

連続合成桁橋の収縮とクリープについて

橋 善 雄\*

**要 旨** 連続合成桁橋は、合成桁橋のスパンを大ならしめるのに適当な橋梁の一形式である。しかしながら、コンクリートの収縮、プレストレスに対するクリープの影響が単桁より大であり、しかもこれらに対する計算法は一般にはなほ複雑である。それゆえ筆者はここに、連続合成桁橋における収縮およびクリープの性状を検討するとともに、比較的簡単で精度のよいと考えられる実用的な計算法を提案し、計算例とともに示した。

連続合成桁橋の支点上でひびわれを許しプレストレスを行わないという考え方もあるようであるが、そうすると連続桁としての断面二次モーメントのとり方したがって計算法があいまいになるおそれがあり、また連続合成桁橋のスパンをより大きくするためには、どうしてもプレストレス工法が必要になつてくると考えられる。

1. 死荷重応力のクリープ

まず、連続合成桁橋の収縮およびクリープの一般的性状に対し、Walter<sup>1)</sup>の式を用い若干の考察を加える。

等断面の死活荷重合成桁では、死荷重による連続桁のモーメント図に比例した応力図が得られる。図-1にお

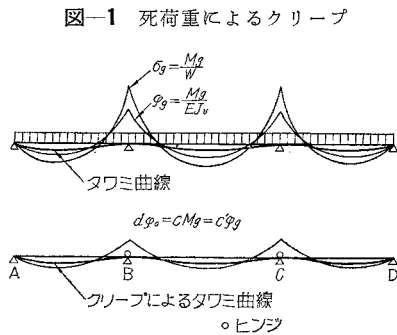


図-1 死荷重によるクリープ

いて、BおよびCにヒンジを設けると、単桁が得られ、コンクリートのクリープにより桁が曲がる。クリープによる曲率  $d\phi_s$  はクリープ応力したがって死荷重応力  $\sigma_g$  に比例する。単桁に連続桁のモーメント  $M_g$  が働くと考えると、 $d\phi_s$  は死荷重モーメント  $M_g$  に比例し、連続桁の曲率  $\phi_g = M_g/EJ_v$  に比例する。したがって、静定基本形のBおよびCでは、たわみ曲線は連続するから、BおよびCに不静定モーメントを働かす必要がないことになる。すなわち等断面の連続桁の死荷重に対するクリープは単桁と同様の計算でよく、変断面の場合も特に大

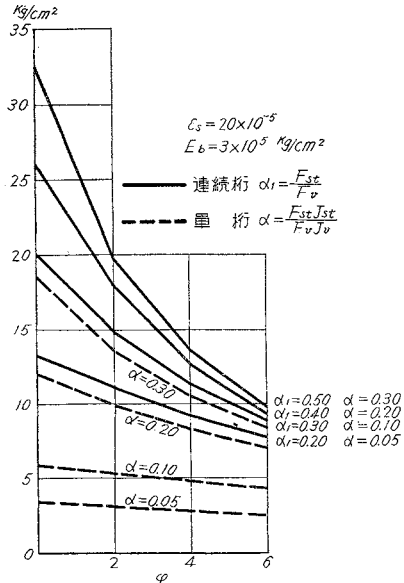
きくなることはないから、死活荷重合成としてもよいわけであるが、死活荷重合成とすると、negative momentが働く部分のコンクリート床板に必要なプレストレス量が大になること、および、支点沈下によるプレストレス工法を用いるときは、鋼桁をあらかじめもち上げるために、上フランジ断面に相当の大きさを必要とすることから、連続桁においては、特別の場合のほかは単に活荷重合成とするのが望ましいと考える。

2. 収縮応力

単桁にくらべて、連続桁の収縮応力度ははなほ大であり、鋼桁断面が大なるほど、また鋼桁の高が大なるほど大きい。

いまその傾向をみるために、連続桁の径間比  $l_1 : l_2$  :  $l_1 = 1 : 1.25 : 1$  とし、収縮度  $\epsilon_s = 20 \times 10^{-5}$ 、コンクリートのヤング係数  $E_b = 3 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$  とし、床板中央の収縮応力度の略算値を次式により、単桁と比較して計算したものを図-2に示した。

図-2 床板中央収縮応力度



$$\text{単 桁 } \sigma_b = -\frac{\epsilon_s E_b}{\phi} (1 - e^{-\alpha \phi}) \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{連続桁 } \sigma_b = -\frac{\epsilon_s E_b}{\phi} \left\{ (1 - e^{-\alpha_1 \phi}) + \frac{l_1}{2l_1 + 3l_2} (e^{-\alpha \phi} - e^{-\alpha_1 \phi}) \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\alpha = \frac{F_{st}}{F_v} \cdot \frac{J_{st}}{J_v}, \quad \alpha_1 = \frac{F_{st}}{F_v}$$

\* 正員 大阪市立大学教授，工学部土木工学教室

$F_{st}$  : 鋼桁断面積  $J_{st}$  : 鋼桁断面二次モーメント  
 $F_v$  : 合成桁断面積  $J_v$  : 合成桁断面二次モーメント  
 $\varphi$  : クリープ係数

単桁の場合は  $\alpha$  のみに関係し、連続桁の場合は  $\alpha_1$  と  $\alpha$  とに関係するが、 $\alpha_1$  にくらべて  $\alpha$  の影響は非常に小さく、図では  $\alpha_1$  に適当と思われる  $\alpha$  を組合わせたものを示したが、場合により(2)式の第2項は省略してもよい。

実例をあげると、大阪市友淵橋では、 $\alpha_1=0.33$ 、 $\alpha=0.13$ 、同太左衛門橋では  $\alpha_1=0.20$ 、 $\alpha=0.05$  である。 $\varphi=5$  とした場合、両橋の収縮応力度はそれぞれ、 $10.5 \text{ kg/cm}^2$  および  $8.4 \text{ kg/cm}^2$  であり、もし同断面で単桁と仮定すると、 $5.6 \text{ kg/cm}^2$  および  $2.6 \text{ kg/cm}^2$  となる。

図-2 をみると、連続合成桁では  $\varphi=5$  のとき、鋼桁の合成桁に対する断面比にかかわらず、床板中央の収縮応力度はほぼ  $10 \text{ kg/cm}^2$  前後となることがわかり、 $\varphi$  が小さいと、断面比に左右され、また単桁よりはなはだ大となる。

