【報　告】

対傾構の荷重横分布作用について

野　田　浅　六*
古　賀　太　郎**

1. 要　旨

格子ケタ，箱ケタ，鋼床板など横分布を考慮する場合，対傾構はいままで二次部材として設計されていたが，これによる横分布作用がきわめて大きいので，対傾構を一次部材として横分布を行なわせるという主旨のもとに，対傾構の荷重横分布作用を検討した。

2. 対傾構の荷重横分布作用

最近，格子ケタ，箱ケタなどの荷重横分布作用を考慮に入れた合理的な橋の設計が行なわれるようになつてきた。この場合，普通の横ケタによる横分布はすでに多く研究されているが，対傾構による分布はあまり研究されていない。著者らの実験によれば，対傾構はきわめて大きな横分布作用を有し，横ケタがなくて対傾構のみある場合はもちろん，横ケタに対傾構を併用した場合も，対傾構による横分布作用は無視できない。実験の場合，二次部材として設けた対傾構に降伏点に近い応力が生じていた。従つて，対傾構の横分布作用を解析して，一次部材として取り扱う必要が生ずる。もちろん，対傾構としての二次部材の作用もあるが，ここでは一次部材としての横分布作用があるので，横分布トラスと呼ぶことにする。横分布トラスの分布係数を求める場合，普通横ケタのように一様な充腹構造でなく，荷重の位置によつてトラスの剛度が異なるので，F. Leonhardt，H. Homberg の横分布係数の表は厳密には使用できないことになる。この研究においては，まず横分布作用について正しい解を求め，その結果と，簡単な方法でトラスを充腹構造の横ケタに換算して求めた結果とを比較した。厳密解と近似解とは，次のようなものである。

（1） 節点力を不静定量として解いた厳密解。

（2） トラスを両端支持として中央に載荷したときの，タワミより求めた断面二次モーメントによる場合。

（3） トラスの1パネルを取り出し片持バリとして先端に載荷したときの，タワミより求めた換算二次モーメントによる場合。

（4） 上下弦材の距離が一定として求めた換算断面二次モーメントを使用した場合。

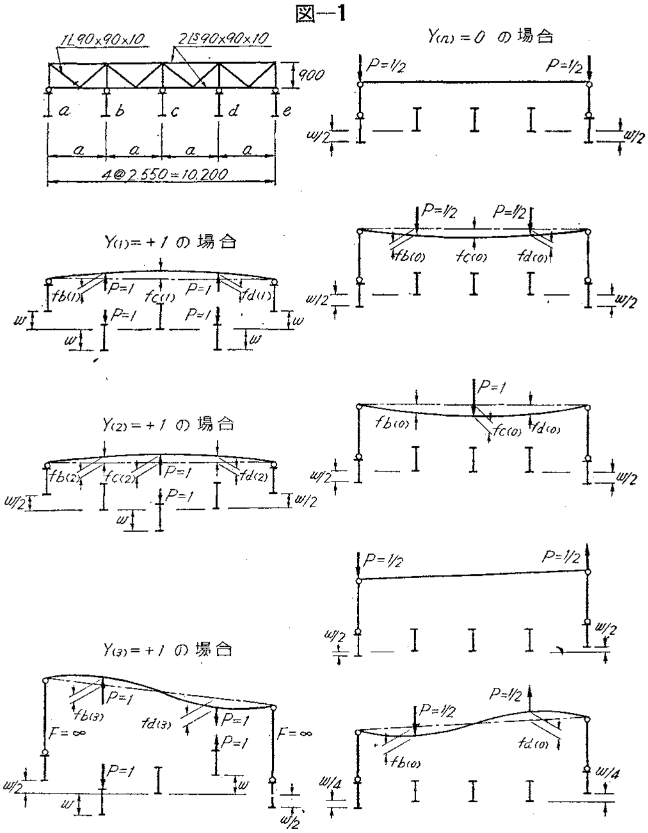
3. 節点力を不静定量として求めた厳密解（図—1 参照）

ここでは図—1の計算例として5コの等しい弾性支承上にある連続ケタを取り扱う。これは三次の不静定構造で，中ケタの節点を切りはなせば静定基本系となる（トラス自身ダブル ワーレンのごとき不静定のものも同様に取り扱う）。不静定力としては，図—1のごとく，二つの力よりなる荷重群を使用する。

