【資　料】

ランガー橋不静定力の近似計算法

——主としてランガー桁について——

成　瀬　輝　男*

まえがき　不静定構造物を設計する場合，たとえば2ヒンジアーチ，固定アーチ，ラーメンなどの場合には不静定量を求めるための近似解法があつて，新たに設計を行う際の予備計算および既設構造物の概算応力を照査する場合に利用されている。

ランガー橋においてはこの種の近似解法がないので，筆者はこの問題をここに検討した。すなわち，主としてプレートガーダーを補剛桁に用いたいわゆるランガー桁について不静定量を求める近似解法をのべ，この不静定量の近似解法による値と精密解法による値とを比較してその精度をしらべ，この近似影響線によつて求めた応力を精算値と比較検討し，さらにランガートラスの不静定量の近似解法についてのべたものである。

1．ランガー桁不静定力の近似的解析

一般に扱われるように，アーチリブの水平分力 X_a を不静定力と考えた場合，X_a 影響線は次の形で与えられる。

$$X_a=\frac{\displaystyle\int_0^l \frac{M_0M_a}{I}dx}{\displaystyle\int_0^l \frac{M_a^2}{I}dx+\int_0^l \frac{N_a^2}{A_g}dx+\Sigma\frac{S_a^2}{A}s} \quad (1)$$

ここに　M_0：$X_a=0$ の場合の補剛桁曲げモーメント

M_a：$X_a=-1$ の場合の補剛桁曲げモーメント

N_a：$X_a=-1$ の場合の補剛桁の軸力

S_a：$X_a=-1$ の場合のアーチリブおよび吊材の軸力

s：アーチリブおよび吊材の部材長

A：アーチリブおよび吊材の断面積

A_g：補剛桁の断面積

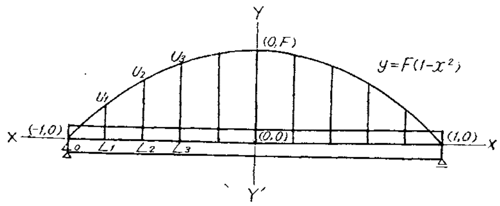
I：補剛桁の断面2次モーメント

式 (1) において分母の第2項および第3項は，第1項に比較して非常に小さく普通 2～3% 程度にすぎない。そこでいまこれらの項を省略すると式 (1) は次のような簡単な形になる。

$$X_a=\frac{\displaystyle\int_0^l M_0M_a dx}{\displaystyle\int_0^l M_a^2 dx}\cdot\alpha \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

式 (2) において M_0, M_a はともに支間 l およびライズ f によつて定まる定値である。すなわち，式 (2) で X_a は補剛桁の断面積および断面2次モーメント，アーチリブおよび吊材の断面積とは全く無関係の形になつていることがわかる。また係数 α は式 (1) でその分母の第2,3 項を省略したこと，同じく式 (1) の補剛桁の断面2次モーメントⅠを一定とみなしたこと，および実際は多角形をなすアーチリブを曲線と仮定したこと，などによる影響を補正するための係数であつて，α の数値については後にのべる。

図—1



式 (2) の分母分子は，図—1 に示した骨組図を参照して，

$$\int M_a^2 dx=2\int_0^1 y^2 dx=2F^2\int_0^1(1-x^2)^2dx=\frac{16}{15}F^2$$

支間中央に単位荷重を載せた場合

$$\int M_0M_a dx=\int_0^1 y dx-\int_0^1 xy dx$$

$$=F\int_0^1(1-x^2)dx-F\int_0^1 x(1-x^2)dx=\frac{5}{12}F$$

ここに F は計算の便宜上 $l=2$ とした場合のライズである。よつて，

$$X_a=\frac{5}{12}\,\frac{15}{16}\,\frac{1}{F}\,\alpha=0.195\,\frac{l}{f}\alpha \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

式 (3) の形は2ヒンジアーチの近似解に使われるものと全く同型である（成瀬勝武：弾性橋梁，p.171 参照)。このことからランガー桁と2ヒンジアーチとは，その不静定解析において，きわめて相似した性質をもつているということができる。ただ，2ヒンジアーチでは曲げモーメントと軸力との両方をアーチリブが負担するのに対して，ランガー桁では2つの主要構造すなわちアーチリブと補剛桁とがエネルギーを分担して，アーチリブは軸力をとり，補剛桁は曲げモーメントおよびタイメンバーとしての軸力をとつていると考えられる。