連続合成桁橋の収縮応力の計算法にはのちに述べるように種々あるが、各計算法によつて結果にあまり差はないので、どの計算法を用いてもよいのではないかと考える。すなわち、友淵橋について各種の計算法による収縮応力度を比較すると、表-1 のようである。

表-1 支点上収縮応力度 ( $\text{kg/cm}^2$ )

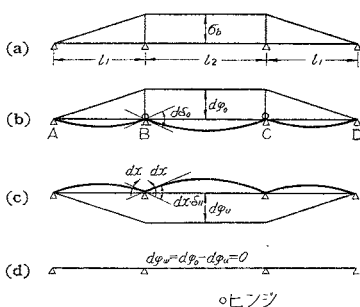
計算法	Sattler	Blażkowiak	Walter	$n \left(1 + \frac{\varphi}{2}\right)$
$\sigma_{b0}$	+ 12.3	+ 12.5	+ 10.5	+ 12.5
$\sigma_{bu}$	+ 10.9	+ 9.6	+ 10.5	+ 11.2
$\sigma_{st0}$	- 78	- 65	- 66	- 85
$\sigma_{stu}$	-249	-251	-203	-248

なお、一般に普通の連続桁橋が合成桁として設計されない場合においても、設計活荷重では合成作用が働いて、床板上縁に引張応力度を生じ、これが連続合成桁としての収縮による引張応力度と重なつて、ひびわれを生ずるおそれがあると考えられ注意を要する。

### 3. プレストレスのクリープ

図-3 において、中間支点沈下により(a)図のようにコンクリートに台形の応力を生ずる。BおよびCにヒンジを考えると、それぞれの単桁はコンクリートのクリー

図-3 支点沈下によるクリープ



プの作用で自由に曲がる。桁の曲率  $d\varphi_0$  とコンクリートの応力とが比例することから、静定基本形に生ずる曲率  $d\varphi_0$  は台形になり、中間支点におけるたわみ角は

$$d\delta_0 = d\varphi_0 \left( \frac{l_1}{3} + \frac{l_2}{2} \right) \dots\dots\dots (3)$$

中間支点における連続桁の連続性を再びうるには、支点到不静定モーメント  $dX$  を与えねばならない。支点における  $dX$  によるたわみ角は

$$dX \cdot \delta_{11} = \frac{dX}{EJ_v} \left( \frac{l_1}{3} + \frac{l_2}{2} \right) \dots\dots\dots (4)$$

連続条件から

$$d\delta_0 = dX \cdot \delta_{11}$$

であるから、(3)、(4)式の右辺を等しく置いて

$$dX = d\varphi_0 EJ_v$$

となり、中央スパンの  $dX$  による曲率は

$$d\varphi_u = \frac{dX}{EJ_v} = d\varphi_0$$

となるから、(b)図と(c)図を重ね合わせると(d)図において

$$d\varphi_u = d\varphi_0 - d\varphi_u = 0 \dots\dots\dots (5)$$

すなわち、台形に分布したコンクリート応力によるクリープによつて、連続桁の曲率は0であり、連続桁は曲がらずクリープを生ずる前の形のままである。クリープによつて桁がたわむことを拘束されているから、自由にたわみうる単桁の場合より、クリープによる応力減退が大であるわけである。

収縮の場合は図-3の(b)図が矩形になり、(5)式において  $d\varphi_u \neq 0$  となるため桁はわずかにたわみ、(2)式の第2項が加わる。

さて、クリープによるコンクリート床板軸力の変化を、Sontag<sup>2)</sup> の式で表わして比較してみると、

1) 単桁の場合  $N_{b,t} = N_{b,0}(1 - e^{-\alpha\varphi}) \dots\dots\dots (6)$

2) 支点沈下の場合  $N_{b,t} = N_{b,0}(1 - e^{-\alpha_1\varphi}) \dots\dots\dots (7)$

3) PC 鋼棒による場合  $N_{b,t} = N_{b,0}(1 - e^{-\tau\varphi}) \dots\dots\dots (8)$

$$\alpha = \frac{F_{st} J_{st}}{F_v J_v}, \quad \alpha_1 = \frac{F_{st}}{F_v}, \quad \tau = \frac{F_f J_f}{F_\omega J_\omega}$$

$$J_v = J_{st} + aS_v = J_{st} + \frac{a^2 F_{st}}{F_v} \frac{1}{n} F_b$$

$F_f$  : 鋼桁および鋼棒の面積

$J_f$  : 以上の断面二次モーメント

$F_\omega$  : 鋼棒をふくむ合成断面の面積

$J_\omega$  : 以上の断面二次モーメント

$S_v$  : 重心軸に対する床板の一次モーメント

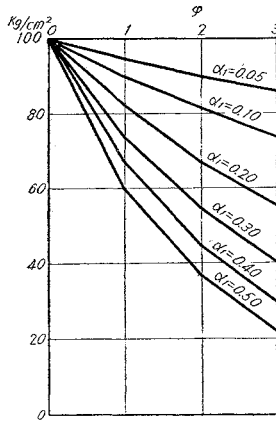
$a$  : 床板重心と鋼桁重心との距離

1) においては、 $F_{st}$  が大きいほど、また  $a$  が大なるほどクリープによる応力減退は大である。2) の場合、前

記のように桁はたわまないから、 $J = \infty$ と考えることができ、したがって $\alpha$ は $\alpha_1$ になる。3) の場合は、 $\alpha$ が $r$ になる。ただしこの場合、プレストレスにもなつて生ずる不静定モーメントの影響だけが加わるがその影響は小さい。

支点沈下によるプレストレスによつて、コンクリート床板中央に与えられた圧縮応力度  $100 \text{ kg/cm}^2$  が、クリープによつて減退するようすを、図-4に示した。単桁も連続桁も同じ断面比すなわち  $F_{st}/F_v$  が同一であれば、クリープの計算は、支点沈下による連続桁では $\alpha_1 = F_{st}/F_v$ によつて計算され、単桁ではこれに  $J_{st}/J_v$  を乗じた  $\alpha = F_{st}J_{st}/F_vJ_v$  によつて計算されるから、当然  $\alpha < \alpha_1$  となり、(6),(7) 式より、また 図-4 より、連続桁の方がクリープの影響が大となるのがわかる。

