【解　説】

計算器の能率的な使い方

谷　本　勉　之　助*

はしがき　手回し計算器はどこの職場，研究室でも備えられるようになつたが，その使い方はとかく能率的でないように見受けられる。しかしこれといつた指導書もないようであるから，筆者は自分ひとりの経験をもとにして能率的な使い方についてその一部を発表し，読者の御参考に供し，また同時に御批判を得たいと思う。

筆者はさきに〝計算器の自動操作法〟なる小著を公刊したが，本文もこれを骨子としている。

またここでは $10\times11\sim20$ 桁，$10\times10\sim20$ 桁の連乗型計算器を一応の規準にしてある。

1. 一般的な注意

(1) 計算器の選択

手回し計算器は，現在国産品で5社あるようであるが，戦後のものにもすぐれた性能をもつものもあらわれているから，新規に購入する場合には十分吟味せねばならない。新規に購入する場合，多少価格が張つても必ず連乗機構をもつものを購入すべきである。またクラッチの切りかえが自動式になつている器械を選ぶべきである。また一般にクランク ハンドルの回転が滑らかで軽く，雑音の小さいものがよい。

(2) 計算器を大切に

まず第一の心がけは絶対にひつかけないことである。そのためにはクランク ハンドルを確実にピボットに収めたのち，桁送りを行うように心がければよい。

さらに大切なことは，ひつかけたのち，無理な力を加えて外そうとしないことである。ひつかけたのを無理して外したため，右ダイヤルが違算を起すようになることがしばしばある。

また運搬中に落したりすることは，器械にとつて致命的で，廃品になると覚悟しなければならぬ。無法な衝撃を与えた器械は，一応修理をしたとしても全体としての調子を損ね，10 回に1回違算を生ずるというような信頼のおけぬ器械となるものである。

使用しないときは，カバーをかけて，ほこりを防ぐこと，外部のみならず内部の摩擦部分にも油を切らさぬことが必要である。特にクランク ハンドルの突出部とピボットのあたりには 2～3 日おきに注油すること，ただし数字車の部分にはみだりに注油しない方がよい。

(3) 計算器の3桁切りと相対位

計算紙に記入せられる数は，例えば

$$328.56,\quad 0.0^3,052,196,\quad 3,124,503.1\cdots\cdots(1)$$

のように3桁ごとにコンマをつけて書かれる。

それで計算器にも，各ダイヤルに右から数えて3桁ごとに白ペンキで●印を打つておく。市販の計算器は数置き盤だけはすでにこの3桁切りが示してあるが，これだけではとても不十分なので，上のようにするのがよい。

この3桁切りの印の入つた計算器を使いなれると，印のない別な計算器は迷いが多くて使えないほどになるものである。このわずかな技巧のために，ほとんどあらゆる加減乗除，開方などの計算の位取りが自動的に左右のダイヤルに現われることになる。また規準の位を都合のよいところに任意にえらぶことができる。また印をつけたために起る不都合は全くない。ぜひ実行せられたい。

(1)の数の第1は相対3位の数，第2は相対2位の数，第3は相対1位の数である。そして計算はすべて相対位だけについて行い，最後の答の絶対位は視察によつて知る。この方法でほとんどすべての場合に不都合がない。

(4) ダイヤルの使用場所

通常の設計計算などでは，ダイヤルの使用場所は，規準の相対1位を数置きダイヤルが7位，左ダイヤルが7位とするのが最も使いよい。従つて右ダイヤルの規準の位は 13 位となる。加減乗除すべてこの位置を使うのである。左ダイヤルが 11 桁ある器械では，左ダイヤルの規準の位を3桁左によせて，10位を使うのが便利なことがある。

理論計算にでてくる数の計算においては，しばしば整数または分数だけしかとり扱わない。このような場合には，加減乗除の計算をすべてダイヤルの右端によせて行うのがよい。

(5) クランク ハンドルの回転数を減らすこと

例えば　$574.035\times0.291,835=167.523,5$

を計算するときに，乗数のはじめの 29 をかけるのは，$30-1=29$ のように操作するとクランク ハンドルの不要な回転数が減つて，体の疲れが少くてすむ。1,8 のときにも $2,0-2=1,8$ とする。

