} & m_3 &= 1\text{ m} & m_4 &= 1\text{ m} \\ n_1 &= 1\text{ m} & n_2 &= 2\text{ m} & n_3 &= 1\text{ m} & n_4 &= 1\text{ m} \end{aligned}$$

計算結果は表-4 に示すとおりである。

表-4

$x$		$y$		$r$ (下段 $F$ )	
+1.400000	+01	+2.000000	+01	+3.100000	+01
				+1.1640012	+00
+1.400000	+01	+2.000000	+01	+2.900000	+01
				+1.2314354	+00
+1.400000	+01	+1.800000	+01	+3.100000	+01
				+1.1495809	+00
+1.400000	+01	+1.800000	+01	+2.9.00000	+01
				+1.1523227	+00
+1.200000	+01	+1.800000	+01	+2.900000	+01
				+1.2221613	+00
+1.200000	+01	+1.800000	+01	+3.100000	+01
				+1.2079198	+00
+1.200000	+01	+2.000000	+01	+2.900000	+01
				+1.3110285	+00
+1.200000	+01	+2.000000	+01	+3.100000	+01
				+1.2263237	+00
+1.600000	+01	+1.6513075	+01	+3.2252326	+01
				+1.1571431	+01
+1.800000	+01	+1.5026150	+01	+3.3504652	+01
				+1.2195570	+00
+1.600000	+01	+1.6513075	+01	+3.2252326	+01
				+1.1571431	+00
+1.400000	+01	+1.800000	+01	+3.100000	+01
				+1.1495809	+00
+1.200000	+01	+1.9486925	+01	+2.9747674	+01
				+1.2449242	+00
+1.500000	+01	+1.900000	+01	+3.200000	+01
				+1.1316994	+00
+1.500000	+01	+1.900000	+01	+3.000000	+00
				+1.1319899	+00
+1.500000	+01	+1.700000	+01	+3.200000	+01
				+1.1573027	+00
+1.500000	+01	+1.700000	+01	+3.000000	+01
				+1.1230019	+00
+1.300000	+01	+1.700000	+01	+3.000000	+01
				+1.1756909	+00
+1.300000	+01	+1.700000	+01	+3.200000	+01
				+1.2035536	+00
+1.300000	+01	+1.900000	+01	+3.000000	+01
				+1.1878018	+00
+1.300000	+01	+1.900000	+01	+3.200000	+01
				+1.1788718	+00
+1.700000	+01	+1.7289081	+01	+2.9475615	+01
				+1.0793824	+00
+1.900000	+01	+1.7578162	+01	+2.8951230	+01
				+1.0530731	+00
+2.100000	+01	+1.7867243	+01	+2.8426845	+01
				+1.0452380	+00
+2.300000	+01	+1.8156324	+01	+2.7902460	+01
				+1.0589019	+00
+2.200000	+01	+1.8867243	+01	+2.9426845	+01
				+1.0537735	+00

+2.200000	+01	+1.8867243	+01	+2.7426845	+01
				+1.1118301	+00
+2.200000	+01	+1.6867243	+01	+2.7426845	+01
				+1.0398769	+00
+2.200000	+01	+1.6867243	+01	+2.7426845	+01
				+1.0322560	+00
+2.000000	+01	+1.6867243	+01	+2.7426845	+01
				+1.0409041	+00
+2.000000	+01	+1.6867243	+01	+2.9426845	+01
				+1.0472899	+00
+2.000000	+01	+1.8867243	+01	+2.7426845	+01
				+1.1216592	+00
+2.000000	+01	+1.8867243	+01	+2.9426845	+01
				+1.0616357	+00
+2.300000	+01	+1.7867243	+01	+2.8426845	+01
				+1.0430742	+00
+1.900000	+01	+1.7867243	+01	+2.8426845	+01
				+1.0596777	+00
+2.100000	+01	+1.9867243	+01	+2.8426845	+01
				+1.1289347	+00
+2.100000	+01	+1.5867243	+01	+2.8426845	+01
				+1.0354115	+00
+2.100000	+01	+1.7867243	+01	+3.0426845	+01
				+1.0500136	+00
+2.100000	+01	+1.7867243	+01	+2.6426845	+01
				+1.1014751	+00
+2.100000	+01	+1.7867243	+01	+2.8426845	+01
				+1.0452380	+00
+2.2020562	+01	+1.5765321	+01	+2.8426845	+01
				+1.0337858	+00
+2.2041124	+01	+1.4663399	+01	+2.9426845	+01
				+1.0751518	+00
+2.2020562	+01	+1.5765321	+01	+2.8426845	+01
				+1.0337858	+00
+2.200000	+01	+1.6867243	+01	+2.7426845	+01
				+1.0322560	+00
+2.1979438	+01	+1.7969165	+01	+2.6426845	+01
				+1.1052896	+00

