

薬品混和池効率の水理学的研究

正員 合 田 健*
准員 植 松 邦 彦**

A HYDRAULIC STUDY ON THE FLOCCULATION PHENOMENA
IN SLOW-MIXING BASINS

(JSCE March 1956)

Takeshi Gōda, C.E. Member, Kunihiko Uematsu, C.E. Assoc. Member.

Synopsis The flocculation phenomena in slow-mixing basins were studied hydraulically on the basis of turbulent transfer theory, as the predominant effects of eddy diffusion on the rate of collision of floc particles were considered superior to the other factors such as chemical conditions or velocity gradients due to mean flow. In the analysis, firstly a few assumptions were made, and the number of floc particles remained after collision at downstream section was computed. The value above obtained is converted to an efficiency-index of flocgrowth. Results of calculations obtained by this theory show some remarkable facts useful for the designing of flocculation basins.

要 旨 薬品混和は急速濾過前処理のかなめであるといえる。その良否が浄水の水質、浄水場の維持管理上におよぼす影響の重大さのために、幾多の研究が積み重ねられたにもかかわらず成果は満足とは言えず、混和池の設計はいまだに経験的な方法から逸脱していない。信頼度の高い、普遍的な基準をうるためには、なお相当な基礎的、理論的研究が必要である。こうした見地に立ち、筆者等は、一連の研究実験の手始めとして、flocの生長に関する水理学的な考察を行った。これは水流の力学的条件が強い影響力をもつ緩速混和の段階について、拡散による粒子相互の衝突合一速度を計算したもので、その結果、混和池設計に関する二、三の基本的要項を明かにした。

1. 概 説

凝集の第一段階でおこる、粒子の電荷放出にともなう coagulation は、W.F. Langelier¹⁾ によつて膠質学的によく説明されている。当初、すなわち極微の粒子が、Brown 運動や急攪拌によつて衝突合体し、1~10 μ 程度の粒子になるまでの時間は、環境条件にもよるが、一般にきわめて短かく数秒くらいであるという²⁾。しかし、粒子はこのように合体成長するにつれ、自身の運動活性が加速的に衰えるので、その成長を早めるべくある時間強い攪拌混合を加えることが必要で、このため数分間の急速混和が不可欠とされている。M. V. Smoluchowski³⁾ は、この段階の凝集機構を、強制攪拌のない場合につき理論的に解明したが、その解析過程はむしろ純力学的な匂いがする。一般に、複雑な界面化学的現象を十分考慮して粒子群の衝突合一

を論ずることは困難な問題である。

可視的な大きさにまで凝塊が成長すれば、これをさらに相互に接触させて大粒化するための、いわゆる緩速混和が必要となるが、流動混和や緩慢な攪拌によつて、生成 floc を破碎することなく成長させるには、水理的な条件の選択が最も重要と考えられる。もちろん、この場合でも floc の界面化学的な性格、媒介流体のイオン交換能等が効率に相当影響するものと考えられるが、floc 相互衝突の機会頻度を支配するものは媒体の運動形式、すなわち混和池の水流状態であり、また粒子自身のそれに対する追従性であると言える。

上のような考えを初めて理論式に応用したのは T.R. Camp⁴⁾ の速度勾配値 (G) 説である。Camp は、floc がそれぞれの位置で流体分子と同じく水平に動きつつ沈降すると仮定し、例えば粒径 d_1, d_2 なる 2 群の floc については、水流に直角な、断面積 $\pi(d_1+d_2)^2/4$ の仮想流管内で、水平速度の相異によつて起る衝突の機会数が、各群粒子数の相乗積、および部分的速度勾配値 G に比例することを示した。同様にして各群の沈降速度の差にもとづく衝突率も求めるが、それには生成 floc の性質を種々仮定せねばならぬので、結局、水流状態に関するかぎり、平均速度勾配値 \bar{G} の意義が重要と考え、

$$G = v / w / \mu \dots\dots\dots (1)$$

(w : 流水単位体積当り単位時間になされる仕事, μ : 見かけの粘性係数) と表わし、開水路流れの場合、および paddle 攪拌の場合につきそれぞれ平均流速、摩擦抵抗係数、径深などを用いて \bar{G} を数式化した。そして米国各地の代表的混和池につき \bar{G} 値を求めたところ、10~74/sec であることから、この範囲の \bar{G} を