このような技巧は割り算のときにも，有効に用いるのがよい。　例えば

$$105.643\div54.206,3=1.948,906\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

を計算するとき，左ダイヤルにまず 1. が立つて，右ダイヤルには 51,436,7 が残る。この数列は除数 54.206,3 によほど近いから，ベルの鳴るのを承知の上でもう一度負回転して，左ダイヤルに 2. を立ててしまう。右ダイヤルは9列負数 99,997,230,4 になる。キャレージを左に送り，一度正回転すると再びベルが鳴つて 2,651,03

* 正員　工博　信州大学教授，工学部土木工学科

となる。そこでキャレージを左に送り負回転してゆく。482,778 が残るが，これも除数に近いからもう一度負回転して9列負数とし，左ダイヤルのつぎの位でクランク ハンドルを正回転する。こうして(2)がえられる。この際右ダイヤルの頭の方に9が残ることがあるのはさしつかえない。

なお割り算を行うときには，右ダイヤルの数列の減り方に注目しながら操作するのが能率がよい。少しなれるとクランク ハンドルの回転速度は掛け算のときとくらべて，それほど遅くないようになるものである。ベルだけを頼りにして割り算を行うのは大変能率がわるい。またある種の計算は右ダイヤルに注目せずには行うことができない。なお掛け算のときあまり速くクランク ハンドルを回すのは，身体の疲れを増すだけである。

(6) 一 筆 操 作

数の計算を間違うおもな原因の中につぎの3つが挙げられる：

a) 数置きを入れ違いする。

b) 左右のダイヤルにえられた答を書きとり違いをする。

c) 左右のダイヤルを払い忘れて，つぎの新しい計算を行う。

これらの誤算の原因から開放せられ，かつ滑らかに計算を進めるため，できる限り一筆に計算すべきものである。一筆に計算すべき場合の例をつぎに示しておく。

$$AB+CD-EF+\cdots\cdots,\quad \frac{B}{A+x^2},$$

$$Ax^3+Bx^2-Cx+D,\quad \frac{A}{B}\pm\frac{C}{D}\pm\cdots\cdots,$$

$$\frac{A'B'C'}{ABC}\cdots\cdots,\quad C\left(\frac{a-x}{B}+\frac{a+x}{B'}\right)y,$$

$$C\left(\frac{1}{B}-\frac{1}{B'}\right)y^2,\quad \text{など。}$$

なお数の計算を能率よく行うには，一般になるべく書き取り，数置きを減らすこと，計算器を流れ作業的に操作することが大切である。ときに2台の計算器を同時に使用するのが便利である。

2. 基 本 の 操 作

(1) $S=a\times b+c\times d-e\times f+\cdots\cdots$ 型の計算

この種類の計算は通常代数和Sの値だけがわかればよい。このようなときには，つぎつぎに重ね入れてしまう。負の項はクランク ハンドルを負回転しさえすればよい。途中でベルが鳴つてもかまわない。おしまいまで入れてしまつて，最後に右ダイヤルが正ならばそのまま計算紙に書きとる。例えば

$$36.5\times 28.1+62.0\times 18.3-12.5\times 7.6=2{,}065.25$$

9列の負数ならば，連乗つまみで数置きにとり，クランク ハンドルを一度負回転しベルの鳴つたのを合図に，右ダイヤルの数列に負号を冠して書きとればよい。例えば

$$71.63\times 0.298{,}1-161.53\times 4.032+82.57\times 6.143$$
$$=(999{,}877{,}291{,}453)=-122.709$$

第1右辺のカッコの中の9列負数は説明のために記しただけである。

この型の計算では必要に応じ，例えば被乗数を3桁下げ，代りに乗数の方を3桁上げるようにする。例えば

$$126.124{,}3\times 26.328{,}12+32{,}605.16\times 0.187{,}523{,}6$$
$$=9{,}434.853$$