図-4 床板中央圧縮応力度  
( $100 \text{ kg/cm}^2$  のクリープによる減退)

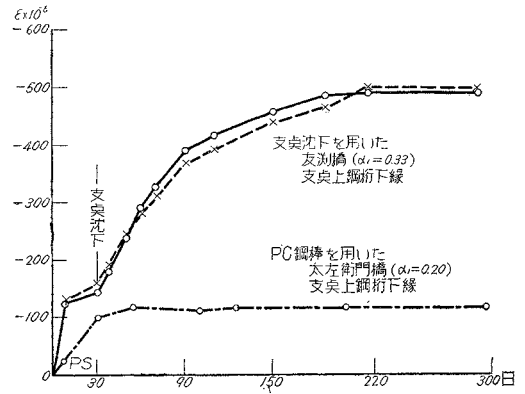


PC 鋼棒により中間支点付近のコンクリート床板に部分的にプレストレスする場合のクリープは、一般に  $\alpha < r < \alpha_1$  であるため、単桁の場合よりも大きいが支点沈下の場合よりも小さい。

2) および 3) のいずれの場合も、合成断面のうち  $F_{st}$  が大なるほどクリープによる応力減退が大になる。

一つの事例として、支点沈下のみを用いた友淵橋 ( $I = 2@20.80 \text{ m}$ ,  $\alpha_1 = 0.33$ ) と、PC 鋼棒のみを用いた太左衛門橋 ( $I = 12.85 + 15.00 + 12.85 \text{ m}$ ,  $\alpha_1 = 0.20$ ) とを比較すると、 $\alpha_1$  がやや小さいこともあるが、後者の方がクリープの影響が少ない。コンクリート床板上縁応力度についてみると、前者の  $83.6 \text{ kg/cm}^2$  が  $30.6 \text{ kg/cm}^2$  に変化するに反し、後者は  $29.5 \text{ kg/cm}^2$  が  $20.1 \text{ kg/cm}^2$  に変化するにすぎない。また、支点上鋼桁下縁の応力変化を振動線ひずみ計により実測した 図-5 をみると、収縮の影響をもふくめて、前者の  $1010 \text{ kg/cm}^2$  に対し、後者は  $250 \text{ kg/cm}^2$  である。この実測値は、ほぼ、 $\epsilon_s = 20 \times 10^{-5}$ ,  $\varphi = 2.5$  収縮ともなう  $\varphi = 5.0$  としたときの計算値に相当している。

図-5 収縮クリープ実測図 (振動線ひずみ計による)



架設後の応力変化がなるべく少ない方が望ましいわけであるから、この点からみると、支点沈下によるものよりも PC 鋼棒によるものの方がまさつていると考えられる。

#### 4. 連続合成桁橋のクリープおよび収縮の計算法

当初鉄筋コンクリートのクリープに対して展開した Dischinger<sup>3)</sup> の理論を、合成桁に発展せしめたのは Fröhlich<sup>4)</sup> であり、これを不静定構造に応用したのが Klöppel<sup>5)</sup> であつた。ところがこの解はいずれもはなはだ複雑であるので、Fröhlich の理論を簡単化した Sontag<sup>2)</sup> の理論が多く用いられ、この理論を不静定構造に応用したのが Sattler<sup>2)</sup> であつた。

Sattler の方法は精密解であるが計算はかなり複雑である。支点沈下、床板プレストレスなどによる時間  $t=0$  のときの不静定モーメント  $X$  を弾性方程式によつて計算し(収縮の場合は  $X=0$ )、まずその  $X$  が変化しないものとして、応力の時間的変化を考えた Sontag の方法により、クリープ(および収縮)の終了時について断面応力度を計算する。つぎに、時間とともに変化する不静定モーメント  $X_t$  を弾性方程式によつて求め、それによる断面応力度を計算して上記のものに加算するのであるが  $X_t$  を求める過程がはなはだ複雑であり、また断面応力度を求めるのに別の断面応力式を用いねばならない。 $X_t$  を求める方法を少し簡略化したものに Schröder<sup>6)</sup> の近似解がある。

Fritz<sup>7)</sup> の方法は、コンクリートのヤング係数を、クリープを考えたときは  $E_0/1+1.1\varphi$  とし、収縮を考えたときは  $E_0/1+0.52\varphi$  として計算するのであるが、応力の時間的変化を考えていないので、鋼桁についてははたまたま、コンクリート床板応力については誤差が大である。

応力の時間的変化を考え仮想ヤング係数を用いる方法に、Cichocki<sup>8)</sup> および岡田教授<sup>9)</sup> の逐次近似による  $n'$  の計算法がある。この二つの方法は出発点は別であるが、いずれも

$$n' = n \frac{\sigma_0 \varphi + (\varphi + 2)\sigma_1}{2\sigma_1}$$

$\sigma_0$ : 当初の応力,  $\sigma_1$ :  $n$  を一定としたときの値を用いて  $n_1'$  を計算し, つぎにこの  $n_1'$  を用いて  $\sigma_1'$  を計算し, それより適当な  $n_2'$  を計算するというように, 逐次近似法で適当な  $n'$  を求めようとする方法である。

Braszkowiak<sup>10)</sup>の方法は, 静定基本形において Sattler の解法に近い結果をうるような  $n$  を求め, ついでこれに連続桁としての条件を入れた  $n'$  を求め, この  $n'$  を用いた換算断面二次モーメント  $J_v$  を用いた弾性方程式により不静定モーメント  $X$  を算出し,  $X$  を求めたのち普通の方法で断面応力度を計算するものである。 $J_v$  を求めるまでは手数がかかるがその後は簡単であり, Sattler の計算法に十分近似した結果をうる事ができる。

Eszlinger<sup>11)</sup> および Wrycza<sup>12)</sup> は Fröhlich の方法を連続桁に用いるに当つて, 全体を単桁と考えて収縮, クリープによる鋼桁のたわみを考え, 実際はたわまないことから不静定反力を求めたが, Fröhlich の方法がやや使いにくい感がある。

Busemann<sup>13)</sup>の方法は, 合成桁が曲げをうけたとき相互に無関係な二つの fiber を考え, モーメントをこの点に働く軸力に分解してそれぞれの点の応力を求め, ついでその応力の収縮およびクリープ後の応力を求めて, 縁応力を比例の関係から求めるものである。