$Y_{(n)}=+1$；n 番目の荷重群

$\delta_{(m),(n)}$　；n 番目の荷重群のなす仕事（または変形

図—1



* 正員　三菱造船広島造船所橋梁鉄構設計課
**正員　　　　　同　　上

量）

$\delta_{(n),0}$　；外力 $P=\pm 1/2$ によつて n 番目の荷重群のなす仕事（または変形量）

ω　；単位荷重を載荷したときの弾性支承のタワミ

$f_{K(n)}$　；n 番目の荷重群によるK点のタワミ

f_{Kl}　；l 点に単位荷重が載荷されたときのK点のタワミ

弾性支承が主ケタで横分布トラスが支間中央にあるときは

$$\omega=\frac{l^3}{48\,EJ}$$

また，トラスのタワミは次のようになる。

$$f_{bb}=f_{dd}=0.066 \qquad f_{bc}=0.067$$
$$f_{eb}=f_{cd}=0.067 \qquad f_{cc}=0.107$$
$$f_{db}=f_{bd}=0.041 \qquad f_{de}=0.067$$

次に弾性方程式を解くことになるが，上記のような荷重群を使用するときは，計算が簡単になる。

$\underline{\underline{\delta_{(m),(n)}}}$

		中間ケタ	耳ケタ	横ケタ
$\delta_{(1)(1)}$	=	$+2\,\omega$	$+2\,\omega$	$+2(0.066+0.041)$
$\delta_{(1)(2)}$	=	0	$+2\times\frac{1}{2}\,\omega$	$+2\times 0.067$
$\delta_{(2)(1)}$	=	0	$+\ \omega$	$+2\times 0.067$
$\delta_{(2)(2)}$	=	$+\omega$	$+\ \frac{1}{2}\,\omega$	$+\ 0.107$
$\delta_{(3)(3)}$	=	$+2\,\omega$	$+2\times\frac{1}{4}\,\omega$	$+2(0.066-0.041)$

$\underline{\underline{\delta_{(n),0}}}$

（1） $P=1/2$ が a および e にあるとき

		中央ケタ	耳ケタ	横ケタ
$\delta_{(1),0}$	=	0	$-2\times\frac{1}{2}\,\omega$	0
$\delta_{(2),0}$	=	0	$-\ \frac{1}{2}\,\omega$	0

（2） $P=1/2$ が b および d にあるとき

		中央ケタ	耳ケタ	横ケタ
$\delta_{(1),0}$	=	0	$-2\times\frac{1}{2}\,\omega$	$-2\times\frac{1}{2}(0.066+0.041)$
$\delta_{(2),0}$	=	0	$-\ \frac{1}{2}\,\omega$	$-2\times\frac{1}{2}\times 0.067$

（3） $P=1$ が c にあるとき

		中央ケタ	耳ケタ	横ケタ
$\delta_{(1),0}$	=	0	$-2\times\frac{1}{2}\,\omega$	0

（4） $P=\pm 1/2$ が a および e にあるとき

		中央ケタ	耳ケタ	横ケタ
$\delta_{(3),0}$	=	0	$-2\times\frac{1}{4}\,\omega$	0

（5） $P=\pm 1/2$ が b および d にあるとき

		中央ケタ	耳ケタ
$\delta_{(3),0}$	=	0	$-2\times\frac{1}{8}\,\omega$

弾性方程式は次のようになる。

$Y_{(1)}$	$Y_{(2)}$	$Y_{(3)}$	$-\delta_{(1)0}$	$-\delta_{(2)0}$	$-\delta_{(3)0}$
$4\,\omega+0.214$	$\omega+0.134$	0	1		
$\omega+0.134$	$1.5\,\omega+0.107$	0		1	
0	0	$2.5\,\omega+0.05$			1

解は次のようになる。

	$-\delta_{(1)0}$	$-\delta_{(2)0}$	$-\delta_{(3)0}$
$Y_{(1)}$	$(1.5\,\omega+0.107):N_1$	$-(\omega+0.134):N_1$	0
$Y_{(2)}$	$-(\omega+0.134):N_1$	$(4\,\omega+0.214):N_1$	0
$Y_{(3)}$	0	0	$1:N_2$

$$N_1=(4\,\omega+0.214)(1.5\,\omega+0.107)-(\omega+0.134)^2$$
$$=0.05+0.481\,\omega+5\,\omega^2$$
$$N_2=(2.5\,\omega+0.05)$$