(2) 逆 数 の 計 算

ある数 N の逆数 $1/N$ を求める必要はしばしば起る。これを求める方法には，しいて分ければ4通りある：

a) 分子の1を右ダイヤルにとつて，後 N で割る（初等の方法）。

b) N を数置きにとり，右ダイヤルに 00,999,999,……の数列を作る方法（九列法）。

c) 分子1はとらずに，N を数置きにとり，右ダイヤルに 1.000 を作る方法（試し掛けの方法（**2.(3)** 項)。

d) N を数置きにとり，右ダイヤルに 99,000,000…を作る方法(九列温存法または補数法（**2.(3)** 項)。

上の4法のうち，a) は全くまずくて能率がわるい。最もすぐれているのは d) である。d) は補数を使う割り算の特殊な場合に当つている（**2.(3)** 項)。以下には d) だけについて例題によつて手順を記そう。例えば

$$\frac{1}{257.1}=0.003{,}889{,}537,\quad \frac{1}{35.09}=0.028{,}498,$$

$$\frac{1}{5.463}=0.183{,}050\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

(3)の第1の分数の分母は3位（一般には相対3位)の数である。これの逆数は明らかに相対1位である。第2の分数の分母は相対2位，従つてその逆数は相対2位である。第3の分数の分母は相対1位，従つてその逆数は相対3位である。

まず 257.1 は数置きの 9～6 位にセットせられ，左ダイヤルのインジケータは 10 位にある。この位置でクランク ハンドルを逆回転すると当然にベルが鳴つて，右ダイヤルは 99,742,9。右ダイヤルに注目しながら負回転を続けて 99,228,7。228,7 から 257,1 はもう引けないから，キャレージを左に送り負回転を続ける。最後は 23,02 が残る。よつてキャレージを左に送る。このように操作を続けて(3)の第1の逆数をうる。この際必要に応じクランク ハンドルの回転数減少の術を用いる（**1.(5)**項)。

(3)の第2，第3の逆数も，はじめのインジケータの位置が上のようにわかつているから同様に計算せられる。

(3)のいずれの場合も，右ダイヤルは 99,000,000……または 99,999,000,000…… のようになり，これが左ダ

イヤルの答の位取りの正しかつたことの検証に役立つ。

分母がもつと大きな数または小さな数でも，(3) と同様に計算せられ，真の位取りは直ちに判断できる。例えば $\dfrac{1}{257,100}=0.000,003,889$, $\dfrac{1}{0.035,09}=28.498$

(3) 分数値の計算

分数 A/B を計算するには，つぎの3つの方法がある：

a) 通常の方法（A の数列が多いとき）

b) 試し掛け法（A の数列が 3～4 桁のとき）

c) 補数法（A の数列が 1～2 桁のとき）

b)，c) の方法はいずれも，ただちに分母Bを数置きに入れる。b) は試し掛けによつて A を右ダイヤルに作る方法であり，c) はクランク ハンドルを常に負にまわしながら，Aの補数を右ダイヤルに作る方法である。分子Aの数列が 3～4 桁のときは，計算器になれてくると，b) の試し掛け法が大変便利であろう。

(4) $\dfrac{A'\times B'\times C'\times\cdots\cdots}{A\times B\times C\times\cdots\cdots}$ の計算

例として

$$\frac{18.79\times 86.01}{32.51\times 56.28}=0.883,293$$

a) まず分母を連乗して $32.51\times 56.28=1,829.662,8$。

b) これを連乗つまみで数置きに移し，試し掛けで 18.79 を作り，左ダイヤルに 10,269,651 をうる。

c) 数置きに 86.01 をセットし，払い掛けによつて $86.01\times 10,269,651$ を作れば上の答をうる。

分母，分子の因数がもつと多くても同様に計算できる。ただし答の絶対位が視察によつて明らかでない場合には注意を要する。上のたぐいの分数の計算を試し掛け，払い掛け，通常の割算の順に行つて

$$\frac{A'}{A},\ \frac{A'}{A}\times B',\ \frac{A'\times B'}{A}\div B,\ \frac{A'\times B'}{A\times B}\times C',\ \cdots\cdots$$

のように行つてもよい。しかし絶対位に心配のいらない場合には，はじめの方法の方が流れ作業的に操作できて，心が疲れないのですぐれている。

(5) 分数の和および差

例えば

$$S=\frac{62.53}{48.61}+\frac{80.24}{93.50}-\frac{42.36}{35.18}=0.940,449\cdots\cdots(4)$$