* 准員　松尾橋梁KK　東京支店設計部

このようにして支間中央の X_a 縦距は2ヒンジアーチと同型で与えられるが，X_a 影響線の形は2ヒンジアーチの場合には放物線と相似するのに対して，ランガー桁ではこれを正弦曲線とみなした場合に実際値と非常に近いものになる。

2. X_a の精算値と近似値との比較

つぎに式 (3) より得られる支間中央の X_a 影響線縦距を，戦後新たに設計，架設された 10 種類の実例の精算値と比較して，その精度をしらべてみよう。係数 α は式 (3) より，

$$\alpha=\frac{X_a f}{0.195\,l}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

なる形で与えられるが，精算 X_a によつてこれを計算すると，α は表―1 に示す数値になる。このばらつきの平均を取つて $\alpha=0.985$ とおくとき，

$$X_a \fallingdotseq 0.192\frac{l}{f}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

表―2

No.	格点	−1	1	2	3	4	5	6	7	8	計
1	精算 X_a		0.431	0.791	1.028	1.111					5.611
	近似 X_a		0.430	0.794	1.038	1.123					5.647
	精度(%)		−0.2	+0.3	+1.0	+1.0					+0.7
2	精算 X_a		0.263	0.496	0.684	0.809	0.855				5.359
	近似 X_a		0.261	0.497	0.684	0.804	0.845				5.337
	精度(%)		−0.8	+0.2	0	−0.6	−1.2				−0.4
3	精算 X_a		0.399	0.752	1.029	1.205	1.266				8.036
	近似 X_a		0.396	0.752	1.035	1.217	1.280				8.080
	精度(%)		−0.8	0	+0.5	+1.0	+1.0				+0.5
4	精算 X_a	−0.236	0.378	0.718	1.000	1.200	1.275				7.867
	近似 X_a	−0.247	0.391	0.743	1.022	1.141	1.265				7.859
	精度(%)	−4.7	+3.4	+3.5	+2.2	−5.0	−0.7				−0.1
5	精算 X_a		0.382	0.721	0.987	1.159	1.219				7.717
	近似 X_a		0.374	0.711	0.979	1.150	1.210				7.638
	精度(%)		−2.1	−1.3	−0.8	−0.8	−0.7				−1.0
6	精算 X_a		0.417	0.789	1.080	1.265	1.329				8.431
	近似 X_a		0.416	0.790	1.087	1.278	1.344				8.486
	精度(%)		−0.3	+0.1	+0.7	+1.0	+1.1				+0.7
7	精算 X_a		0.349	0.676	0.957	1.172	1.307	1.352			10.274
	近似 X_a		0.353	0.682	0.964	1.164	1.316	1.363			10.321
	精度(%)		+1.1	+0.9	+0.7	−0.7	+0.7	+0.8			+0.4
8	精算 X_a	−0.337	0.334	0.651	0.940	1.145	1.286	1.334			10.046
	近似 X_a	−0.344	0.344	0.664	0.939	1.150	1.283	1.328			10.088
	精度(%)	−2.0	+2.9	+2.0	−0.1	+0.4	−0.2	−0.4			+0.5
9	精算 X_a		0.259	0.505	0.731	0.930	1.098	1.226	1.306	1.333	13.443
	近似 X_a		0.260	0.510	0.740	0.942	1.107	1.231	1.307	1.332	13.525
	精度(%)		+0.3	+1.0	+1.2	+1.3	+1.7	+0.3	+0.1	−0.1	+0.6
10	精算 X_a	−0.302	0.300	0.584	0.837	1.047	1.203	1.299	1.332		11.872
	近似 X_a	−0.299	0.299	0.583	0.838	1.051	1.211	1.310	1.344		11.928
	精度(%)	+1.0	−0.3	−0.1	+0.1	+0.4	+0.6	+0.8	+0.9		+0.6

