

Jaeger 理論による取水トンネル—調圧水槽— —水圧鉄管系の水撃圧の検討

嶋 津 公 一*

は し が き

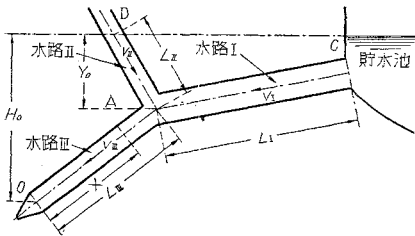
ここでは、従来わが国ではほとんど紹介されていない Charles Jaeger 博士による、標題三つを一つの系統として取扱つた水撃波の煩雑な理論を、実際面に立つて要約し、あわせて数値計算の便に供することとした。これにより、読者は次のことがらを了解されるであろう。

“発電用水路において生ずる水撃波は、調圧水槽において不完全反射をとめない、これを考慮に入れた、水撃圧に対する Jaeger の評価は、完全反射を前提とする Allievi のそれより常に大きい。”

発電用水路計画設計の key point は、水撃圧と調圧水槽の解明にあるといえよう。後者は近年ほとんど究明された観が深いが、前者には未解決の点も多く、今後とも Jaeger の考え方の展開が期待されるため、この一文を読者のご参考に供する次第である。

1. 圧力水路における Jaeger の一般水撃圧理論

図-1 発電用水路一般図



(1) 記号

H_0, h_i : それぞれ 0 点における、静止時の圧力および時間 i の圧力

Y_0, y_i : A 点 “ “ “

* $i=0$ のときの y_i の値を y_0 とすれば、摩擦を無視する場合には $y_0=Y_0$ である。

$\zeta_i^2 = \frac{y_i}{Y_0}$: A 点における相対圧力

S : 管の断面積 (S_I, S_{II}, S_{III} はそれぞれ第 I, II, III 管の値)

a : 圧力波の伝播速度 (a_I, a_{II}, a_{III})

μ : 振動周期 ($\mu_I = \frac{2L_I}{a_I}, \mu_{II} = \frac{2L_{II}}{a_{II}}, \mu_{III} = \frac{2L_{III}}{a_{III}}$)

$n_I = \frac{\mu_I}{\mu_{II}}, n_{II} = 1, n_{III} = \frac{\mu_{III}}{\mu_{II}}$: 振動周期の μ_{II} に対する比

τ : 閉塞時間

$\theta = \frac{\tau}{\mu}$; Dúrees Relatives ($\theta_I = \frac{\tau}{\mu_I}, \theta_{II} = \frac{\tau}{\mu_{II}},$

$\theta_{III} = \frac{\tau}{\mu_{III}}$)

Q_i : 流量 ($Q_{Ii}, Q_{IIi}, Q_{IIIi}$)

v_i : A 点における流速 ($v_{Ii}, v_{IIi}, v_{IIIi}$)

v_0 : A 点における $t=0$ に対する流速 ($v_{I0}, v_{II0}, v_{III0}$)

V_0 : 流量 Q_0 に対する流速 ($V_{I0} = \frac{Q_0}{S_I}, V_{II0} = \frac{Q_0}{S_{II}},$
 $V_{III0} = \frac{Q_0}{S_{III}}$)

c_i, c_0, C_0 : 0 点における如上流速

ρ : 管値 $\rho_I = \frac{a_I V_{I0}}{2gY_0}, \rho_{II} = \frac{a_{II} V_{II0}}{2gY_0}, \rho_{III} = \frac{a_{III} V_{III0}}{2gY_0}$

上の諸数値はいずれも、A 点における値を表わす。

i : 時間比值、管 II を 3 つの管の中で最短と仮定し、時間を II の振動周期の倍数として表わす。すなわち $i = \frac{t}{\mu_{II}}, t=0$ すなわち $i=0$ は最初の波が A 点に到達した時間に一致せしめる。そして、 $i=0, \frac{\mu_{II}}{1}, \frac{2\mu_{II}}{2}, \dots$ の各時間の諸量について考える。

$F(t)$: 入射波

$f(t)$: 反射波

註: Asterisque は弁 0 の前の値であることを示す。

例えば $\rho_{**} = \frac{a_{III} C_0}{2gH_0}$

Asterisque のない量は不連続点 A における値である。

(2) 概説

いま、図-1 のごとき 3 つの水路からなる簡単な基本型を選び、一般的水撃圧理論を導くことにする。水路系は点 A において 3 本の圧力管に切られる。管 I は C において無限の貯水池に連なっている。管 II は D で開いている。流量の遮断は管 III の下端 0 点において行なわれる。

(a) 主方程式 定直径、定厚の圧力水路における Allievi の理論から、水撃圧の微分方程式は、

$$\frac{\partial v}{\partial t} = g \frac{\partial h}{\partial x} \dots \dots \dots (1)$$

* 正員 日本工管KK技師、土木部設計課

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{g}{a^2} \frac{\partial h}{\partial t} \dots\dots\dots(1')$$

$$\therefore h = h_0 + F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t + \frac{x}{a}\right) \dots\dots\dots(2)$$

$$v = v_0 - \frac{g}{a} \left[F\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right) \right] \dots\dots\dots(2')$$