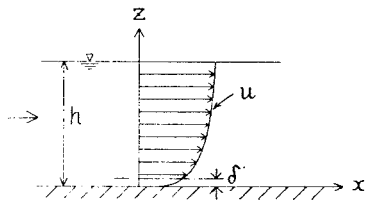
* 京都大学助教授、工学部土木工学教室

** 同 大学院学生、 同

推奨している。また後日³⁾、混和池の滞留時間 T を加えて無次元化した $\bar{G}T$ なる量を新たな指標として紹介している。

これは流体の平均運動を主体とした機械的な取扱いで、確かに一つの興味ある見方であるが、むしろより重要と思われる乱流拡散が考慮されていないし、また \bar{G} の具体的な算定法についても若干疑問があるので、衝突率を新たに論ずるにあたり、まずこの \bar{G} につき、筆者は次のような再検討を行つてみた。

図-1



いま、混和渠内の流れを通常の2次元乱流とみなし、図-1のごとく壁から z の距離における流速を u 、平均流速 \bar{u} 、摩擦速度を u_* 、水深を h 、渦動粘性係数を ϵ 、速度分布対数法則の普遍常数を κ とすれば、 z において単位体積あたり単位時間になされる仕事 w は、

$$w = \rho \epsilon (du/dz)^2, \text{ ただし } \epsilon = u_* \kappa z(1 - z/h) \quad (2)$$

一方、任意断面を通過する流体が、単位時間に失う位置のエネルギーは $W = Q \rho g h_f$ で、損失水頭 h_f を $\lambda(L/h)(\bar{u}^2/2g)$ の形であらわせば、単位体積、単位時間あたりのエネルギー損失は

$$\bar{w} = (\lambda/h)(\rho \bar{u}^3/2) \quad (3)$$

となる。これに対し、速度分布対数法則を用いて(2)式の w を $\delta \leq y \leq h$ で平均すると、

$$\bar{w} = \frac{\rho u_*^3}{\kappa(h-\delta)} \int_{\delta}^h \left(1 - \frac{y}{h}\right) \frac{dy}{y} = \frac{\rho u_*^3}{\kappa(h-\delta)} \left[\log \frac{h}{\delta} - 1 \right] \quad (4)$$

同様に $G (= du/dy)$ の平均をとれば、

$$\bar{G} = \frac{u_*}{\kappa(h-\delta)} \int_{\delta}^h \frac{dy}{y} = \frac{u_*}{\kappa(h-\delta)} \log \frac{h}{\delta} \quad (5)$$

(4)、(5) および (3) から

$$\frac{\lambda}{2h} \bar{u}^3 = u_*^2 \bar{G} - \frac{u_*^3}{\kappa(h-\delta)} \quad (6)$$

$$\therefore \bar{G} = \frac{\lambda \bar{u}^3}{2 h u_*^2} + \frac{u_*}{\kappa(h-\delta)} \quad (6)$$

が得られる。(6)の第2項は(5)により $\bar{G}/\log(h/\delta)$ に等しく、これは小さいから無視でき、また第1項に対しては $u_*^2 = \lambda \bar{u}^2/2$ であるから結局

$$\bar{G} \approx \bar{u}/h \quad (7)$$

となる。このように、開水路等流、またはそれに近い場合は、速度勾配平均値が(7)のような簡単な形で表現され、従つて、混和渠の長さを l 、滞留時間を T とすれば、 $\bar{u}T = l$ であるから