表―1 に X_a 近似値としてあげたものは式 (5) から算出したものである。

X_a 影響線は正弦曲線をなすと仮定して各格点の縦距を求め，その結果を精算値と比較すると表―2 のようになる。表―2 に列挙した 10 種類の実例は普通ランガー桁でとられるあらゆる型を含んでいる。すなわち下路型式，上路型式（逆ランガー），補剛桁が単腹鈑である場合あるいは複腹鈑である場合，さらに主径間の外側に突桁部がある場合などであり，またその l/f の値も実用的な範囲全般にわたつていると考えられるので，この近似解を例証するための実例として十分のものと考える。

表―1

No.	型式	補剛桁	l(m)	f(m)	l/f	精算 X_a	α	近似 X_a	精度(%)
1	下路	単腹鈑	38.00	6.50	5.85	1.111	0.973	1.123	+1.0
2	上路	〃	44.00	10.00	4.40	0.855	0.998	0.845	−1.2
3	下路	〃	50.00	7.50	6.67	1.266	0.973	1.280	+1.0
4	〃	〃	56.00	8.50	6.59	1.275	0.992	1.265	−0.7
5	〃	〃	59.80	9.50	6.30	1.219	0.992	1.210	−0.7
6	〃	〃	63.00	9.00	7.00	1.329	0.974	1.344	+1.1
7	〃	〃	67.56	9.50	7.10	1.352	0.976	1.363	+0.8
8	〃	複腹鈑	90.00	13.00	6.92	1.334	0.988	1.328	−0.4
9	〃	〃	104.00	15.00	6.94	1.333	0.985	1.332	−0.1
10	〃	単腹鈑	105.00	15.00	7.00	1.332	0.976	1.344	+0.9

ここで付言しなければならないことは，補剛桁の上下フランジの大きさの不釣合を少なくするために，またそれに関連して曲げ材としての経済性をうる意味で，アーチリブと補剛桁重心線の結び点に偏心を与えることがある。このような場合に，X_a 影響線は偏心のない場合に対して2％前後ずれるのが普通であるが，表―2 に列挙した諸例はこのような場合を含んでいない。

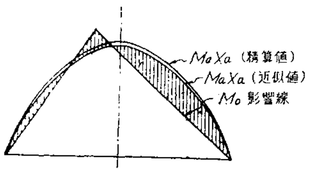
もちろん，偏心を与えてランガー桁を設計する場合でも，その第1回計算では偏心を考えることなしに通常の計算過程をふむのであつて，その場合にもやはりこの近似解を利用することができる。

3. 近似解法による応力と精算応力との比較

この近似解法によるときは，誤差1％前後の精度を有する X_a 影響線をうることができる。しかし，ここで注意しなければならない

ことはこの近似影響線によつてその後の応力計算を行う場合，アーチリブと吊材に対しては最初の精度をみだすことなく，かなり正確な応力値を求めることができるが，図—2 にみるように補剛桁の曲げモーメントについては X_a 影響線における小さな誤差が大きく拡散していく傾向があるので，この程度を検算する必要がある。

図—2



そこで検算方法であるが，求められた部材断面について比較を行うのは断面のもつ余裕の程度などの点で困難なので，ここでは実際に精算された各部分の応力をもう一度近似解法によつて算出し，応力的な面で両者の間にどの程度の開きが出るものかを比較検討してみよう。

とりあげる実例はさきに表—2 において No.5 として示したもので，この橋梁は溶接 I 断面の補剛桁とリベット接合された π 断面のアーチリブをもち，補剛桁応力は核心モーメント法によつて精算されたものである。計算過程を省略して結果のみを示すと表—3 のようになる。表—3 の (+),(−) の記号はそれぞれ正，負の曲げモーメントを最大ならしめる荷重状態を示す。

表—3 ではわづかに一例をとりあげてその結果を示したにすぎないが，この結果から次のようなことがわかる。すなわち，アーチリブにおける応力の差異は非常に少なく，近似計算による応力は精密計算による応力の約 1% 減である。補剛桁における応力の差異はアーチリブにおけるより大であつて，その差異には＋－がある。そして比較的応力値が大なる場合にその差異は約 ±4% であるから，当初の X_a 影響線における誤差は 4～5 倍に拡散している。予備計算の場合には，使用する X_a 影響線に ±1～2% の誤差は許容できるのであるが，最終計算をする場合その X_a 影響線にわづかの誤差があつたとしても，誤差の大きさはその範囲にとどまらず算出された応力の精度を殺してしまうことになるのであつて，精算の場合にはこの点をとくに注意しなければならない。