一方 Jaeger の展界では、 ϕ_* , ϕ および ϕ_* , ϕ を次の関係により定義する。

$$F_{i-\frac{n_{III}}{2}} = H_0 \phi_{*i} - \frac{n_{III}}{2} = Y_0 \phi_i \dots\dots\dots(3)$$

$$f_{i+\frac{n_{III}}{2}} = H_0 \phi_{*i} + \frac{n_{III}}{2} = Y_0 \phi_i \dots\dots\dots(4)$$

∴ 任意時間 i における A 点の圧力上昇は $Y_0(\phi_i + \phi_i)$ となる。A 点における反射の条件として、入射波 ϕ_i の α_i 割が符号を変えて反射するものとし、

$$\alpha_i = -\frac{\phi_i}{\phi_i} \dots\dots\dots(5)$$

と置き、 α_i を反射関数と名づける。これは水路 I と II に生ずる圧力振動に関係する未知関数であり、任意時間に対して計算でき、管の端部水圧—一般的には任意点の水圧—は、さらにこの α_i の関数として誘導される。

端 0 について記された (2), (2') および (5) より、水路 III に対して次の関係が成立する。

$$\alpha_k(\zeta_{*k}^2 - 1) + \zeta_{*k+1}^2 - 1 = 2\rho_* \left[\alpha_k \eta_k \zeta_{*k} - \eta_{k+1} \zeta_{*k+1} + \frac{c_0}{C_0} (1 - \alpha_k) \right] \dots\dots\dots(6)$$

1) η_i は弁の開度で $\eta_0 = 1$ を流量 Q_0 。すなわち全開のときに相当する開度とする。任意開度 η_k の場合は

$$\eta_k = \frac{c_k}{C_0} \sqrt{\frac{H_0}{h_k}} = \frac{c_k}{C_0} \frac{1}{\zeta_{*k}} \dots\dots\dots(7)$$

2) k は III 管のピッチで刻んだ時刻を示す。 $i=0$ の定義から弁 0 において時間 0 に対応する時間は $-\frac{n_{III}}{2}$ で表わされる。すなわち弁 0 における rythme interool は

$$-\frac{n_{III}}{2}, +\frac{n_{III}}{2}, +\frac{2}{3}n_{III}, \frac{5}{2}n_{III}, \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots \frac{k-1}{2}n_{III}, \frac{k+1}{2}n_{III}, \dots\dots\dots$$

$$k(0, 1, 2, 3, k, k+1, \dots\dots\dots)$$

i と k は原点のみが対応する。すなわち ($i=0$) \leftrightarrow ($k=0$)、さて (6) から ζ_{*k+1} を ζ_{*k} の関数として解くと、

$$\zeta_{*k+1} = -\rho_* \eta_{k+1} + \sqrt{\rho_*^2 \eta_{k+1}^2 + 1} + 2\rho_* \left[\alpha_k \eta_k \zeta_{*k} + \frac{c_0}{C_0} (1 - \alpha_k) \right] - \alpha_k (\zeta_{*k}^2 - 1) \dots\dots\dots(8)$$

(b) 反射関数 α_i の計算 まず任意時間 t に対し、A 点における連続方程式を示すと、

$$Q_{Ii} + Q_{IIi} = Q_{IIIi} \dots\dots\dots(9)$$

$$\frac{v_{Ii}}{V_{I0}} + \frac{v_{IIi}}{V_{II0}} = \frac{v_{IIIi}}{V_{III0}} \dots\dots\dots(9')$$

不連続点 A の形状が、どのようなであろうとも、どのような位相時間内であろうとも、もし同点を管 III に属するものとすれば (2), (3), (4), (5) から

$$\zeta_i^2 - 1 = \phi_i + \phi_i = \phi_i (1 - \alpha_i) \dots\dots\dots(10)$$

Allievi の運動方程式 (2), (2') は A の反射の条件のいかんにかかわらず、成立する関係であるから、これを管 III の A 点に適用し、Jaeger の比値記号で示すと、(2') 式は

$$v_{IIIi} = v_{III0} - \frac{g}{a} (Y_0 \phi_i - Y_0 \phi_i)$$

これに (5) を考慮して

$$\frac{v_{IIIi}}{V_{III0}} = \frac{v_{III0}}{V_{III0}} - \frac{1}{2\rho_{III}} \phi_i (1 + \alpha_i) \dots\dots\dots(11)$$

また Allievi の式 (2), (2') から、0 点に関しては、

$$\zeta_{*i-1}^2 + \zeta_{*i}^2 - 2 = 2\rho_* \left[\frac{c_{i-1}}{C_0} - \frac{c_i}{C_0} \right]$$

これは surcharge の符号を変えて、全反射する場合に有効な式である。3つの管内の圧力が A 点において等しいとすれば、管 II および I について、それぞれ

$$\zeta_i^2 + \zeta_{i+1}^2 - 2 = 2\rho_{II} \left(\frac{v_{IIi}}{V_{II0}} - \frac{v_{II,i+1}}{V_{II0}} \right) \dots\dots\dots(12)$$

$$\zeta_i^2 + \zeta_{i+nI}^2 - 2 = 2\rho_I \left(\frac{v_{Ii}}{V_{I0}} - \frac{v_{I,i+nI}}{V_{I0}} \right) \dots\dots\dots(12')$$