すなわちもっとも危険な円弧すべりは、

$$x=22\text{ m}, y=17\text{ m}, r=27\text{ m}$$

のところで起こり、このときの円弧すべりの安全率  $F$  は

$$F=1.032$$

となった。この場合のコンピューター タイムは 44 分であった。従って計算費は 6600 円 (1 分間 150 円) を要した。

なお、この円弧すべりの計算法と、従来の計算法を比較するため、従来の計算法で計算してみると 10 日間を要した。従って計算費を見積れば、約 10000 円となる。

さらに、この新しい計算法をデジタル・コンピューターを用いずに、人間の手でとけば、7 日かかった。従って計算費を見積れば、約 7000 円となる。

表-5

計 算 法	計 算 時 間	計 算 に 要 す る 費 用
従 来 の 計 算 法	10 日	約 10000 円
Box-Wilson 法 適 用	7 日	約 7000 円
Box-Wilson 法 適 用 デジタル・コンピューター使用	44 分	6600 円



## 5. 結 言

軟弱地盤を対象とする工事の設計では、円弧すべりに対する検討は、ほとんどすべての場合に必要である。従ってこの計算にわれわれ土木技術者は多大の労力と時間をさいてきたわけである。本研究は、円弧すべり計算の労力・時間・費用の節約をはかることを目的として行なったものであり、Box-Wilson 法を適用することによって、円弧すべりの計算法の新しい体系化をこころみためたのである。おわりにのぞみ、本研究に対し終始御援助賜

わった、有隣電機の松繩所長・堀井氏および、計算の労をわずらわした、運輸省神戸調査設計事務所の村井技官ならびに、運輸省神戸港工事事務所の三宅技官・吉川技官に対し、心から感謝の意を表する次第である。

### 参考文献その他

- 1) 島田正三：“最適条件を求める統計的方法”，品質管理，(1956) No. 4 pp. 219~226; No. 5 pp. 293~298  
森口繁一：“続山登りの話”，品質管理 7, No. 7 pp. 431~439
- 2) 石井靖丸：軟弱地盤工法，pp. 137~139 技報堂

## 豆 知 識

### コンクリート集水管

内 径 cm	管最小厚 mm	最 小 長 cm	孔 列	1列の孔数
10	19	75	4	9
15	19	75	4	9
20	22	75	4	9
25	25	90	6	10
30	35	90	6	10
38	41	90	6	10
46	51	90	8	10
53	64	90	8	10
61	76	90	8	10

以上は ASTM (米国材料試験協会) が暫定規格として提案した C444-59T 有孔コンクリート管から取ったものである(フイールとインチは概算でメートル制になおした)。

有孔コンクリート管は水を周囲から集めて排水するための集水管であるが、孔はなるべく小さいものを多数とすることが、管周囲のてん充材の施工を簡単ならしめること、管の強度を害することが小さいこと等の点で望ましいとされている。しかし

製作が面倒であったせいか、割が高価なものであったし、規格のようなものは見受けられなかった。上記の ASTM 暫定規格はこの点で注目し値するものといえる。

孔の径を 6.3 mm (1/4 in) としていることは従来のが国の常識からすると相当小さいようであり、この孔は円形できれいにあけるよう規定されている。孔の総数は表から算出できるが、孔と孔の中心間隔は約 76 mm としている。また孔列は円周上 160° 以上にわたらないように配列することが規定されているが、このことは孔列を円周×0.445 の範囲に極限することを意味している。

これは集水管の上半だけを有孔部として下半から逸水するのを防ぐ目的からきているか、なるべく孔の数を減らしてコストを下げる目的からきているかのいずれかであろう。

なお、上記の ASTM 暫定規格は無筋コンクリート管だけを対象としているが、このことは鉄筋コンクリート管に孔を設けるのが困難なことを示しているのかも知れない。管最小厚は鉄筋コンクリート管とするかさらに高強度のコンクリートを施工すればもっと小さくしてもよいと思われる。いずれにしろ、世界ではじめての集水管規格として興味を覚える方も多いと思ひ御紹介した次第である。(鉄道技研 樋口・記)

## 書 評

### プレストレスト コンクリート

(第1報・1959年版)