表—3

アーチリブ

部材	精算応力 (kg/cm²)	近似応力 (kg/cm²)	精度 (%)
L_0～U_1	−1 061	−1 050	−1.1
U_1～U_2	−1 006	−997	−0.9
U_2～U_3	−1 021	−1 007	−1.4
U_3～U_4	−1 064	−1 056	−0.7
U_4～U_5	−1 048	−1 037	−1.0

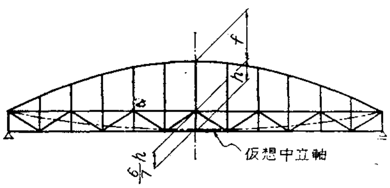
補剛桁

断面		精算応力 (kg/cm²)	近似応力 (kg/cm)	精度(%)
L_1	(+) 上突縁	−496	−437	−11.9
	(+) 下 〃	+1 210	+1 185	−2.1
	(−) 上 〃	+1 050	+1 018	−3.0
L_2	(+) 上突縁	−660	−646	−2.1
	(+) 下 〃	+1 265	+1 291	+1.9
	(−) 上 〃	+1 035	+994	−3.9
L_3	(+) 上突縁	−605	−646	+6.8
	(+) 下 〃	+1 280	+1 309	+2.3
	(−) 上 〃	+975	+932	−4.4
L_4	(+) 上突縁	−406	−472	+16.2
	(+) 下 〃	+1 205	+1 263	+4.7
	(−) 上 〃	+768	+721	−6.1
L_5	(+) 上突縁	−341	−420	+12.3
	(+) 下 〃	+1 205	+1 250	+3.7

4. ランガートラス不静定力の近似的解析

補剛桁がプレートガーダーの場合その中立軸はおおむね水平な直線をなすと考えてよい。しかし，図—3 のようなランガートラスの場合には，中間弦材断面は支点に近ずくほど大となり，下弦材断面は支間中央に近ずくほど大となつて，トラス端部の断面と支間中央の断とは両面弦材ともその差異がいちじるしい。そこで補剛トラスを桁として考えたとき，その中立軸は図—3 に示したように支間中央部に垂れ下がる放物線であると仮定する。

図—3



支間中央における中間，下弦両弦材の最大作用応力を調べてみると，通常中間弦材の圧縮 1 に対して下弦材に引張り 5～7 の割合をなすので，補剛トラスの仮想中立軸は支間中央で構高の 6/7 付近にあると考えてよい。このとき仮想中立軸に対するアーチリブのライズは $f+6h/7$ となり，支間中央における X_a 縦距は式(3)の場合と同様に，

$$X_a=0.195\frac{l}{f+6\,h/7}\alpha \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

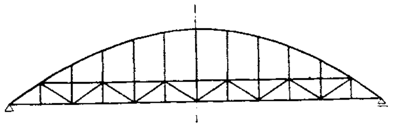
ランガー桁の場合と同様に，精算 X_a よりおのおの α を計算しその平均をとつて $\alpha=0.928$ とおくと，

$$X_a \fallingdotseq 0.181\frac{l}{f+6\,h/7} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

表—4 に近似 X_a として示した数値は式 (7) によつて求めたものである。現在手許に集めたこの 9 種の資料について調べてみると，ランガートラスの X_a 影響線は必ずしもランガー桁の場合のようによい精度で正弦曲線にのせることはできない。とくに比較的小支間の場合大きなずれを示す結果がでているが，このようにして概算された X_a 影響線によつて予備計算を行い，トラス各部材の概略断面を想定することはできよう。

なお，ランガートラスで図—4 のような型式がある

図—4



表—4

No.	l(m)	f(m)	h(m)	$l/(f+6h/7)$	精算 X_a	α	近似 X_a	精度(%)
1	59.88	8.00	3.30	5.53	0.988	0.916	1.001	+1.3
2	63.00	7.70	3.30	5.98	1.076	0.923	1.082	+0.5
3	64.00	8.00	3.00	6.05	1.068	0.905	1.096	+2.5
4	66.84	8.50	3.50	5.81	1.034	0.912	1.052	+1.7
5	69.00	8.50	3.50	6.00	1.099	0.940	1.086	−1.2
6	78.68	9.50	3.50	6.30	1.162	0.946	1.139	−1.9
7	85.04	10.50	4.00	6.10	1.111	0.934	1.104	−0.6
8	105.00	13.50	4.00	6.20	1.144	0.946	1.122	−2.0
9	110.00	13.50	5.50	6.04	1.080	0.912	1.093	+1.2