(5) および (9') ~ (12') までの式は、3つの管中の各任意の位相に対して有効である。

さて、われわれは、以上の一般式を駆使することにより、 ϕ_i を仮定して、 α_i の値を求めることにする。いまここに管の変形、分岐等の影響を考慮するため、それぞれの管に属する添字をつけて、次の比値を定義する。これは管の幾何量と弾性に関係する。

$$\left. \begin{aligned} s_I &= \frac{\frac{2}{\rho_I}}{\frac{1}{\rho_I} + \frac{1}{\rho_{II}} + \frac{1}{\rho_{III}}} & r_I &= \frac{\frac{1}{\rho_I} + \frac{1}{\rho_{III}} - \frac{1}{\rho_{II}}}{\frac{1}{\rho_I} + \frac{1}{\rho_{II}} + \frac{1}{\rho_{III}}} \\ s_{II} &= \frac{\frac{2}{\rho_{II}}}{\frac{1}{\rho_I} + \frac{1}{\rho_{II}} + \frac{1}{\rho_{III}}} & r_{II} &= \frac{\frac{\rho_I}{\rho_I} + \frac{\rho_{III}}{\rho_{II}} - \frac{\rho_{II}}{\rho_{III}}}{\frac{1}{\rho_I} + \frac{1}{\rho_{II}} + \frac{1}{\rho_{III}}} \\ s_{III} &= \frac{\frac{2}{\rho_{III}}}{\frac{1}{\rho_I} + \frac{1}{\rho_{II}} + \frac{1}{\rho_{III}}} & r_{III} &= \frac{\frac{\rho_I}{\rho_I} + \frac{\rho_{II}}{\rho_{III}} - \frac{\rho_{II}}{\rho_{III}}}{\frac{1}{\rho_I} + \frac{1}{\rho_{II}} + \frac{1}{\rho_{III}}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

$$\therefore s_I + r_I = 1 \quad s_{II} + r_{II} = 1 \quad s_{III} + r_{III} = 1$$

ここに r を反射係数、 s を通過係数と名づける。

(2), (2'), (9'), (10), (11) 式を取り扱うことにより、水路 II における振動の 1st Phase 間では $\alpha_i = r_{III}$ が成立する。

水路 II の任意 phase および無限に長い水路 I に対して厳密にいえば、管 I に対する 1st phase において次の関係が与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_i &= r_{III} + s_{III, i-1} s_{II} \frac{\phi_{i-1}}{\phi_i} \\ s_{III, i-1} &= s_{III} + s_{III, i-2} r_{II} \frac{\phi_{i-2}}{\phi_{i-1}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ただし、 $s_{III} = \frac{F_{II}}{Y_0 \phi_i} \dots\dots\dots (14')$

(14) の2式を結合することにより、 α_i を ϕ_i の関数として表現することができる ($n_{II}=1$)。

$$\alpha_i = r_{III} + s_{II} s_{III} \frac{\phi_{i-1}}{\phi_i} + s_{II} s_{III} r_{II} \frac{\phi_{i-2}}{\phi_i} + s_{II} s_{III} r_{II}^2 \frac{\phi_{i-3}}{\phi_i} + \dots\dots + s_{II} s_{III} r_{II}^{i-2} \frac{\phi_1}{\phi_i} \dots\dots\dots (15)$$

この級数から物理的意味の重大な2つの定理が導かれる。

a) 級数 $\alpha_i \phi_i$ は、あらゆる波の合成—これは時間 i において任意の多くの反射ののち、0 方向に点Aを通過して走る—を表わす。

b) (15) に関連した次の級数を定義する。

$$\bar{\alpha}_i = r_{III} + s_{II} s_{III} + s_{II} s_{III} r_{II} + s_{II} s_{III} r_{II}^2 + \dots\dots + s_{II} s_{III} r_{II}^{i-2} = r_{III} + s_{II} s_{III} \sum_{n=0}^{i-2} r_{II}^n \dots\dots\dots (16)$$

この級数は (15) の ϕ_i の値を除いて、その係数のみを、ふくむものである。

$$r_{II} \leq 1 \therefore \lim_{i \rightarrow \infty} \bar{\alpha}_i = r_{III} + \frac{s_{II} s_{III}}{1 - r_{II}} = r_{III} + s_{III} = 1$$

すなわち、あらゆる幾何学的係数の合計は1に等しい。なお (16) は管路の幾何学的形状のみに依存し、弁の運動にはなんら関係ない。

註： α_i の値は、ここでは管Iに対する最初の位相においてのみ取り扱った。それ以外の場合は計算が煩雑になり、実用からほど遠いので省略した。

(c) ϕ_i の計算および水撃圧一般基本式の設定 級数 (15) の計算に必要な ϕ_i の値を与えるには、(2) と反射関数を定義する (5) とを考慮することにより、

$$\phi_{*k} = \zeta_{*k}^2 - 1 + \alpha_{k-1} \phi_{*k-1} \dots\dots\dots (17)$$

以上により、任意の水撃圧の問題を解くことができる。すなわち、 $k+1=1, 2, 3, \dots\dots$ について、また $i=n_{III}, 2n_{III}, 3n_{III}, \dots\dots$ について連立に逐次に解けばよい。