をうる順を示そう。それには分子の数列が多いときと，少いときとによつて使いわけた方がよい。

a) 分子の数列が多いとき：左ダイヤルを払わずに各分数の商をつぎつぎに重ね入れする。80.24 と 42.36 を入れるときに，左ダイヤルの規準の位において2だけ増すから，この位にポインターを心覚えにセットしておく。

この方法では左ダイヤルは 2.940,449 となるから，2 を引いて 0.940,449 を記入する。なお (4) の第3項はクラッチを逆におとして割り算を行う。

b) 分子の数列が 3～4 桁までのとき：各分数の計算は分母だけを数置きにとり，試し掛けによつて右ダイヤルに分子を作り，左ダイヤルを重ね入れする。

この方法のときは，左ダイヤルにあらわれた数列がそのまま所要の答である。この方法でももちろん (4) になる。(4) の答が負になるときは，左ダイヤルには9列負数があらわれる。このときにはその補数を暗算で求めながら計算紙に書きとる。

(6) 払い掛け算

左ダイヤルにあらわれた数列にある別な数を続いて掛ける必要の起ることがある。例えば

$$\left(\frac{1}{165.289}+\frac{1}{203.251}\right)\times 153.401=1.682,814$$

を計算しよう。カッコの中の2つの逆数の和（いくつあつてもよい。また負の項があるときはクラッチを逆に切ればよい）は左ダイヤルに重ね入れして一筆に求まり，10,970,034,371 となる。この数に 153.401 をかけるには，153.401 の方を数置きに入れて，クラッチを負にして 10,970,034,371 をみながら正回転すればよい。そうすると左ダイヤルは消える。自動クラッチの器械はこの際にも使いよい。それには一度わざと負回転させてからまた正回転する。外見はもとと同じであるが，こうすることによつてクラッチは負に落ちているから，続く正回転に対しては左ダイヤルは減つてゆく。この使い方を〝払い掛け法〟と呼んでおこう。この手順は左ダイヤルの数列を数置きにとり直して 153.401 を掛けるよりも，流れ作業的に操作できて楽であることがわかるであろう。この払い掛け算はその他の場合にもしばしば使う。

(7) 最大公約数，既約分数

理論計算にあらわれる数値の処理には，既約分数になおしたり，通分計算を行つたりする必要がしばしば起る。これらは計算器を使つて簡単に行うことができる。例えば

$$\frac{5,096}{161,280}=\frac{91}{2,880},\quad \frac{17,472}{2,580,480}=\frac{13}{1,920}\cdots\cdots(5)$$

をうる順を示そう。分母，分子のうち大きい方，すなわち 161,280 をまず右ダイヤルの最右端に入れる (1，(4) 項)。これから小さい方 5,096 を引けるだけ引く。残りは 3,304 となる。この残りを雑用紙に書きとめたのち，右ダイヤルを払い，クランク ハンドルを一度正回転し，5,096 を右ダイヤルに入れる。つぎに書きとめておいた 3,304 を数置きにとり，5,096 から引けるだけ引く。一度しか引けなくて 1,792 が残る。1,792 を雑用紙に書きとめる。このような操作をくり返すと，最後に 112 と 56 とになり，二度の負回転で右ダイヤルは 0 になる。このとき数置きに残つた 56 が最大公約数である。

書きとめられた数列は(5)の2つの分数について **表—1** のとうりになる。少しなれると，これらの数列は6桁ぐらいまでならば，わざわざ書きとめる必要はなくなる。それには右ダイヤルを払うやいなや，クランク ハ

ンドルを正回転し，払つた数列を忘れないうちにすばやく数置きにとつてしまえばよい。以上の操作中，左ダイヤルには用がないから，左クリヤ レバーは全然操作しない。これを相手にしていると，かえつて本筋の計算を間違えるおそれがある。2数がたがいに素なときは，数置きには最後に1が残る。

表—1 (5) の最大公約数

3,304	12,096
1,792	5,376
1,512	1,344
280	0
112	
56	
0	

最大公約数 56 が数置きに残つたままであるから，

$$5,096 \div 56 = 91, \quad 161,280 \div 56 = 2,880$$

はキャレージ右端で試し掛けを行う。第二の試し掛けを行うのに，はじめの試し掛けのとき左右ダイヤルに残つている 91 と 5,096 とは払わなくてもよい。

少し手のこんだ通分計算の様式を後に示そう（本項は本文では割愛）。

最大公約数が求められたならば，最小公倍数（LCM）は，ただちにえられる。例えば

$$\mathrm{LCM}(720,\ 96) = 96 \times 15 = 1,440$$

（8） Horner 方式

多項式の値を計算器で一筆に計算するのには Horner 方式が便利に使われる。3次式を例にとれば

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = \{(ax+b)x+c\}x+d \cdots\cdots\cdots (6)$$