上記の解の方程式の答は

（1） $P=1$ が a にあるとき

$$Y_{(1)}=\omega(1.5\,\omega+0.107):N_1-0.5\,\omega(\omega+0.134):N_1$$
$$=(0.040\,\omega+\omega^2):N_1$$
$$Y_{(2)}=-\omega(\omega+0.134):N_1-0.5\,\omega(4\,\omega+0.214):N_1$$
$$=(-0.027\,\omega+\omega^2):N_1$$
$$Y_{(3)}=0.5\,\omega:N_2$$

（2） $P=1$ が b にあるとき

$$Y_{(1)}=(\omega+0.107)(1.5\,\omega+0.107):N_1$$
$$-(0.5\,\omega+0.067)(\omega+0.134):N_1$$
$$=(0.0025+0.1335\,\omega+\omega^2):N_1$$
$$Y_{(2)}=-(\omega+0.107)(\omega+0.134):N_1$$
$$+(0.5\,\omega+0.067)(4\,\omega+0.214):N_1$$
$$=(0.134\,\omega+\omega^2):N_1$$
$$Y_{(3)}=(0.25+0.025\,\omega):N_2$$

（3） $P=1$ が c にあるとき

$$Y_{(1)}=(\omega+0.134)(1.5\,\omega+0.107):N_1$$
$$-(0.5\omega+0.107)(\omega+0.134):N_1$$
$$=(0.134\,\omega+\omega^2):N_1$$
$$Y_{(2)}=(\omega+0.134)(\omega+0.134):N_1$$
$$+(0.5\,\omega+0.107)(4\,\omega+0.214):N_1$$
$$=(0.005+0.267\,\omega+\omega^2):N_1$$

$Y_{(n)}$ の量を次のように加え合わせると，中間支点反力が求められる。これが横分布係数であつて，H. Homberg は B（F. Leonhardt は q）で表わしている。ただ，横分布トラスのときは，その中に格子剛度 Z は導入されず，ω の関数である。耳ケタの支点反力は $\Sigma V=0$，$\Sigma M=0$ より求められる。対称荷重群 $\overline{B_{ik}}$，非対称荷重群を $\overline{\overline{B_{ik}}}$ とすれば

$$B_{ik}=\overline{B_{ik}}\pm\overline{\overline{B_{ik}}}$$

$P=1$ が a にあるとき

$$B_{ba}=\frac{0.04\,\omega+\omega^2}{N_1}+\frac{0.5\,\omega}{N_2}\qquad B_{ca}=\frac{-0.027\,\omega+\omega^2}{N_1}$$

$$B_{da}=\frac{0.04\,\omega+\omega^2}{N_1}-\frac{0.5\,\omega}{N_2}$$

$\Sigma V=0$

$$\overline{B}_{aa}=\overline{B}_{ea}=\frac{1}{2}(1-2\,Y_{(1)}-Y_{(2)})$$

$$=\frac{0.0025+0.2145\,\omega+\omega^2}{N_1}$$

$\Sigma M=0$

$$\overline{\overline{B}}_{aa}=-\overline{\overline{B}}_{ea}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}Y_{(3)}$$

$$=\frac{0.025+1.25\,\omega-0.25\,\omega}{N_1}=\frac{0.025+\omega}{N_1}$$

従つて，

$$B_{aa}=\frac{0.0025+0.2145\,\omega+\omega^2}{N_1}+\frac{0.025+\omega}{N_2}$$

$$B_{ea}=\frac{0.0025+0.2145\,\omega+\omega^2}{N_1}-\frac{0.025+\omega}{N_2}$$

$P=1$ が他のケタにある場合も同様に計算することができ，下表で示す。このとき，形を整えるため，非対称荷重は2倍してある。

分布係数			ω	ω^2	分母
$B_{aa}=\{+$	$B_{ae}=\{+$	0.0025	0.2145	1.0000	$:N_1$
$+$	$-$	0.0500	2.0000		$:N_2$
$B_{ab}=\{+$	$B_{ad}=\{+$		0.0400	1.0000	$:N_1$
$+$	$-$		1.0000		$:N_2$
$B_{ac}=$			−0.0270	1.0000	$:N_1$
$B_{ba}=\{+$	$B_{be}=\{+$		0.0400	1.0000	$:N_1$
$+$	$-$		1.0000		$:N_2$
$B_{bb}=\{+$	$B_{bd}=\{-$	0.0025	0.1335	1.0000	$:N_1$
$+$	$-$	0.0500	0.5000		$:N_2$
$B_{bc}=$			0.1340	1.0000	$:N_1$
$B_{ca}=$	$B_{ce}=$		−0.0270	1.0000	$:N_1$
$B_{cb}=$	$B_{cd}=$		0.1340	1.0000	$:N_1$
$B_{cc}=$		0.0050	0.2670	1.2000	$:N_1$
	$N_1=$	0.0050	0.4810	5.0000	
	$N_2=$	0.1000	5.0000		