$$\bar{G}T = l/h \quad (7)$$

なる関係が得られ、これが3. 以下でのべる、拡散による衝突率の理論式でも、たまたま重要な意義を有することになる。

2. 乱流拡散による衝突率の計算

各種粒径の粒子が流体内に一様に散布しており、それらが途中で解体することなく相互に衝突、合一するものとすれば、任意時間中の衝突回数是个数減少に等しい。元来 flocculation は強靱、緊密な、かつ沈降の早い flocc を迅速に作ることを目的であるが、化学的条件を度外視して考えれば、結局、衝突合一を促して、早期に大型の flocc とすることが先決である。だから、一定時間流過後の個数減少率を、一種の flocculation 効率と考えてよいわけである。前述のごとく衝突合一は平均運動によつても起るが、むしろ重要と思われるのは乱流拡散の影響であつて、混和池の Re 数が flocc の沈降を随ぐため、一般にかなり高いことから、その効果を検討することはきわめて重要である。

以上の考えにもとづき、個数減少率の計算を行うに際し、flocc は乱流に完全に追従し、かつ合一後解体分離しないとの仮定をおく。

(1) 一般理論 混和池の起点断面において x (流下方向)、 y (横方向)、 z (鉛直上向き)の直交3軸をとり、各軸に直交する平面で囲まれた微小体素 dV について、出入する粒子個数 n の増減を調べる。各軸方向の粒子拡散係数をそれぞれ D_x, D_y, D_z とするとまず拡散そのものによる増分は単位時間に

$$-\left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial n}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial n}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D_z \frac{\partial n}{\partial z} \right) \right\} dV$$

で、また平均運動にもとづく増分 $\partial/\partial x \cdot (un)dV$ があり、さらに、衝突が単位時間中の拡散量 $-D \text{ grad } nV$ に比例しておけると考えると、そのための増分(減少)が

$$-k \left\{ D_x \frac{\partial n}{\partial x} + D_y \frac{\partial n}{\partial y} + D_z \frac{\partial n}{\partial z} \right\} dV$$

であり、その総和が $-\partial n/\partial t \cdot dV$ に等しく、ここで $D_x = D_y = D_z = D$ (const.) とすれば、

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} (un) + D \Delta n + k D \nabla n \quad (8)$$

が得られる。これが個数変化に関する基本方程式であ

り、式中 k は一般に常数でなく、 n の函数と考えられるが、目下未知で、以下便宜上これを一定とする。

(2) 二次元 (x, y) 定常状態に対する衝突率 簡単のため D は (2) 式に示す ϵ の平均値 $\bar{\epsilon}$ と等値とし、巾 $2B$ の矩形開水路につき、 $u = \bar{u}$ とすれば、(8) は

$$\bar{\epsilon}(\Delta n + k \nabla n) - \bar{u} \partial n / \partial x = 0$$

ただし、

$$\Delta = (\partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2), \nabla = (\partial / \partial x + \partial / \partial y) \dots\dots(9)$$

となり、境界条件としては、

$$x = 0; n = f(y) = \frac{2 B n_0}{\sqrt{2 \pi \sigma^2}} e^{-y^2 / 2 \sigma^2} \dots\dots(10)_1$$

$$x = \infty; \partial n / \partial x = 0 \dots\dots(10)_2$$

$$y = 0, B; \partial n / \partial y = 0 \dots\dots(10)_3, (10)_4$$

を与える。 $x = 0$ は特に緩速混和池の起点を意味するわけではなく、ある区間の起点と考える。ここで (10)₁ のような正規分布以外の、任意の $f(y)$ に対しても解は簡単に得られる。上の条件によつて (9) を解くと、

$$\frac{n}{n_0} = \frac{4}{\sqrt{2 \pi \sigma^2}} e^{-\frac{1}{2} k y} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{Y_m(y)}{1 + 4 \mu_m^2 / k^2} e^{-\frac{1}{2}(\eta + \delta_m)x} \times \int_0^B Y_m(y) e^{-y^2 / 2 \sigma^2 + k y / 2} d y$$