によつて計算すればよい。

a を数置きに入れ $a \times x$ を作る。それに b を加え，これを連乗つまみで数置きに移し，それを x 倍する。この単純な操作を常数項のところまでくり返せばよい。負の数係数は減ずればよい。ただしこの際ベルが鳴つて9列負数を生ずることがある。このときには操作手順は二とおりある：

a） 連乗つまみを使つて9列負数の補数を作り，これに x をかけ，しかるのちまた9列負数に直してからつぎのべきの数係数を加える。

b） 上の方法はときに混乱を起すことがあるから，ベルが鳴つて9列負数が生じても，かまわずにお終いまで (6) の右辺の順のままで入れてしまう。この操作順ならば混乱を起すことが全くない。そして後で $x^n \times 10^4$ を減ずる方法である[1]。ここに n はベルが鳴つて9列負数を生じた項の次数をあらわす。なおこれは数置きが 10 桁ある通常の器械についてであつて，数置きが9桁までの器械ならば $x^n \times 10^3$ を減ずることになる。

（9） Horner 方式の計算例

例として

$$f(x) = 20\,x^3 - 120\,x^2 + 210\,x - 100$$

の値を $x = 0.355$ に対して計算しよう。前の項の b）の操作法によつて計算するとき，右ダイヤルにあらわれる数列を示せばつぎのとおりになる。

$20 \times 0.355 \to 7.100 - 120 \to 999,887,1$

$\to$(連乗つまみ)$9,887,1 \times 0.355 \to 3,509.920,5 + 210$

$\to 3,719.920,5 \times 0.355 \to 1,320.571,777,5 - 100$

$\to 1,220.571,777,5 - 355 \times 3.55$

$\to$(9列負数)$99,960.321,777,5$

$\to$(連乗つまみ)$9,960.321,777$

$\to$(補数)$990,039.678,223$

よつて

$$f(0.355) = -39.678,223 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

x^2 の係数 120 を減じたときベルが鳴つて 9 列負数が生じたから

$$x^2 \times 10^4 = 0.355^2 \times 10^4 = 355 \times 3.55$$

を減じたのである。前項 **a**）の方法で操作してももちろん (7) と同じ結果になる。数多くの多項式を計算する場合には，通常前もつて9列負数を生ずる次数がわかつているから，$x^n \times 10^4$ をはじめに計算しておく。ただし x^2 は上のようにすればよいから，あらかじめ計算しておくことを要しない。方程式の根の値を減じたものを根とする方程式を作る場合には，中途の値が入用であるから書きとめながら (6) の計算を進めればよい。このときには前項 **a**）の方法しか使えない。

（10） べき級数の計算

多くの超越関数はべき級数で定義せられ，従つてその数値計算もしばしばべき級数によつてなされる。例として

表—2 べき級数の計算例

$x = 45° = 0.785,3984,163$, rad. $x^2 = 0.616,850,275$	
x	0.785,398,163
$\times x^2$ $0.1\dot{6}\dot{6}$ → 166	−80,745,512
$\times x^2$ 050	2,490,395
$\times x^2$ $0\dot{2}3,809\dot{5}24$	−36,576
$\times x^2$ $013,88\dot{8}$	313
$\times x^2$ $009,\dot{0}\dot{9}0$	−2
$\times x^2$ 006,410	
和	0.707,106,781

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

によつて最も収れんの悪い $x = 45°$ のときを計算すれば**表—2** のようである。

(8) の数値計算を行うに先立ち

$$(\text{第2項}) = \frac{x^3}{3!} = x \times \frac{x^2}{6} = (\text{第1項}) \times x^2 \times 0.16\dot{6},$$

$$(\text{第3項}) = \frac{x^5}{5!} = \frac{x^3}{3!} \times \frac{x^2}{20} = (\text{第2項}) \times x^2 \times 0.050, \cdots\cdots$$