が，これは用いられることも少なく，資料としても集めにくいので，ここには割愛する。

むすび　ランガー橋を設計する場合，従来最初に当面する面倒な問題は各部材断面の想定であるが，手許に豊富な資料がない場合なかなか適確な断面想定を行うことは困難である。ここにのべた近似解法によれば，部材断面の想定を全くすることなしに予備計算を完了することができる。すなわち計算の最初にきわめて簡単に不静定力の近似影響線が得られ，その後の計算は一般静定構造物と同様に力の釣合関係のみで行うことができる。この近似計算法は精算に先立つて行う予備計算に利用できるばかりでなく，既設ランガー橋の概算応力を求める場合，あるいは橋梁架設計画に先立つて各型式の橋梁を比較設計して，その経済性を検討する場合などに用いて便利と考える。

会——員——欄

数字の区切について

正　員　**井　村　智　昭**

4桁以上の数字を書く場合，下位より3桁づつに区切の，をつけることは，一般に行われているが，この3桁づつで区切ることは，ただ文章の上だけでならこれでよいのだろうが，その文字で書かれた数字を，日本語で読む段になると，大変読みにくく不便なことは，日頃こういう数字を扱つておられる人々が，常に痛感せられていることと思う。

例えば1,234,567,000なる数字を読むとなると，ちよつと初めの単位が簡単に言い出せない。これはなぜかといえば最下位の，の上の単位が千で，次が百万，その次が10億という半ぱな位取りになつているからで，日本語では，数の単位は，万，億，兆となつていて，これは4つ区切になつているのである。前の例を12,3456,7000と書けば，最下位の，の上が万で，次が億となり，至極簡単に読めるようになるのである。それをわざわざ，千とか百万を単位に区切るから，はなはだ読みにくいものになつてくるのである。われわれが数字を見た場合に，いちいち言語によつて読みはしないが，頭の中では読んでいるので，数の大きさの概念をうるのに，非常な不便をしのんで無駄な努力をしているわけである。ことに戦後インフレのため，われわれが取扱う数字はきわめて大きくなり，従つて区切の，が2つや3つは常にくつついてくるようになつてきて，簡単に書くためには，下の方の，以下を省略せざるを得なくなつてきている。例えば560千とか，234百万とかいうような書き方が使われているが，これは日本語からいえば全くナンセンスである。邦文で書くなら当然56万とか2億3400万と書くべきで，これなら読む場合でも至極簡単に読めるのである。最近こういう書き方が使われている場合があるが，まだまだ一般化するには至つていない。

しかし欧文で書く場合，例えば英語を例にとれば，単位は thousand, million, billion であつて，これは3つ区切になつているから，数字で書く場合には当然3つ区切を使うべきである。

そこで一つの提案をしたいのであるが，邦文で書く場合は4つづつに区切ることにし，欧文の場合は3つで区切ることにしてはどうであろうか。4つで区切つたり3つで区切つたりしてかえつて混乱するという議論が出るかも知れないが，国内で使う場合は当然4つ区切であるから，一般には全部4つになつてしまい，3つ区切は欧文の一部としてのみ使うよう，覚えこめばよいのである。だからもし学校で教える場合には，最初は4つ区切を教えておいて，欧文の数字を教えるときに，それと一緒に3つ区切を教えるようにすればよいと思う。

3つ区切にすることは，別段規則などで定められているのではなく，欧文からきたのを習慣的に使つているのではないかと思われるので，われわれ日本人に使いよい4つ区切を一般的に使うよう，習慣を改めてはいかがなものであろうか。

（筆者：小田原市役所土木課計画係長）

会—員—欄—に—御—投—稿—を

何でもよいのです。ふだん考えておられること，建設的なご意見，学会に対する注文など，お互いにじつくり検討し合つてみたいと思います。特に地方の会員の方々のご利用をお待ちしております。