(d) 水撃圧の計算に関する近似方法 関数 α_i の数値計算は、例えば負荷漸変等の場合には長い計算を必要とするが、ここでは比較的簡単に計算できる近似式を示す。(6) は負荷漸時遮断に関して十分な精度を認めうるものであるが、この式で $\alpha_i \approx \alpha_{i+1} = \alpha_{m-1}$ 、 $\zeta_i \approx \zeta_{i+1} = \zeta_m$ と置けば $-\theta$: linear, 調圧水槽内水面不動と仮定し—完全直線遮断に対して次式をうる。

$$\zeta_{*m} = \frac{\alpha_{m-1} \frac{\rho_*}{\theta_{II}} + \sqrt{\left(\frac{\rho_* \alpha_{m-1}}{\theta_{II}}\right)^2 + (\alpha_{m-1} + 1)}}{\alpha_{m-1} + 1} \dots\dots\dots (18)$$

ただし、 $\eta_m = 0 \quad \eta_{m-1} = \frac{-1}{\theta_{III}} = \frac{1}{m}$

最大圧力上昇は上述の負荷遮断終了時 ($\theta_{III}=m$) か、または最初の波が、C点に反射して帰ってきたとき ($i=n_{II}$) において生ずる。後者に対しては、 $\zeta_{*nI} = \zeta_{*i+1} \approx \zeta_{*i}$ を(6) に代入して、

$$\zeta_{*nI} = \frac{\rho_*(\eta_{nI-1} \alpha_{nI-1} - \eta_{nI}) + \sqrt{\rho_*^2 (\eta_{nI-1} \alpha_{nI-1} - \eta_{nI})^2}}{1 + \alpha_{nI-1}} + [\alpha_{nI-1} + 1 + 2 \rho_*(1 - \alpha_{nI-1})] \dots\dots\dots (19)$$

(18) と (19) により得られた値のうち、水路設計に対しては大きい方の値を、より危険なものとして、採用する。

α_m を計算するために、直線的漸次遮断に対し、関数 ϕ_i も十分な精度をもつて、直線的に変化するものと仮定する。しかるとき、管の不連続性に対する (15) は、 $m \gg 0$ のとき

$$\alpha_m = 1 - \frac{1}{m} \frac{s_{III}}{s_{II}} = 1 - \frac{1}{K} \frac{\mu_I}{\mu_{III}} \frac{\rho_I}{\rho_{III}} = 1 - \frac{c}{K} \dots\dots\dots (20)$$

ここに $C = \frac{\mu_I}{\mu_{III}} \frac{\rho_I}{\rho_{III}}$ $K=0A$ 部分の振動数他に次式もある。

$$\alpha_i = 1 - \frac{n_{II}}{i} \frac{s_{III}}{s_{II}} \dots\dots\dots (20')$$

平行水路 (貯水池→水路I <→水路II) に対しては

$$\alpha_m = 1 - \frac{2}{m} \frac{s_{III}}{s_{II}} \dots\dots\dots (21)$$

(e) 水撃波とU字管振動の関係 水撃波とU字管振動の微分方程式は、摩擦の影響を無視し、 $a \rightarrow \infty$ とすれば完全に一致する。しかし振動の当初においては、摩擦力の変化から生ずる影響は、まだ小であり、IおよびII中の水柱の弾性が重要である。従つて現象をAから出発した弾性衝撃波としての面から考察して、十分に実際に近い結果が得られるであろう。U字管振動の水撃波に対する影響はきわめて小さく、振動の影響は以下の論述において無視する。ここでは簡単に水路設計に必要な結論のみを、定性的にあげることにする。

- a) U字管振動はA点の反射の条件には影響しない。
- b) U字管振動は $k < \theta_{III}$ の時間範囲内にかぎり、0点における流速 c_k のみに関係する。
- c) 大部分の場合に、水撃波による圧力上昇 (A点における上昇静水圧 $4Y$ による流速変化が、ひきおこす水撃圧の値を考えから除外したもの) と、U字管振動による圧力上昇とを加算することにより、十分な精度をもつて、0点およびA点の全圧力をうることができる。

2. 調圧水槽を持つ水路系における水撃圧理論

本章においては、圧力水路が各種の調圧水槽を持つ場

合について、これらを 1. で述べた水撃圧の一般理論に結びつけようとするものである。

いまここに、圧力上昇率として B_i を次のごとく定義しておく。

$$B_i = \frac{y_i - y_0}{H_0} = \frac{Y_0}{H_0} (\zeta_i^2 - 1) \\ = \frac{Y_0}{H_0} \phi_i (1 - \alpha_i) = \phi_{*i} \frac{n_{\text{II}}}{2} (1 - \alpha_i) \dots (22)$$

$$B_{*i} = \zeta_i^2 - 1 \dots (22')$$

(1) 単働調圧水槽の場合

さて $i \rightarrow \theta_{\text{II}}$ なるとき、 B_i の極限 B_m が存在するものと想定すれば、A 点において、次の 4 方程式が成立する。

$$\zeta_i^2 + \zeta_{i+1}^2 - 2 = 2 \rho_{\text{II}} \left(\frac{v_{\text{II}i}}{V_{\text{II}0}} - \frac{v_{\text{II},i+1}}{V_{\text{II}0}} \right) \dots (12)$$

$$\frac{v_{\text{II}i}}{V_{\text{II}0}} = \frac{v_{\text{I}0}}{V_{\text{I}0}} - \frac{1}{2 \rho_{\text{I}}} (\zeta_i^2 - 1) \dots (23)$$