に注目すれば，各項の値は連乗操作の中途の値を計算紙に書きとめ，それらを加えさえすればよい。かくして $\sin 45° = 0.707,106,781$[2] をうる。

このようにあらかじめ

$$\frac{1}{2\times 3} = 0.16\dot{6}, \quad \frac{1}{4\times 5} = 0.050, \quad \frac{1}{6\times 7} = 0.0\dot{2}3,809,\dot{5},$$

1） その理由などについては拙著："計算器の自動操作法" 122 ページ参照。

2） $\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2} \times 1.414,213,562,373,\cdots$
$= 0.707,106,781,186,\cdots$

$$\frac{1}{8\times 9}=0.013,\dot{8},\cdots\cdots$$

のような数係数を小数値になおして，表—2 の第1欄に記入しておいてから連乗操作をはじめる。相つぐ項の絶対位を見誤ることは通常ない (1(3) 項)。

またある種の多項式(例えば Legendre の多項式) の数値計算を数多く行うときには，Horner 方式 (2(7) 項) よりも，かえつて表—2 の型で操作した方が能率のよいことがしばしばある。

(11) 数表による三角関数の計算

例として cos 67°31′20″.2＝0.382,324,20 ……(9)

を求める手順を記そう。まず首位の 382 が計算紙に記入せられる (表—3)。

数置きは4位，左ダイヤルも4位を規準の位置にとるのが都合がよい。7桁数表 (表—3) から

145,9－414,7→999,731,2(9列負数)

→(補数)268,8×20.2×16,667→90,497,809—414,7

→999,675,798(9列負数)→(補数)324,202

これが (9) の右辺に追記せられる。

関数値の増減にかかわりなしに，常に形式的に引数の大きい方の関数値から，引数の小さい方の関数値を機械的に引く習慣にしておくのが迷いがなくてよい。上の計算中 16,667 を掛けるのは，秒の値を 60 で割つて，分の小数部に直すためである。なお (9) が中途の値であるときには，丸めの誤差の不要な集積をさけるため，8位までとつておくのが数計算上のならわしである。

表—3 抜き書き

0.382,145,9	32′
0.382,414,7	31′
cos x	67°

3. 平方根，立方根の計算

(1) 平方根の計算

計算器で平方根を求めるのに $1+3+5+\cdots\cdots+(2n-1)=n^2$ を利用する方法は全く能率がわるい。

平方根の計算には Newton 逐次近似法を用いるのがよい。いま $\sqrt{N}=x_1$ とする。x_1 は粗な近似値である。その補正値を ϵ として $\sqrt{N}=x_1+\epsilon$ と書き，両辺を平方し ϵ^2 を省いて ϵ の1次方程式を解き

$$\epsilon=\frac{1}{2x_1}(N-x_1{}^2)=(N-x_1{}^2)\times 0.5\div x_1 \quad\cdots\cdots(10)$$

または x_2 を改良せられた近似値として

$$x_2=x_1+\epsilon=(x_1{}^2+N)\times 0.5\div x_1 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

(10), (11) の2式ともに計算器で一筆に操作される。

出発値 x_1 には計算尺または粗な数表の助けをかりる。ϵ の桁数は原則として x_1 の桁数と同一または1桁ひかえる。しかし以下には，手回し計算器独自の能率のよい方法を述べよう。それは x_1 を粗な平方根，ϵ を補正値として，Newton 近似式を

$$N=x_1(x_1+2\epsilon)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

の形で利用する方法である。(12)を巧みに利用するだけで数表や計算尺の助けをかりずに，計算器のダイヤルー杯の 8～10 桁まで平方根を能率よく求めうる。

(10)式は 8～10 桁以上に桁多く平方根を求めるとき，続く補正値をだすのに有効に使われる (本項省略)。

与えられた数 N の平方根の首位数1つはただちにわかる。続く第2位の数はわからないが，(12)式を使つて簡単に求めることができる。それには第2位の数に小さ目の当て推量の数を仮定し，これを修正するのである。始めの2つの数がきまれば，続く2つの数が (12) によつてえられ，合計4桁の値がえられる。この4桁についてさらに (12) を使えば8桁まで平方根の値がえられる。