註：第一の添字は支点の位置，第二の添字は荷重位置

横分布トラスがケタ（$J=576.250\ \mathrm{cm}^4$，$l=20.0\ \mathrm{m}$）中央にあるとすれば

$$\omega=Pl^3/48\,EJ=0.1377$$

横分布係数は

$B_{aa}=\ 0.7197$	$B_{ba}=\ 0.3219$	$B_{ca}=0.0918$
$B_{ab}=\ 0.3219$	$B_{bb}=\ 0.3906$	$B_{cb}=0.2254$
$B_{ac}=\ 0.0918$	$B_{bc}=\ 0.2254$	$B_{cc}=0.3656$
$B_{ad}=-0.0273$	$B_{bd}=\ 0.0892$	$B_{cd}=0.2254$
$B_{ae}=-0.1055$	$B_{be}=-0.0273$	$B_{ce}=0.0918$

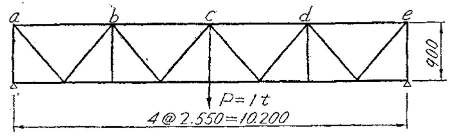
となる。

4. トラスを両端支持として中央に単位荷重を載荷したときの換算断面二次モーメントを使用した場合（図―2 参照）

中央点のタワミは

$$\delta=0.107\ \mathrm{cm}$$

図―2



換算断面二次モーメント

$$\bar{J}=\frac{Pl^2}{48\,E\delta}=98.397\ \mathrm{cm}^4$$

中央主ケタの断面二次モーメント

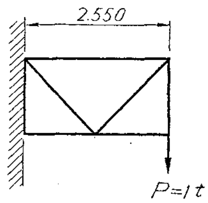
$$J=576.250\ \mathrm{cm}^4\qquad l=20.0\ \mathrm{m}$$

これらの値を使用して，トラスを一様な充腹構造の横ケタにおきかえる。このときは F. Leonhardt, H. Homberg の表を使用できるので，分布係数は次のように求められる。前述のように，F. Leonhardt, H. Homberg の表は記号が異なるだけで，値は完全に一致する。

$B_{aa}=\ 0.7165$	$B_{ba}=\ 0.3338$	$B_{ca}=0.0844$
$B_{ab}=\ 0.3338$	$B_{bb}=\ 0.3569$	$B_{cb}=0.2472$
$B_{ac}=\ 0.0844$	$B_{bc}=\ 0.2472$	$B_{cc}=0.3367$
$B_{ad}=-0.0370$	$B_{bd}=\ 0.0991$	$B_{cd}=0.2473$
$B_{ae}=-0.0977$	$B_{be}=-0.0370$	$B_{ce}=0.0844$

5. トラスの1パネルを片持バリとして先端に単位荷重を載荷したときの換算断面二次モーメントを使用した場合（図―3 参照）

図―3



先端のタワミは

$$\delta=0.049\ \mathrm{cm}$$

換算断面二次モーメント

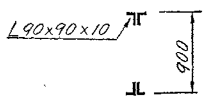
$$\bar{J}=\frac{Pl^3}{3\,E\delta}=53.713\ \mathrm{cm}^4$$

分布係数

$B_{aa}=\ 0.7664$	$B_{ba}=\ 0.3013$	$B_{ca}=0.0388$
$B_{ab}=\ 0.3013$	$B_{bb}=\ 0.3928$	$B_{cb}=0.2631$
$B_{ac}=\ 0.0388$	$B_{bc}=\ 0.2631$	$B_{cc}=0.3960$
$B_{ad}=-0.0473$	$B_{bd}=\ 0.0900$	$B_{cd}=0.2631$
$B_{ae}=-0.0592$	$B_{be}=-0.0473$	$B_{ce}=0.0388$

6. 上下弦材の距離が一定としてトラスの換算断面二次モーメントを使用した場合（図―4 参照）

図―4



$$\bar{J}=(34.0\times 42.42+250)\times 2=122.862\ \mathrm{cm}^4$$

横分布係数は

$B_{aa}=\ 0.7048$	$B_{ba}=\ 0.3409$	$B_{ca}=0.0955$
$B_{ab}=\ 0.3409$	$B_{bb}=\ 0.3498$	$B_{cb}=0.2430$
$B_{ac}=\ 0.0955$	$B_{bc}=\ 0.2430$	$B_{cc}=0.3230$
$B_{ad}=-0.0341$	$B_{bd}=\ 0.1002$	$B_{cd}=0.2430$
$B_{ae}=-0.1072$	$B_{be}=-0.0341$	$B_{cc}=0.0955$