Walter の方法は, 本文の当初に述べたように, 連続桁の支点沈下の場合クリープによつて桁は曲がらない, また収縮においてもほとんど曲がらないことから, 単桁において得られた関係式において回転しないという条件を入れて, 収縮, クリープによるコンクリートの応力を簡単に求めうるものである。したがつて, この近似計算法は, コンクリート床板中央の応力度を近似的に求める場合に簡単で便利な方法であるが, コンクリート床板の応力分布を一樣と仮定しているため, 合成桁の桁高が低い場合は, コンクリート床板上縁応力度において相当の誤差を生じる。

以上述べたように, 種々の計算法が考えられているが, 支点沈下によりプレストレスを与えた友淵橋の計算例によると, 支点沈下によつて与えたプレストレスの応力変化は, 特にコンクリート床板上縁応力度において, 各計算法によつて表-2 のようにいちじるしい差が認められる。

表-2 支点沈下による応力度 (kg/cm<sup>2</sup>)

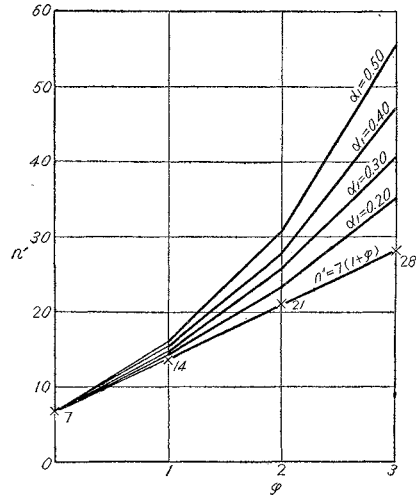
	$t=0$	$t=\infty$				
		Sattler	Blaszkowiak	Walter	Cichocki	$n(1+\varphi)$
床板上縁 $\sigma_b$	-83.6	-30.6	-35.3	-58.8	-38.6	-42.2
鋼桁下縁 $\sigma_{st}$	+1 859	+1 371	+1 392	+1 510	+1 433	+1 474

Walter の計算法で縁応力に差がでる理由については前に述べたとおりであるが, 単に  $n' = n(1+\varphi)$  を用いて計算したものは, クリープ応力が小さく計算されて危険側になる。この  $n'$  に対応して, Braszkowiak の計算法による適当な  $n'$  の値

$$n' = \frac{n}{e^{-\alpha_1 \varphi}} \pm \frac{F_b}{F_{st}} \cdot \frac{1 - e^{-\alpha_1 \varphi}}{e^{-\alpha_1 \varphi}}$$

を比較したのが図-6 である。これを見ると  $\alpha_1 = F_{st}/F_v$  が大になるほど, また  $\varphi$  が大になるほど,  $n' = 7(1+\varphi)$  の計算法による誤差が大になることがわかる。

図-6 支点沈下の  $n'$  の値



Sattler の方法は Sontag の方法を不静定構造に適用したもので, 精密解であるが, その計算法はかなり複雑で<sup>14)</sup>, 特にその不静定量の時間的変化についての計算法は実用的でないうらみがある。といつて, 略算法を用いると, 前述のようにその方法によつては, もつとも問題となる床板上縁応力度に誤差を生じて, ある場合には危険側の設計になる。それで筆者は, Sontag の方法を連続桁に適用するに当つて, 比較的簡単で精度もよいと思われる一つの解法を得たので, これを次に述べる。この方法は, 支点沈下の場合や PC 鋼棒によるクリープ, および収縮に対し, また変断面の場合にも利用できるものとする。

## 5. 略 算 法

### (1) 支点沈下によるプレストレス

二径間連続桁の場合, 静定基本形としては全長を単桁とし, 中央支点反力を不静定量とすると,

$$\text{支点反力 } R = \delta_{1\omega} / \delta_{11}$$

$$\text{不静定正モーメント } X = \frac{R}{2} l$$

$\delta_{1\omega}$ : 支点沈下量

$\delta_{11}$ :  $R=1$  による単桁のたわみ量

これより  $X$  が得られる。

つぎに全長を単桁と考え、この不静定モーメントのクリープによる鋼桁分担モーメントの変化量を求めると、

$$N_{b,0} = \frac{S_v}{J_v} X, \quad \alpha = \frac{F_{st} J_{st}}{F_v J_v}$$

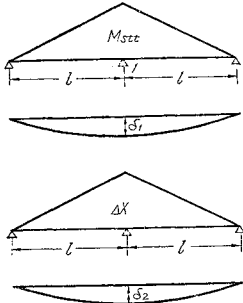
として

$$M_{st,t} = \alpha N_{b,0} (1 - e^{-\alpha \varphi})$$

をうる。上式は Sontag の式である。

つぎにこの  $M_{st,t}$  による中間支点位置のたわみを求めると (図-7)

図-7 支点沈下によるプレストレス



$$\delta_1 = \frac{M_{st,t} l^2}{3 E J_{st}}$$

である。実際はたわまないのだから、中間支点において反力は増し、従つて不静定負モーメントも増すわけである。この中間支点負モーメントの増加量  $\Delta X$  によるたわみは

$$\delta_2 = -\frac{\Delta X l^2}{3 E J_v'}$$

である。  $\delta_1 = \delta_2$  において

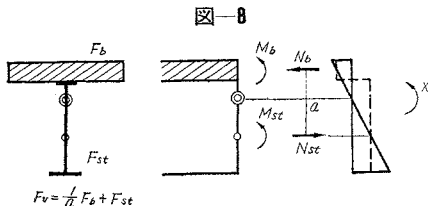
$$\Delta X = -M_{st,t} \frac{J_v'}{J_{st}}$$

をうる。  $\Delta X$  は 0 から  $\Delta X$  に直線的に変化するとすれば、合成桁の断面二次モーメント  $J_v'$  は  $n$  と  $n(1+\varphi)$  の平均として、  $n(1+\varphi/2)$  に対するものをとるべきである。