しかしこれはおよその規準であつて，実算に当つては補正値の首位数の大小，さらにもとの近似根の首位数の大小によつて，続く補正値の有効な桁数には変化がある。

(2) 平方根の計算例

例として $\sqrt{3}$ を小数9位まで求めよう。小数1位を当て推量で5としてみて，$(1.5)^2=2.25$ を作る。そこで左ダイヤルの 1.5 を払つて，インジケータが5の位置 (相対3位) でクランク ハンドルを偶数回だけ正回転し，右ダイヤルの 2.25 を 3.00 に近づける。4回の正回転によつて，右ダイヤルは 2.85 となる。さらに2回まわせば 3.15 となり，3.00 を越してしまう。4回で止めた意味は (12) から，

$$1.5(1.5+2\times 0.2)=2.85$$

よつて 4÷2＝2 を5に加えて，$\sqrt{3}=1.7$ がきまる。よつて数置きの5のレバーを7まで進ませればよい。つぎに $(1.7)^2=2.89$ を作り，左ダイヤルを払つた後，ハンドルを正回転して，2.89 を 3.00 に近づける。この際右ダイヤルには 3,009 を作つてしまい，9 を割り算の要領で 0 に落してゆくのがよい。左ダイヤルには 64,7 があらわれる。これの意味は

$$3=1.7(1.7+2\epsilon)$$

において，$2\epsilon=0.064,7$ であることである。よつて $\sqrt{3}=1,732$ までをうる。かくして順次に

$$\sqrt{3}=1.5,\ 1.7,\ 1.732,\ 1.732,050,808\cdots\cdots(13)$$

をうる。計算紙上にはつぎつぎの補正値を書き足して行けばよいから，単に $\sqrt{3}=1.732,050,808$ が記入せられるだけである。

与えられた数 N の桁が多くても，上と全く同様にして計算せられる。例として $\pi=3.141,592,654$ を上の方法で平方に開けば[3)]

$$\sqrt{\pi}=1.7,\ 1.77,\ 1.772,45,\ 1.772,453,851.$$

また $\sqrt{e}=1.648,721,271,\ \sqrt[3]{e}=1.284,025,417.$

(3) 求めた平方根の検算

前例の $\sqrt{3}$ の場合について説明しよう。(13) に誤

3) $e=2.718,281,828,459,045,235,360,287,474\cdots\cdots$.
$\pi=3.141,592,653,589,793,238,462,643,383,279\cdots\cdots$.

算がなかつたか，また最後の小数9位の8は正しいかどうか，これらをきまりつけるために検算を行わねばならぬ。それは簡単な仕事である。まず (13) を平方して，

$(1.732,050,808)^2=3.000,000,001,49.$ ………(14)

よつて平方根の値の小数9位の8は過大の8であることを知るが，もしかしてこの末尾数字は7の方が正しいのではなかろうかという疑問が起つたとする。これをきまりつけるには十分の近似をもつて

$(1.732,050,807)^2=1.732,050,808\times 1.732,050,806$

であるから，(14) の平方計算を行つた最後のインジケータの位置（左ダイヤル1位）において，試みにクランクハンドルを2回負回転してみさえすればよい。すなわち

$(1.732,050,807)^2=2.999,999,998,02$ ………(15)

この (15) の方が (14) よりも 3.00 からもつと遠ざかつていることを見て，上の末尾数字は7でなくて8の方が正しいことを知る[4]。この操作はまた末尾数字を修正するときにも有効に使うことができる。

（4） 立方根の計算

与えられた数 N の立方根を求める計算も，上の平方根を求める技巧と同様で，$\sqrt[3]{N}=x_1+\varepsilon$ の両辺を3乗して，(12) の代りに

$N=x_1{}^2(x_1+3\varepsilon)$ ………………………………(16)

を使えばよい。計算器だけによつて立方根を求める際には3乗九九

$2^3=8,\ 3^3=27,\ 4^3=64,\ 5^3=125,\ 6^3=216,$
$7^3=343,\ 8^3=512,\ 9^3=729$

は記憶していなければならない。

立方根を求める別の手順として，

$$\varepsilon=(N-x_1{}^3)\frac{1}{3x_1{}^2},\ x_2=x_1+\varepsilon=(2x_1{}^3+N)\frac{1}{3x_1{}^2}$$
………………………………………(17)