(Allievi の原式から管 I の第 1 位相についてのみ成立)

$$\frac{v_{\text{III}i}}{V_{\text{III}0}} = \frac{v_{\text{III}0}}{V_{\text{III}0}} - \frac{1}{2 \rho_{\text{III}}} \phi_i (1 + \alpha_i) \dots (11)$$

$$\frac{v_{\text{II}i}}{V_{\text{II}0}} = \frac{v_{\text{III}i}}{V_{\text{III}0}} - \frac{v_{\text{I}i}}{V_{\text{I}0}} \dots (9')$$

$$v_{\text{II}0} = 0$$

以上の 5 式から

$$(\zeta_i^2 - 1) \left(1 - \frac{\rho_{\text{II}}}{\rho_{\text{I}}} \right) + (\zeta_{i+1}^2 - 1) \left(1 + \frac{\rho_{\text{II}}}{\rho_{\text{I}}} \right) \\ = \frac{\rho_{\text{II}}}{\rho_{\text{III}}} [\phi_{i+1} (1 + \alpha_{i+1}) - \phi_i (1 + \alpha_i)] \dots (25)$$

これは、もとより管 I の第 1 位相時における厳密式である。

$i \rightarrow m$, $\zeta_m = \zeta_i \approx \zeta_{i+1}$, 直線緩閉塞で, $n_{\text{III}} < n_{\text{II}}$ (これらの条件が満たされるときは, m が大で $\alpha_{m-1} \approx \alpha_m$) とし, さらに $\frac{\phi_m - \phi_{m-n_{\text{III}}}}{n_{\text{III}}} = \frac{\phi_{m-1} - \phi_{m-n_{\text{III}}}}{n_{\text{III}} - n_{\text{II}}}$ が成立するものと仮定すれば, 長い計算ののち (25) 式は,

$$B_m \approx \frac{\frac{1}{2} \frac{\rho_{\text{II}} n_{\text{II}}}{\rho_{\text{III}} n_{\text{III}}} \frac{1 + \alpha_m}{\alpha_{m-n_{\text{III}}}}}{1 + \frac{1}{2} \frac{\rho_{\text{II}} n_{\text{II}}}{\rho_{\text{III}} n_{\text{III}}} \frac{1 + \alpha_m}{1 - \alpha_m} \frac{1 - \alpha_{m-n_{\text{III}}}}{\alpha_{m-n_{\text{III}}}}} B_{*m} \dots (26)$$

B_{*m} , α_m , $\alpha_{m-n_{\text{III}}}$ は, それぞれ (18), (20), (22') により求める。10 < m < 20 のとき, (26) は, 1 つの不連続点を持つた管に適用された場合に, 實際上, 十分な精度を持つことが知られている。

(26) を調圧水槽がなくて, 一樣特性の管に採用するならば, $\rho_{\text{II}} = \rho_{\text{III}}$ また $\alpha_m = \alpha_{m-n_{\text{III}}} = 1$ であり, 従つて,

$$B_m \approx \frac{\frac{n_{\text{II}}}{n_{\text{III}}}}{1 + \frac{n_{\text{II}}}{n_{\text{III}}}} B_{*m} = \frac{n_{\text{II}}}{n_{\text{II}} + n_{\text{III}}} B_{*m} \dots (26')$$

もし, Allievi の式によるならば

$$B_m = \frac{L_{\text{II}}}{L_{\text{II}} + L_{\text{III}}} B_{*m} \dots (26'')$$

さらにもし $\rho_{\text{II}} = \rho_{\text{III}}$ および $\alpha = 1$ とすれば, この場合の近似式が, Allievi 式の型を再びとることを証明するのは, むづかしくない。

(2) 制水孔調圧水槽の場合

S_{II} を制水孔の有効断面積と考える。そして S_{II}' を実際の断面積, ϕ' を縮係数とすれば,

$$S_{\text{II}} = \phi' S_{\text{II}}' \dots (27)$$

また制水孔の性質から,

$$Y_0 (\zeta_i^2 - 1) = - \frac{v_{\text{II}i}^2}{2g} \dots (28)$$

k を III 中の拍子とし, III は I より短かいものとすれば, A 点において次の 4 方程式が成立する。

$$\frac{v_{\text{III}k}}{V_{\text{III}0}} = \frac{v_{\text{III}0}}{V_{\text{III}0}} - \frac{1}{2 \rho_{\text{III}}} \phi_k (1 + \alpha_k) \dots (11)$$

$$\frac{v_{\text{II}k}}{V_{\text{II}0}} = - \frac{\sqrt{2gY_0}}{V_{\text{II}0}} \sqrt{\zeta_k^2 - 1} \dots (28')$$

($v_{\text{II}0} = 0$ より)

$$\frac{v_{\text{I}k}}{V_{\text{I}0}} = \frac{v_{\text{I}0}}{V_{\text{I}0}} - \frac{1}{2 \rho_{\text{I}}} (\zeta_k^2 - 1) = 1 - \frac{1}{2 \rho_{\text{I}}} \phi_k (1 - \alpha_k) \dots (23)$$

(I の第 1 位相においてのみ成立)

$$\frac{v_{\text{III}k}}{V_{\text{III}0}} = \frac{v_{\text{II}k}}{V_{\text{II}0}} - \frac{v_{\text{I}k}}{V_{\text{I}0}} \dots (9')$$