最終の不静定モーメントは

$$X' = X + \Delta X$$

として得られ、このモーメントに対し静定構造の式を用いて応力を計算することができる。すなわち 図-8 において



$$N_{b,0} = \frac{S_v}{J_v} X', \quad M_{b,0} = \frac{1}{n} \frac{J_b}{J_v} X'$$

$$M_{st,0} = \frac{J_{st}}{J_v} X', \quad N_{st,0} = N_{b,0}$$

クリープによる変化量は

$$N_{b,t} = N_{b,0} (1 - e^{-\alpha \varphi}), \quad N_{st,t} = N_{b,t},$$

$$M_{st,t} = \alpha N_{b,t}, \quad M_{b,t} = M_{b,0} (1 - e^{-\alpha \varphi})$$

$$- \frac{1}{n} \frac{J_b}{J_{st}} \rho (e^{-\alpha \varphi} - e^{-\varphi}) \quad \rho = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

であつて、これより  $\sigma$  を計算することができる。

3 スパンの場合も同様である。

## (2) PC 鋼棒によるプレストレス (第一解法)

PC 鋼棒の引張力を  $N$ 、プレストレスによる支点上断面の正モーメントから不静定の負モーメントを減じたものを  $M$  とすると、

$$N_{b,0} = \frac{1}{n} \frac{F_b}{F_v} N + \frac{S_v}{J_v} M, \quad N_{st,0} = \frac{F_{st}}{F_v} N - \frac{S_v}{J_v} M$$

$$M_{b,0} = \frac{1}{n} \frac{J_b}{J_v} M, \quad M_{st,0} = \frac{J_{st}}{J_v} M$$

クリープによる変化は

$$N_{b,t} = N_{b,0} (1 - e^{-\tau \varphi}), \quad N_{st,t} = (1 - \beta) N_{b,t}$$

$$N_{st,t} = \beta N_{b,t}, \quad M_{st,t} = \alpha N_{st,t}$$

$$M_{b,t} = M_{b,0} (1 - e^{-\varphi}) - \alpha N_{b,0} \frac{1}{n} \frac{J_b}{J_{st}} \beta \rho'$$

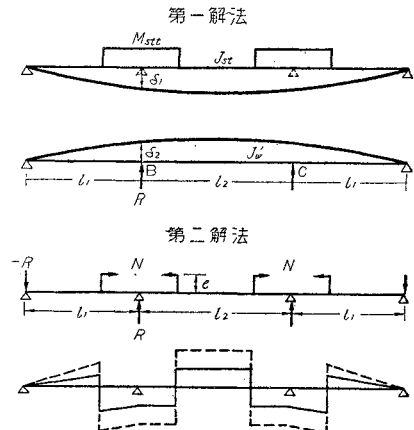
$$(e^{-\tau \varphi} - e^{-\varphi})$$

$$\tau = \frac{F_f J_f}{F_v J_v}, \quad \beta = \frac{F_{st} J_{st}}{F_f J_f}, \quad \rho' = \frac{\tau}{1 - \tau}$$

$N_s$  は PC 鋼棒の引張力、他の符号は 3. に示したのと同様である。これは静定構造の Sontag の式であり、これより応力  $\sigma$  を計算することができる。

つぎに不静定モーメントの変化を簡単に計算するために、全長を単桁と考え、プレストレス区間の鋼桁分担モーメントの変化量  $M_{st,t}$  による B, C 点のたわみ  $\delta_1$  を求める (図-9)。ついで B, C 点に反力  $R$  を働かし

図-9 PC 鋼棒によるプレストレス



たときの同点のたわみ  $\delta_2$  を求める。ただし  $\delta_2$  を求めるときは合成断面の  $J_v'$  または  $J_{\omega}'$  は、前と同様に  $n(1+\varphi/2)$  に対するものとする。 $\delta_1=\delta_2$  において  $R$  を求め得たならば、変化した不静定モーメントは  $\Delta X=-RI_1$  として得られる。このモーメントに対し静定構造の式を用いて応力を計算することができる。前記のプレストレス区間以外に生ずる  $-M_{st,t}$  は非常に小さいので  $\delta_1$  の計算には無視した。

### (3) PC 鋼棒によるプレストレス (第二解法)

図-9 において、 $n=7$  のときの  $Ne$  ( $e$  は床板重心と合成桁重心との距離) による支点の不静定モーメント  $M$  を求め、 $N$  と  $M$  を用いてクリープ終了後の応力を算出する。ついで  $n'=7(1+\varphi)$  のときの  $Ne'$  ( $e'$  は  $n'$  を用いて  $J'$  を計算したときの床板重心と合成桁重心との距離) による変化後の不静定モーメントを求める。前後の差が不静定モーメントの変化量である。

第二解法は、通常の仮想ヤング係数を用いた簡単な解法であるが、この場合は支点沈下するときのように大きな誤差は生じない。なおこの方法は、 $N$  を一定とする仮定があるが、減退量は通常数%にすぎないので、実用計算法としては  $N$  を一定としてさしつかえないと考える。

### (4) 収縮

クリープと同様に計算し、 $N_{b,0}$  の代りに  $\varepsilon_s E_b F_b/\varphi$  を用いればよい。

すなわち全長単桁としたときの収縮によつて生ずる  $M_{st,t}$  による中間支点のたわみを求め、実際には支持されているために支点反力が生ずるから、これによるモーメントを求めて収縮応力度を計算し、単桁のそれに加えればよい。

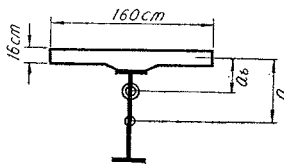
## 6. 数値計算例

### (1) 友淵橋<sup>14)</sup> (支点沈下によるプレストレス) (図-10)

平均断面をとり  $n=7$  とする。

沈下量  $C=0.13$  m。

図-10 友淵橋断面値



( $n=7$ )	$F_{st}(\text{cm}^2)$	$J_{st}(\text{cm}^4)$	$F_b(\text{cm}^2)$
橋脚上断面	181.8	291 000	$2 560 \times \frac{1}{7}$
平均断面	172.6	252 000	$2 560 \times \frac{1}{7}$
	$a_b(\text{cm})$	$a(\text{cm})$	$J_b(\text{cm}^4)$
橋脚上断面	19.7	59.4	726 700
平均断面	22.6	70.5	843 000

$$\delta_{11} = \frac{(2l)^3}{48EI} = \frac{l^3}{6EI}$$

$$R = \frac{6EIC}{l^3}$$

$$X = \frac{R}{2}l = \frac{l}{2} \cdot \frac{6EIC}{l^3} = \frac{3EIC}{l^2}$$

$$= \frac{3 \times 21 \times 10^6 \times 0.00843 \times 0.130}{20.80 \times 20.80} = +159.60 \text{ tm}$$