7. 考　　察

以上の結果を図—5に示す。

トラスとして，上記の計算においては，最も簡単な構造のものを選んだ。ダブル ワーレンなどの複雑な形も考えられるが，傾向としては充腹構造に近くなり，その差は少なくなると考えて，簡単なワーレンを選んだのである。また，いずれの場合も，節点力がわかれば，その部材の応力は簡単に計算することができる。

3.において ω の関数として分布係数を出したが，ω が大きくなるほど分布はよくなつてくることがわかる。

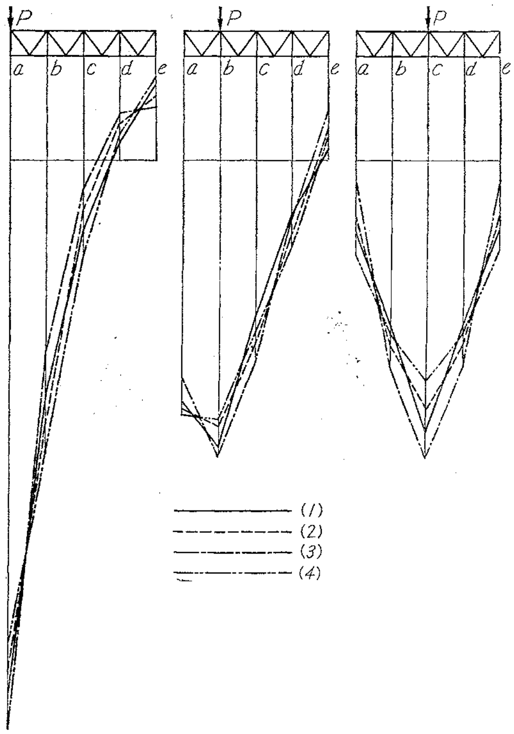
単純支点のケタで中央にあるときは最も有効に分布し，支点に近づくに従つて悪くなり，支点で分布は全くない。

また，連続バリにおいて，荷重がのつていないスパンにおいてはタワミが少なく，分布は小さいので，荷重ののつていないスパンにおける分布は簡略計算では無視しうること（Guyon の仮定）が証明される。

8. 結　　論

上記の結果より，5. のように1パネルをとつても，4. のように全体を考えても，実際の計算にはさしつかえないと思う。しかし，6. のような考え方はさけるべきであると思われる。

図—5



会員欄

私の希望

針ケ谷　信

私は現在地方庁の建設事務所で橋梁の設計に従事しているものであるが，仕事についてなぜこうしないのかと考えている点がある。しかしこれは私だけでなく，すべての人が感じていることに違いない。それがやれないのは一体なぜだろうか，いろいろの原因はあるとは思うが，できればぜひ改善したいものである。

私達が設計している橋梁はいつ着工するのかということである。この橋はぜひ来年やりたいということは聞くが，年度当初になつて予算がつくまでは，どの橋をやるのかわからない場合が多い。新設あるいは補修しなければならない数多くの橋のうち，どの橋からやつてゆくかということは政治家が決めることかもしれない。しかし政治家が決めるにしても，その根拠となるべき資料が必要であり，その資料は経済効果にもとずくものでなければならない。すなわち，われわれ技術家は経済効果にもとずく施工順序が行なわれるよう努力しなければならないのではないか。またその資料そのものが政治に左右される傾向があるのではないかと考える次第である。

次に工事に着手したならば，何カ年もかかつて完成するのでなく，なるべく早く完成させた方がよいのではないか。ドイツの場合など，相当大きな橋梁工事でも大体2カ年で完成させている。日本においても予算さえあれば十分できることであるから，2橋を4年かかつて完成させるより，同じ予算で1橋を2年で完成させ，次の橋をあと2年で完成させた方がより有益であることは明瞭である。それが行なわれていないということは国家的損失であり，その責任は技術家もその一半を負わなければならないのではないか。

以上は単に橋梁に関するだけでなく，他の事業の場合も同様であると考える。しかしこの私個人の考えは，井戸の中の蛙の考えであり，広い池におられる方々はまた別の考えをお持ちのことと思う。ご叱正あるいはご教示下されることをお願いする次第である。

（筆者：正員　東京都技師，第五建設事務所橋梁建設課）