以上の 4 式から,

$$\phi_k = \frac{8gY_0(1 - \alpha_k)}{\left\{ V_{\text{II}0} \left(\frac{1 - \alpha_k}{\rho_{\text{I}}} - \frac{1 + \alpha_k}{\rho_{\text{III}}} \right) \right\}^2} \dots (29)$$

逆に α_k について解けば,

$$\alpha_k = \frac{\left[\frac{\phi_k}{4} \left(\frac{1}{\rho_{\text{I}}^2} - \frac{1}{\rho_{\text{III}}^2} \right) - \frac{gY_0}{V_{\text{II}0}^2} \right] + \sqrt{\left[\frac{\phi_k}{4} \left(\frac{1}{\rho_{\text{I}}^2} - \frac{1}{\rho_{\text{III}}^2} \right) - \frac{gY_0}{V_{\text{II}0}^2} \right]^2 + \frac{\phi_k^2}{4} \left(\frac{1}{\rho_{\text{I}}^2} + \frac{1}{\rho_{\text{III}}^2} \right)^2}}{\frac{\phi_k}{4} \left(\frac{1}{\rho_{\text{I}}^2} + \frac{1}{\rho_{\text{III}}^2} \right)^2} \\ - \frac{gY_0}{V_{\text{II}0}^2} - \frac{\phi_k^2}{16} \left(\frac{1}{\rho_{\text{I}}^2} - \frac{1}{\rho_{\text{III}}^2} \right)^2 + \frac{gY_0 \phi_k}{2 V_{\text{II}0}^2} \left(\frac{1}{\rho_{\text{I}}^2} + \frac{1}{\rho_{\text{III}}^2} \right)^2} \dots (30)$$

これは管 I の第 1 位相のみについて成立することを再記する。

$$\text{もし, } \rho_{\text{I}} = \rho_{\text{III}} = \frac{a_1 V_{\text{I}0}}{2gY_0}, H_0 \phi_{*k} = Y_0 \phi_k \text{ ならば (30)}$$

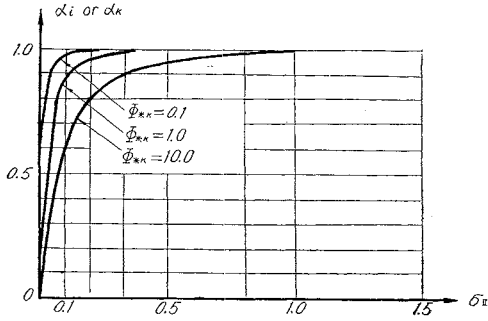
式は, 簡単な型に変形されて

$$\alpha_k = \frac{a_1^2 \sigma_{\text{II}}^2}{4gH_0 \phi_{*k}} \left[\sqrt{1 + \frac{8gH_0 \phi_{*k}}{a_1^2 \sigma_{\text{II}}^2}} - 1 \right] \dots (31)$$

$$\text{ただし, } \sigma_{\text{II}} \equiv \frac{S_{\text{II}}}{S_{\text{I}}} = \frac{V_{\text{I}}}{V_{\text{II}}}$$

ここで ϕ_{*k} を知ることが必要である。 α_k の取りうる値の大略を知るために, 図-2 において, $\rho_{\text{I}} = \rho_{\text{III}}$ および $\phi_{*k} = 0.1, 1.0, 10.0$ の場合において, α_k を σ_{II} の関数として画いてみた。直線閉塞のときは, ϕ_{*k} が増加してゆくと α_k は減少してゆく。次に ϕ_{*k} が直線変化をなすものと仮定する。すなわち,

図-2



$$\frac{\phi_{*k}}{k} = \frac{\phi_{*k-1}}{k-1} = \text{const.} \dots\dots\dots(32)$$

しかるとき、 B_{*k} は (17), (18), (31), (32) の4式より試算により求められる。

次にA点における surcharge B_k を求めよう。

(11), (28'), (23), (9') および $v_{II_0} = 0$ なる関係を用

い、かつ $\zeta_k^2 - 1 = b_k^2$, および $\lambda = \frac{\sqrt{2gY_0}}{V_{II_0}}$ と置けば、

$$b_k = -\rho_I \lambda + \sqrt{\rho_I^2 \lambda^2 + \frac{8g\rho_I Y_0 (1 - \alpha_k^2)}{\rho_{III} \left\{ V_{II_0} \left(\frac{1 - \alpha_k}{\rho_I} - \frac{1 + \alpha_k}{\rho_{III}} \right) \right\}^2}} \dots\dots\dots(33)$$

一般には、(22) 式を使用する方が簡単である。

すなわち、

$$B_k = \phi_{*k} - \frac{1}{2}(1 - \alpha_k) \dots\dots\dots(22'')$$

3. 数値計算例

この場合は同一の設計条件で、差働調圧水槽と制水孔調圧水槽に対する水撃圧について比較検討する。ただし差働調圧水槽はライザーを持つため、これを単働調圧水槽として取り扱い、かつ水路Iの断面積 S_I とライザー断面積 S_{II} を同値とする。また制水孔調圧水槽の S_{II} は、制水孔の有効断面積とする。