このモーメントに対し、 $2l=2 \times 20.80$  m をスパンとする単桁としてのクリープによる鋼桁分担モーメント増加量を計算する。

$$N_{b,0} = 159.60 \times \frac{0.01726 \times 0.479}{0.00843} = 156.52 \text{ t}$$

$$M_{st,t} = 0.705 \times 156.52 \times (1 - e^{-0.096 \times 2}) = 19.31 \text{ t}$$

ついで  $n(1+\varphi/2)=7(1+1)=14$  に対し

$$J_v' = J_{st} + aS_v = 0.002520 + 0.705 \times 0.006250 = 0.006930 \text{ m}^4$$

$$\Delta X = 19.31 \times \frac{0.006930}{0.002520} = -53.10 \text{ tm}$$

Sattler の解法によれば  $\Delta X = -52.90$  tm であり、上記の方法は略算法としては十分であると考えられる。

ついで最後の不静定モーメントは

$$X' = 159.60 - 53.10 = +106.50 \text{ tm}$$

これより

$$N_{b,0} = \frac{0.007217}{0.007267} \times 106.50 = 105.76 \text{ t} \quad \leftarrow$$

$$M_{b,0} = \frac{0.000078}{0.007267} \times 106.50 = 1.142 \text{ tm} \quad \text{)}]$$

$$M_{st,0} = \frac{0.002910}{0.007267} \times 106.50 = 42.64 \text{ tm} \quad \text{)}]$$

$$N_{st,0} = 105.76 \text{ t} \quad \rightarrow$$

橋脚上において、クリープにより

$$N_{b,t} = 105.76 \times (1 - e^{-0.1330 \times 2}) = 24.70 \text{ t} \quad \rightarrow$$

$$N_{st,t} = 24.70 \text{ t} \quad \leftarrow$$

$$M_{st,t} = 0.594 \times 24.70 = 14.67 \text{ tm} \quad \text{)}]$$

$$M_{b,t} = 1.142 \times (1 - e^{-2}) - 0.594 \times 105.76$$

$$\times \frac{0.000078}{0.002910} \times 0.1534 \times (e^{-0.1330 \times 2} - e^{-2})$$

$$= 0.824 \text{ tm} \quad \text{)}]$$

よつて  $N_b = N_{b,0} - N_{b,t} = 105.76 - 24.70 = 81.06 \text{ t} \quad \leftarrow$

$$M_b = M_{b,0} - M_{b,t} = 1.142 - 0.824 = 0.318 \text{ tm} \quad \text{)}]$$

$$N_{st} = N_{st,0} - N_{st,t} = 105.76 - 24.70 = 81.06 \text{ t} \quad \rightarrow$$

$$M_{st} = M_{st,0} + M_{st,t} = 42.64 + 14.67 = 57.31 \text{ tm} \quad \text{)}]$$

$$\sigma_1 = -\frac{81060}{2560} \mp \frac{31800}{54613} \times 8 = -36.3 \text{ kg/cm}^2 \text{ or } -27.1 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_3 = \frac{81060}{181.8} \mp \frac{5731000}{291000} \times 47.7/48.4$$

$$= -494 \text{ kg/cm}^2 \text{ or } +1398 \text{ kg/cm}^2$$

以上は、プレストレスの最終値であり、Sattler の解法によれば

$$\sigma_1 = -32.0 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma_2 = -26.8 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_3 = -584 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma_4 = +1429 \text{ kg/cm}^2$$

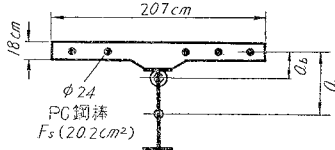
となりやや差を生ずるが、この程度であれば満足しうる略算法であろうと考える。表-2 の値と多少異なるのは、表-2 では変断面、この計算例では等断面とした

(2) 太左衛門橋<sup>15)</sup> (PC 鋼棒によるプレストレス)

(第一解法)

平均断面をとり、プレストレス力は 22t×5=110 t とし、プレストレスによる当初のモーメントを +10.57 tm と計算されたとすると (図-11)

図-11 太左衛門橋断面値



橋脚上断面 (n=7)

$F_{st}(\text{cm}^2)$	$J_{st}(\text{cm}^4)$	$F_b(\text{cm}^2)$
140.4	141 400	$3 730 \times \frac{1}{7}$
$a(\text{cm})$	$J_b(\text{cm}^2)$	$F_v(\text{cm}^2)$
55.4	497 500	673
$a_b'(\text{cm})$	$J_w(\text{cm}^2)$	$F_w(\text{cm}^2)$
11.2	499 400	693.3

$$N_{b,0} = \frac{0.053 29}{0.067 30} \times 110 + \frac{0.006 149}{0.004 975} \times 10.57$$

$$= 87.06 + 13.07 = 100.13 \text{ t} \quad \leftarrow$$

$$N_{st,0} = 110 - 87.06 - 13.07 = 9.87 \text{ t} \quad \leftarrow$$

$$M_{b,0} = \frac{0.000 143}{0.004 975} \times 10.57 = 0.303 \text{ tm} \quad \text{)}]$$

$$M_{st,0} = \frac{0.001 414}{0.004 975} \times 10.57 = 3.006 \text{ tm} \quad \text{)}]$$

$$\sigma_1) = -\frac{100 130}{3 730} \mp \frac{30 300}{100 000} \times 9/11$$

$$= -29.5 \text{ kg/cm}^2 \text{ or } -23.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_3) = -\frac{9 870}{140.4} \mp \frac{300 600}{141 400} \times 44.4/33.6$$

$$= -165 \text{ kg/cm}^2 \text{ or } +2 \text{ kg/cm}^2$$

ついで、プレストレス応力の時間による変化を計算する。φ=2.5 として

$$r = 0.090 \quad \beta = 0.6309 \quad \rho' = 0.0998$$

とすると

$$N_{b,t} = 100.13 \times (1 - e^{-0.0908 \times 2.5}) = 20.33 \text{ t} \quad \rightarrow$$