建設文化社刊

プレストレスト コンクリートの着想は今より 70 年。実用期に入って 20 有余年、わが国に導入されてから約 10 年になる。

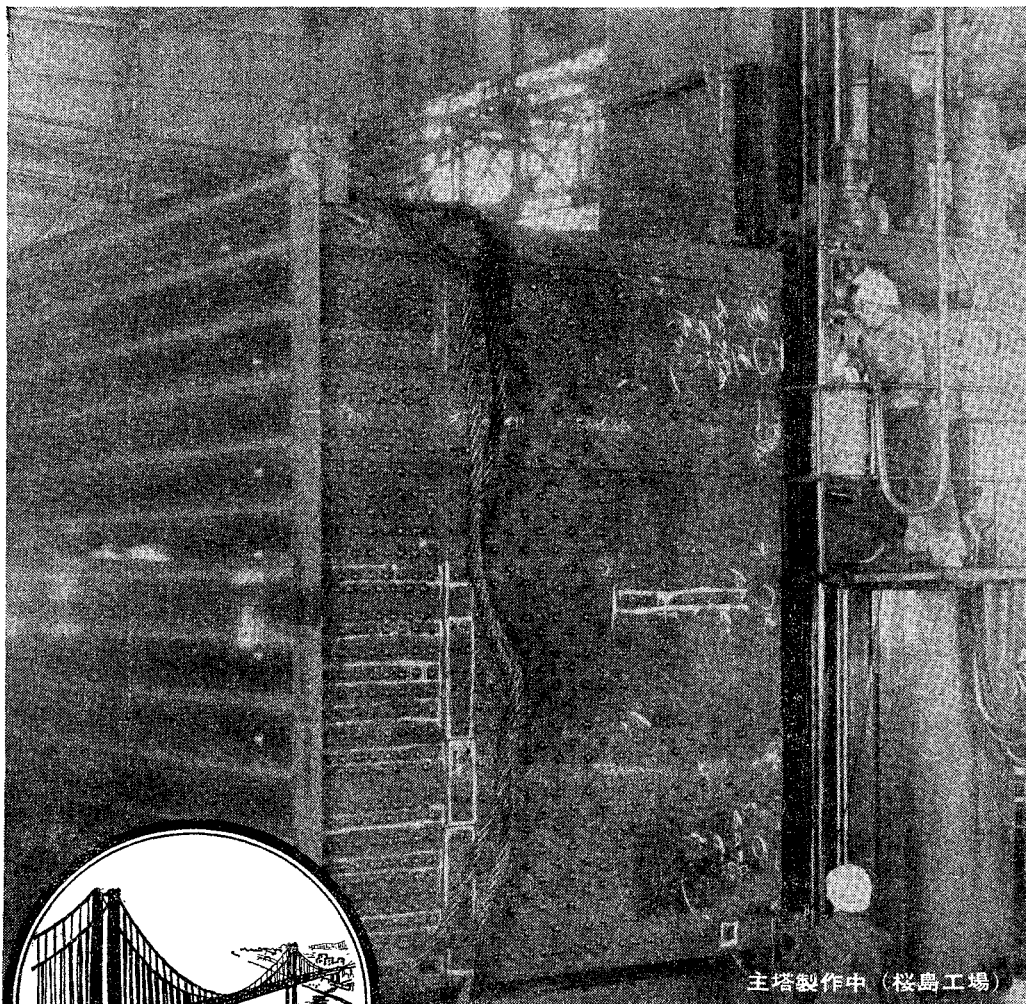
その内容を見るに、その間の調査記録を取りまとめあわせて現況紹介を目的としたものようである。大別してプレストレスト コンクリート、統計、資料の 3 部に分れていて、プレストレスト コンクリートでは第 1 章から第 6 章まであって、第 1 章では PC の原理、PC の構造物または構造物部材を製造する方法。第 2 章では海外 PC 工業の発達と現状、PC の利用状況、各国工法の特徴、各国 PC 工業の現状。

第 3 章ではわが国における発展経

過を述べてある。第 4 章では各種プレストレスト工法についてふれている。第 5 章はプレストレスト コンクリート橋の各種の構造型式による分類について説明している。第 6 章は、建築物への利用および内外における PC 建築物の実用例を紹介している。統計編においては、生産実績、受注実績等、主として営業上必要な多種類のデータについて記されている。資料編においては、一連の規約についてふれ、その中に JIS A 5313-1959 (スラブ用プレストレスト コンクリート、橋樑)、プレストレスト コンクリート設計施工方針、プレストレスト コンクリート工業協会規約、プレストレスト

コンクリート技術協会規約、PC 会社の紹介、年表、文献抄録等を記している。その他、代表的建造物の写真および図表を豊富に入れてある。以上を概観すると本書の特色は、ようやく揺籃期を脱した感のある PC 工業の広報に、内容の重点を置いたものようであるために、PC の解説書というべき性質のものであるが、この種刊行物のまだ少ない現状において、統計、資料等関係各位の苦心研究、努力に対しては敬意を表するとともに、今日続々と、PC 工業がわが国土木建築界に應用されている現状に照らして、斯界に寄与することをきわめて大なるものがあると考え。一読をおすすめる。A 4 判 181 ページ、上質箱入、定価 540 円、昭.34.12.15 発行。

# ●若戸橋の主塔・中間橋脚の製作進む！



主塔製作中 (桜島工場)



若松市と戸畑市を結ぶ洞海湾に、東洋一の規模といわれる、吊橋「若戸橋」の建設が日本道路公団によって進められています。日立造船は、この建設工事の中心となる主塔と中間橋脚の製作・架設を施工していますが、これらの製作にはとくに高度の技術と精度が要求されるため、ドイツ・シース製の超大型高性能の一九〇ミリ ボーリング盤を使用し、高精度を確保しております。

 橋梁は  
日立造船

●本社 大阪市北区中之島2丁目25 ●支社 東京都千代田区丸の内2丁目20