(1) 基本数値の決定

$$\begin{aligned} Q_0 &= 15 \text{ m}^3/\text{sec} & H_0 &= 158.6 \text{ m} & L_I &= 5686 \text{ m} \\ L_{II} &= Y_0 = 22.5 \text{ m} & L_{III} &= 308.7 \text{ m} & a_I &= 1100 \text{ m/sec} \\ a_{II} &= 890 \text{ m/sec} & a_{III} &= 900 \text{ m/sec} \\ \mu_I &= \frac{2L_I}{a_I} = 10.338 \text{ sec} & \mu_{II} &= \frac{2L_{II}}{a_{II}} = 0.051 \text{ sec} \\ \mu_{III} &= \frac{2L_{III}}{a_{III}} = 0.686 \text{ sec} \\ S_I &= 7.069 \text{ m}^2 & S_{II} & \begin{cases} = 7.069 \text{ m}^2 & (\text{差働調圧水槽}) \\ = 0.950 \text{ m}^2 & (\text{制水孔}) \end{cases} \\ \left\{ \begin{aligned} V_{II_0} = V_{I_0} = \frac{Q_0}{S_{II}} = \frac{Q_0}{S_I} = \frac{15}{7.069} &= 2.122 \text{ m/sec} \\ V_{II_0} = \frac{Q_0}{S_{II}} = \frac{15.0}{0.950} &= 15.789 \text{ m/sec} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

(制水孔調圧水槽の場合)

$$V_{III_0} = 3.387 \text{ m/sec} \quad (\text{sparre の方法により算出})$$

$$\rho_I = \frac{a_I V_{I_0}}{2gY_0} = 5.288 \quad \rho_{II} = \frac{a_{II} V_{II_0}}{2gY_0} = 4.278$$

$$\rho_{III} = \frac{a_{III} V_{III_0}}{2gY_0} = 6.905$$

$$\rho_* = \frac{a_{III} C_0}{2gH_0} = \frac{a_{III} V_{III_0}}{2gH_0} = 0.980$$

(C_0 は一様管とみなし、 V_{III_0} をとる)

$$\tau = 2.2 \text{ sec}$$

$$\theta_I = \frac{\tau}{\mu_I} = 0.213 \quad \theta_{II} = \frac{\tau}{\mu_{II}} = 43.137$$

$$\theta_{III} = \frac{\tau}{\mu_{III}} = 3.207$$

$$s_I = \frac{\frac{2}{\rho_I}}{\frac{1}{\rho_I} + \frac{1}{\rho_{II}} + \frac{1}{\rho_{III}}} = 0.665$$

$$s_{II} = \frac{\frac{2}{\rho_{II}}}{\frac{1}{\rho_I} + \frac{1}{\rho_{II}} + \frac{1}{\rho_{III}}} = 0.824$$

$$s_{III} = \frac{\frac{2}{\rho_{III}}}{\frac{1}{\rho_I} + \frac{1}{\rho_{II}} + \frac{1}{\rho_{III}}} = 0.511$$

$$n_I = \frac{\mu_I}{\mu_{II}} = 202.706 \quad n_{II} = \frac{\mu_{II}}{\mu_{III}} = 1$$

$$n_{III} = \frac{\mu_{III}}{\mu_{II}} = 13.451$$

(2) 差働調圧水槽の場合

$$\alpha_{m-1} = 1 - \frac{1}{m-1} \frac{s_{III}}{s_{II}} = 1 - \frac{1}{\theta_{II} - n_{III} s_{II}} \frac{s_{III}}{s_{II}} = 0.979 \quad (20)$$

$$\zeta_{*m} = \frac{\rho_* \alpha_{m-1} + \sqrt{\left(\frac{\rho_* \alpha_{m-1}}{\theta_{III}} \right)^2}}{\theta_{III}} + (\alpha_{m-1} + 1) \left[\alpha_{m-1} + 1 + 2\rho_* (1 - \alpha_{m-1}) \right] \dots\dots\dots(18)$$

$$B_{*m} = \zeta_{*m}^2 - 1 = 0.3757 \dots\dots\dots(22')$$

$$\alpha_m = 1 - \frac{1}{m} \frac{s_{III}}{s_{II}} = 1 - \frac{1}{\theta_{II} s_{II}} \frac{s_{III}}{s_{II}} = 0.986 \dots\dots(20)$$

$$B_m = \frac{\frac{1}{2} \frac{\rho_{II} n_{II} (1 + \alpha_m)}{\rho_{III} n_{III} \alpha_{m-n_{III}}}}{1 + \frac{1}{2} \frac{\rho_{II} n_{II} (1 + \alpha_m) (1 - \alpha_{m-n_{III}})}{\rho_{III} n_{III} (1 - \alpha_m) \alpha_{m-n_{III}}}} B_{*m} = 0.0164 \dots\dots\dots(26)$$

Allievi の近似式との比較

$$N = \left(\frac{L_{III} V_{III_0}}{gTH_0} \right)^2 = 0.0935$$

$$B_{*m} = \frac{N}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{N^2 + 4N} = 0.3561$$

ゆえに B_{*m} の値は、Jaeger の計算による方が、Allievi の評価より、単働調圧水槽の場合においてすら、多少 (こ

こでは約 2%) 大きく出ることがわかる。

(3) 制水孔調圧水槽の場合

試算基本式

$$\alpha_{m-1} = \frac{a_1^2 \sigma_{II}^2}{4 g H_0 \Phi_{*m-1}} \left[\sqrt{1 + \frac{8 g H_0 \Phi_{*m-1}}{a_1^2 \sigma_{II}^2}} - 1 \right]$$

$$= \frac{m}{m-1} \frac{\zeta_{*m-1}^2 - 1}{\Phi_{*m-1}} \dots \dots \dots (34)$$