$$N_{s,t} = (1 - 0.6309) \times 20.33 = 7.50 \text{ t} \quad \leftarrow$$

$$N_{st,t} = 0.6309 \times 20.33 = 12.83 \text{ t} \quad \leftarrow$$

$$M_{st,t} = 0.554 \times 12.83 = 7.10 \text{ tm} \quad \text{)}]$$

$$M_{b,t} = 0.303 \times (1 - e^{-2.5}) - 0.554 \times 100.13$$

$$\times \frac{0.000 143}{0.001 414} \times 0.6309$$

$$\times 0.0998 \times (e^{-0.0908 \times 2.5} - e^{-2.5})$$

$$= -0.025 \text{ tm} \quad \text{)}]$$

$$\sigma_1) = \frac{20 330}{3 730} \mp \frac{2 500}{100 000} \times 9/11 = +5.6 \text{ kg/cm}^2 \text{ or}$$

$$+5.1 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_3) = -\frac{12 830}{140.4} \mp \frac{710 000}{141 400} \times 44.4/33.6$$

$$= -314 \text{ kg/cm}^2 \text{ or } +78 \text{ kg/cm}^2$$

よつて

$$\sigma_1 = -29.5 + 5.6 = -23.9 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = -23.5 + 5.1 = -18.4 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_3 = -165 - 314 = -479 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_4 = +2 + 78 = +80 \text{ kg/cm}^2$$

ついで、不静定モーメントの影響を計算する。 $l_1 + l_2 + l_3 = 12.85 + 15.00 + 12.85 \text{ m}$  であり、 $M_{st,t}$  によるB点のたわみは、プレストレス区間を 5.57 m として、

$$\delta_1 = \frac{7.10}{EJ_{st}} \left( 5.57 \times 12.85 - 2.57 \times \frac{2.57}{2} \right) = \frac{484.71}{EJ_{st}}$$

$R=1$  によるモーメント図の反力は

$$\frac{12.85 \times (12.85 + 15.00)}{2EJ_{\omega'}} = \frac{178.93}{EJ_{\omega'}}$$

B点のたわみは

$$\delta_2 = \left( 178.93 \times 12.85 - \frac{12.85^2}{2 \times 3} \right) \times \frac{R}{EJ_{\omega'}} = \frac{1945.6}{EJ_{\omega'}} R$$

$\delta_1 = \delta_2$  とおくと

$$R = \frac{484.71}{1945.6} \times \frac{J_{\omega'}}{J_{st}}$$

つぎに、 $n = 7(1 + \phi_1/2) = 7(1 + 2.5/2) = 15.75$  を用いて  $J_{\omega}'$  を求める。

$$J_{\omega}' = \frac{1}{n} J_b + J_{st} + a S_{\omega}$$

$$= \frac{1}{15.75} \times 0.001 006 + 0.001 414 + 0.554$$

$$\times 0.005 037 = 0.004 263 \text{ m}^4$$

$$\therefore R = \frac{484.71}{1945.6} \times \frac{0.004 263}{0.001 414} = 0.750 \text{ t}$$

変化した不静定モーメントは

$$\Delta X = -0.75 \times 12.85 = -9.65 \text{ tm}$$

Sattler の解法によれば  $\Delta X = -10.05 \text{ tm}$  であるから、まず満足しうる値である。 $\Delta X = -9.65 \text{ tm}$  として、

$$N_{b,0} = \frac{a_b' \frac{1}{n} F_b}{J_{\omega}} \Delta X = \frac{0.112 \times 0.053 28}{0.004 994} \times 9.65$$

$$= 11.530 \text{ t} \quad \rightarrow$$

$$M_{b,0} = \frac{1}{n} \frac{J_b}{J_{\omega}} \Delta X = \frac{0.000 143}{0.004 994} \times 9.65 = -0.276 \text{ tm} \quad \text{)}]$$

$$M_{st,0} = \frac{J_{st}}{J_{\omega}} \Delta X = \frac{0.001 414}{0.004 994} \times 9.65 = -2.730 \text{ tm} \quad \text{)}]$$

$$N_{st,0} = \frac{S_{\omega}}{J_{\omega}} \Delta X = \frac{0.006 194}{0.004 994} \times 9.65 = -11.969 \text{ t} \quad \leftarrow$$

$$N_{s,0} = \frac{a_b' F_s}{J_{\omega}} \Delta X = \frac{0.112 \times 0.00 203}{0.004 994} \times 9.65$$

$$= 0.439 \text{ t} \quad \rightarrow$$

静定構造の場合の式により

$$N_{b,t} = 11.530 \times (1 - e^{-0.0908 \times 2.5}) = 2.341 \text{ t} \quad \leftarrow$$

$$N_{s,t} = (-0.6309) \times 2.341 = 0.864 \text{ t} \quad \rightarrow$$

$$\begin{aligned}
N_{st,t} &= 0.6309 \times 2.341 = 1.477 \text{ t} \quad \rightarrow \\
M_{st,t} &= 0.554 \times 1.477 = -0.818 \text{ tm} \quad \curvearrowright \\
M_{b,t} &= 0.276 \times (1 - e^{-2.5}) - 0.554 \times 11.530 \\
&\quad \times \frac{0.000143}{0.001414} \times 0.6309 \times 0.0998 \\
&\quad \times (e^{-0.908 \times 2.5} - e^{-2.5}) = 0.213 \text{ tm} \quad \curvearrowright
\end{aligned}$$

定常終局状態において

$$\begin{aligned}
N_b &= N_{b,0} - N_{b,t} = 11.530 - 2.341 = +9.189 \text{ t} \quad \rightarrow \\
M_b &= M_{b,0} - M_{b,t} = -0.276 + 0.213 = -0.063 \text{ tm} \quad \curvearrowright \\
N_{st} &= N_{st,0} - N_{st,t} = -11.969 + 1.477 = -10.492 \text{ t} \quad \leftarrow \\
M_{st} &= M_{st,0} + M_{st,t} = -2.730 - 0.818 = -3.548 \text{ tm} \quad \curvearrowright \\
N_s &= N_{s,0} + N_{s,t} = +0.439 + 0.864 = +1.303 \text{ t} \quad \rightarrow
\end{aligned}$$

$N_s$  は PC 鋼棒の引張力であり、当初 110 t のものが  $110 - 7.50 + 1.30 = 103.80 \text{ t}$  となり、約 6% 減少する。