を利用してもよいが，このときには $3x_1{}^2$ の数列を別に書きとめなければならぬ。立方根の計算も (16) の方式によるのが最も能率がよい。

(17) のはじめの式は立方根の精密な値を求めるときに使われる。(16) によつて 9〜10 桁までの立方根がえられたならば，これに続く9桁は (17) のはじめの式によつてえられるから，立方根を 18〜19 桁まで求める計算はたいした苦労ではない。

（5） 立方根の計算例

例として $\sqrt[3]{558.276}=8.234,103$ を求めよう。3乗九九により，首位数は 8. である。よつてまず $8^3=8^2(8+0)=512$ を作る。数置きには $8^2=64$ がある。左ダイヤルの8を払つて，512 を 558.276 に近づくようにクランク ハンドルを $3n$ 回まわすと，順次に

$8^2(8+3\times 0.1)=531.2,\ 8^2(8+3\times 0.2)=550.4,$
$8^2(8+3\times 0.3)=569.6$

550.4 のとき左ダイヤルには相対3位に6があらわれている。この6を3で割つて2。よつて所要の立方根は2桁までは 8.2。一般には立方根のときも，第2位の数は小さ目の当て推量の数を仮定して上の操作を行う。ついで $8.2^3=551.368$ を作り，左ダイヤルの 8.2 を払つた後，この左ダイヤルを 558.276 に近づける。左ダイヤルには 102,7 が立つ。(16) により $3\varepsilon=102,7$ であるから，$102,7\div 3=034,2$。この計算を行うには，333,333 を数置きにとり，102,7 を払い掛け（2(6)項）するのがよい。かくして4桁までは $\sqrt[3]{585.276}=8.234$。同様の操作をくり返して，$8.234^3=558.254,956,904$，$310,376\div 3=103,459$。よつて

$\sqrt[3]{558.276}=8.234,103,\quad 8.234,103,457$ …(18)

（6） 求めた立方根の検算

上のようにしてえた立方根が最後の桁まで正しいかどうかの検算は

$N=(x_1\pm\varepsilon)^3=x_1{}^2(x_1\pm 3\varepsilon)$ ………………(19)

を利用すればよい。上の (18) の場合について説明すれば，まず

$(8.234,103,457)^3=558.275,999,931.$ …(20)

（位取りの処置に少し技巧を要する）

(19) において $\varepsilon=+0.0^6,001$ としてみると，上の右辺の3乗の数列を求めた最後の段階（インジケータが末尾の位置）において，単にクランク ハンドルを3回正回転してみさえすればよい。かくして

$(3.234,103,458)^3=558.276,000,134$ ………(21)

(20) の右辺と (21) の右辺とをみくらべるに，明らかに (20) の方が与えられた数 $N=558.276$ に近い。よつて (18) は末尾まで正しい。

（7） n 乗根の計算

平方根，立方根を求める上の手続きと同様にして，5乗根，7乗根などを求める計算は

$N=x_1{}^{n-1}(x_1+n\varepsilon)$

を利用すればよい。左ダイヤルにえられた数列を n でわつて ε を出すことになるから，$1/n$ を数置きにとつて[5]，払い掛けをする。かくして例えば

$\sqrt[5]{e}=1.221,402,758,\ \sqrt[7]{e}=1.153,564,995,$
$\sqrt[11]{e}=1.095,169,440$

求めた n 乗根についての検算も前と同様にして，n 乗した計算の最後の段階で（インジケータ1位にて）クランク ハンドルを n 回正または負に回転してみて行う。

なお筆者は乗法，除法，三角関数，対数，平方根などの桁数の多い場合の計算に関し，精密計算法および超精密計算法を計算器で能率的に行う方法についても私案を得ているが，ここでは省略する[6]。

4) 実は第32項(本項省略)により，$\sqrt{3}=1.732,050,807,568$……．

5) 基数 2,3,4,……9 による割り算は，これらの逆数をかける。筆者は $1/7=0.\dot{1}42,85\dot{7}$ を記憶していて，よく便利に使つている。

6) これらも含んでもつとくわしく記した私的な印刷物ができたから，申し越しがあれば無代進呈する。宛先：長野市若里 500，信州大学工学部　谷本勉之助。