(17), (31), (32) より

$$\zeta_{*m} = \frac{\rho_x \alpha_{m-1} + \sqrt{\left(\frac{\rho_x \alpha_{m-1}}{\Theta_{III}} \right)^2}}{\Theta_{III}}$$

$$+ \frac{(\alpha_{m-1} + 1)[\alpha_{m-1} + 1 + 2 \rho_x (1 - \alpha_{m-1})]}{1 + \alpha_{m-1}} \dots \dots \dots (18)$$

$$\sigma_{II} = \frac{V_{I0}}{V_{II0}} = 0.1344, \quad m = \Theta_{III} = 3.207,$$

および上述の諸数値を代入し、未知数 α_{m-1} , Φ_{*m-1} , ζ_{*m} を試算で求めれば、

$$\alpha_{m-1} = 0.9037, \quad \Phi_{*m-1} = 0.82, \quad \zeta_{*m} = 1.2035 \text{ をうる。}$$

$$B_{*m} = \zeta_{*m}^2 - 1 = 0.4484 \dots \dots \dots (22')$$

$$\Phi_{*m} = \frac{m}{m-1} \Phi_{*m-1} = 1.1915 \dots \dots \dots (32)$$

$$\alpha_m = \frac{a_1^2 \sigma_{II}^2}{4 g H_0 \Phi_{*m}} \left[\sqrt{1 + \frac{8 g H_0 \Phi_{*m}}{a_1^2 \sigma_{II}^2}} - 1 \right] = 0.8725$$

$$\dots \dots \dots (31)$$

$$\Phi_{*m-\frac{1}{2}} = \frac{m-0.5}{m-1} \Phi_{*m-1} = 1.0058 \dots \dots \dots (32)$$

$$B_m = \Phi_{*m-\frac{1}{2}} (1 - \alpha_m) = 0.1282 \dots \dots \dots (22)$$

1) 制水孔下部の水圧上昇 $H_0 B_m$ と、最大使用量 Q_0

が制水孔を通過するのに必要な水圧差 $K_0 = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q_0}{S_{II}} \right)^2$ とを比較してみよう。 $H_0 B_m = 20.233 \text{ m} > K_0 = 12.697 \text{ m}$ (こ

れは静的には一致すべきであるが、慣性のため一方が遅れて一致しないものと考えられる。この $H_0 B_m$ の値は水路 I, III に対する設計条件として、採用すべきものと思われる。

2) 制水孔のある場合の B_{*m} の評価は、単に Allievi の式で計算した値より 9% も上まわる。

5. 結 論

(1) 制水抵抗をトンネル水柱の減速に利用することによつて、調圧水槽自体の経済を計ろうとする制水孔調圧水槽では、水撃圧の影響を無視することは危険側になること。

(2) 従つて、本例のような場合には、利用水深さえ小さければ、ライザーを立てた調圧水槽の方が有利であること。

(3) 一般に、制水孔の大きさの変化は、単に調圧水槽容量を左右するのみならず、全水路の設計水頭を支配するため、上述の B_{*m} , B_m の評価により、最も経済的な水路設計に留意すべきである。

Jaeger 理論のダイジェストとして、エッセンスだけは、とりまとめたつもりである。紙数の関係上、説明が十分とはいえないように思われるので、この点、読者にお詫びする。

終りに当り、数々の御教示を賜つた、東京大学 本間教授、中央大学 林教授、日本工営 KK 協博士に深く感謝の意を表する次第である。


参 考 文 献

- 1) Charles Jaeger: Technische Hydraulik, 1949
- 2) Charles Jaeger: Théorie Générale du Coup de Bèlier, 1933
- 3) 林 泰造: 応用水理学, 中 I, 2・3, 水撃作用とサージタンク

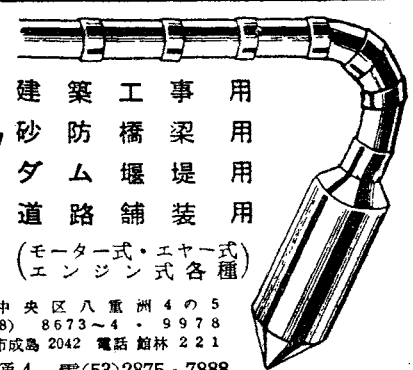
プレストレスト・コンクリート技術協会への入会について

去る 2 月発足した同会では現在会員を募集中です。協会規約, 入会申込書など下記へハガキで申込みば郵送されますから詳細は問合せて下さい。

事務所: 東京都千代田区丸の内 3-8 (三菱仲 6 号館 4 号) プレストレスト・コンクリート技術協会



コンクリート
パイプ



建築工事用
砂防橋梁用
ダム堰堤用
道路舗装用
(モーター式・エアー式
エンジン式各種)

三笠産業株式会社

西部地区総発売元 三笠建設機械株式会社

本社 東京都中央区八重洲 4 の 5
営業所 TEL (28) 8673-4・9978
工場 群馬県館林市成島 2042 電話 館林 221

大阪市西区立売堀北通 4 電(53)2875・7888