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= \frac{9.189}{3.730} \pm \frac{6.300}{100.000} \times 9/11 = +3.0 \text{ kg/cm}^2 \text{ or} \\
&\quad +1.9 \text{ kg/cm}^2 \\
\sigma_2 &= \frac{-10.492}{140.4} \pm \frac{354.800}{141.400} \times 44.4/33.6 \\
&= +36 \text{ kg/cm}^2 \text{ or } -159 \text{ kg/cm}^2
\end{aligned}$$

以上を単桁のそれに加えると

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= -23.9 + 3.0 = -20.9 \text{ kg/cm}^2 \\
\sigma_2 &= -18.4 + 1.9 = -16.5 \text{ kg/cm}^2 \\
\sigma_3 &= -479 + 36 = -443 \text{ kg/cm}^2 \\
\sigma_4 &= +80 - 159 = -79 \text{ kg/cm}^2
\end{aligned}$$

Sattler の解法によれば

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= -19.8 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma_2 = -16.9 \text{ kg/cm}^2 \\
\sigma_3 &= -459 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma_4 = -81 \text{ kg/cm}^2
\end{aligned}$$

となるから、ほぼ満足できるものと考ええる。

### (3) 太左衛門橋 (第二解法)

$$n' = 7(1 + \varphi) = 7(1 + 2.5) = 24.5$$

$$\begin{aligned}
F_\omega &= \frac{1}{24.5} \times 0.3730 + 0.01404 + 0.00202 \\
&= 0.03126 \text{ m}^2
\end{aligned}$$

$$a_b' = e' = \frac{0.554 \times 0.01404}{0.03126} = 0.248 \text{ m}$$

$$Ne' = 110 \times 0.248 = 27.28 \text{ tm}$$

$Ne'$  による B 点のたわみ、反力  $R$  によるたわみは、

$$\delta_1 = \frac{1.862.40}{EJ}$$

$$\delta_2 = R \frac{1.945.60}{EJ}$$

$\delta_1 = \delta_2$  とおき、

$$R = \frac{1.862.4}{1.945.6} = 0.957 \text{ t}$$

この反力による B 点の変化後の不静定モーメントは

$$X' = -0.957 \times 12.85 = -12.29 \text{ tm}$$

当初  $Ne$  による不静定モーメントは  $-2.19 \text{ tm}$  と計算されるから、不静定モーメントの変化量は

$$4X = -12.29 - (-2.19) = -10.10 \text{ tm}$$

となり第一解法の  $-9.65 \text{ tm}$  とほぼ同様な結果をうる。

## 7. 結 語

(1) 連続合成桁橋の死荷重に対するクリープは特に大きくなることはないが、通常の場合、連続合成桁橋は活荷重合成桁とするのが適当であると考ええる。

(2) 連続合成桁橋のコンクリートの収縮応力度は単桁より大であるが、鋼桁と合成桁の断面比にあまり関係せず、床板中央では通常  $10 \text{ kg/cm}^2$  前後の引張応力度である。また、種々の計算法によつて得られる結果にはあまり差はない。

(3) 支点沈下のプレストレスに対するクリープは、PC 鋼棒による床板プレストレスの場合よりはるかに大であり、鋼桁と合成桁の断面比が大になるほど大になる。

(4) 支点沈下のプレストレスに対するクリープは、種々の計算法によつて得られる結果に差があり、単に  $n' = n(1 + \varphi)$  を用いた計算法は好ましくない結果を与える。PC 鋼棒によるプレストレスの場合は、計算法による差はあまり認められない。

(5) 比較的簡単に精度もよいと思われる連続合成桁橋のクリープの略算法を提案し、計算例とともに示した。

## 参 考 文 献

- 1) Walter: Der Einfluss des Schwindens u. Kriechens bei Verbundträgern, Beton u. Stahlbetonbau, H.5, H.6, 1952.
- 2) Sattler: Theorie der Verbund-Konstruktionen.
- 3) Dischinger: Elastische u. plastische Verformung der Eisenbetontragwerke, Bauing, 1939.
- 4) Fröhlich: Einfluss des Kriechens auf Verbundträger. Bauing, H.10, 1949.
- 5) Klöppel: Die Theorie der Stahlverbundbauweise in statisch unbestimmten Systemen unter Berücksichtigung des Kriecheinfluss, Stahlbau, H.2, 1991.
- 6) Schröder: Vorberechnung der Verbund-träger.
- 7) Fritz: Vereinfachte Berechnungsverfahren für Stahlträger miteinander Betondruckplatte bei Berücksichtigung des Kriechens u. Schwindens, Die Bautech, H.2, 1950.
- 7) Fritz: Vorschläge für die Berechnung durchlaufender Träger in Verbund-Bauweise, Der Bauing, H.6, 1950.
- 7) Fritz: Verbundträger mit durch Spannstahl vorgespannter Betonplatte, Der Stahlbau, H.8, 1951.
- 8) Cichocki: Näherungsberechnung für den Kriecheinfluss bei Verbund-Körpern; Der Stahlbau, H.3, 1953.
- 9) 岡田 清: 鉄筋コンクリートのクリープの近似解法, セメント・コンクリート, 1953-9.
- 10) Blaszkowiak: Einfluss des Kriechens beim Stahlvollwand-Verbundträger. Die Bautech, H.3, 1953.
- 11) Eszlinger: Schwinden und Kriechen bei Verbundträgern, H.I, 1952.
- 12) Wrycza: Verbundbauweise mit u ohne Vorspannung unter Berücksichtigung des Schwind und Kriecheinflusses auf die statisch unbestimmten Systeme, Die Bautech, H.8,9, 1954.
- 13) Busemann: Berechnung von Verbundträgern nach dem Kriechfaserverfahren, Die Stahlbau, H.9, 1951.
- 13) Busemann: Kriechberechnung von Verbundträgern unter Benutzung von zwei Kriechfasern, Der Bauing, H.11, 1950.
- 14) 橋・近藤・田中: 連続合成桁架測橋, 土木技術. 昭33.12. 昭34.1.2 (Sattler, Blaszkowiak の解法を紹介した)
- 15) 橋・近藤・増山: 連続合成桁太左衛門橋, 土木技術, 昭 34.3.