ただし

$$\mu_m = m \pi / B, m = 1, 2, 3, \dots\dots$$

$$\eta = k - \bar{u} / \bar{\epsilon}, \delta_m = (\eta^2 + k^2 + 4 \mu_m^2)^{1/2},$$

$$Y_m(y) = \sin \mu_m y + (2 \mu_m / k) \cos \mu_m y \dots\dots(11)$$

をうる。本式によつて、 x, y 方向の拡散にもとづく個数減少を計算することができる。しかし、これでは実用計算に応用しにくいので、 n を断面内で積算した総個数 N を考え、これと起点断面における同様な総個数 N_0 との比

$$M = N / N_0$$

によつて個数減少率をあらわし、一応これをもつて混和効果に関する一指標とする。すなわち、まず

$$N = \int_{-B}^B n(x, y) d y, N_0 = \int_{-B}^B n(0, y) d y$$

を計算し、 M を求めると、結局

$$M = \frac{\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 m \pi S_m (1 - e^{-\frac{1}{2} k B} \cos m \pi)}{B T_m \{(k/2)^2 + (m \pi / B)^2\}} e^{-\frac{1}{2}(\eta + \delta_m)l}}{\sum_{m=1}^{\infty} \frac{2 m \pi S_m (1 - e^{-\frac{1}{2} k B} \cos m \pi)}{B T_m \{(k/2)^2 + (m \pi / B)^2\}}} S_m = \int_0^B Y_m(y) e^{-y^2 / 2 \sigma^2 + k y / 2} d y, T_m = (1 + 4 \mu_m^2 / k^2) \dots\dots(12)$$

となる。上式は一見計算が大変面倒であるが、幸い、 $m > 2$ の各項は第1項に比しきわめて小で、後述するごとく省略しても大差はない。よつて第2項以下を無

視し、衝突率の近似式として次式が得られる。

$$M \cong \exp \left[-\frac{1}{2}(\eta + \delta_1) \right] l \dots\dots(13)$$

両辺の対数をとリ、(13) を無次元項のみで表わすと、

$$\log M = -\frac{1}{2} l \left[\left(a k - \frac{\bar{u} a}{\bar{\epsilon}} \right) + \left\{ \left(a k - \frac{\bar{u} a}{\bar{\epsilon}} \right)^2 + (a k)^2 + \left(\frac{2 \pi a}{B} \right)^2 \right\}^{1/2} \right] \dots\dots(13)_1$$

ここに a は長さの元をもつ任意の量で、たとえば a を混和池の水深 h にとれば、 l/h が渠長と水深の比、 $\bar{u}h/\bar{\epsilon}$ は Reynolds 数^{*}、 h/B が水深と巾の比で、それぞれ混和池設計に際しての主要諸元をあらわしている。ことに l/h は (7)₁ に示すごとく、 $\bar{C}T$ であるから、速度勾配値の意義が新しい観点から再検討されることになり、注目に値する。

3. 理論式の意義

前記理論、とくに (13)₁ によれば、衝突効率は定常状態において $k, l/a, \bar{u}a/\bar{\epsilon}$ 、および a/B に支配される。その詳細を知るため行つた数値計算では、さしあたり $a = h$ として、実際の混和池がとりうる $l/h, \bar{u}h/\bar{\epsilon}, h/B$ の範囲を対象とし、 $1/L$ の元をもつ係数 k については、試算結果から大体 0.01~0.2 (1/m) の範囲とみて検討を行つた。

まず、 $\bar{u}h/\bar{\epsilon}$ は (2) 式の ϵ の平均値、 $\bar{\epsilon} = \kappa u_* h / 6$ をとれば、

$$\bar{u}h/\bar{\epsilon} = (6/\kappa)(\bar{u}/u_*) = 15 \bar{u}/u_*$$

となり、変数に h/B (B を const. とする) をとつて $\bar{u}h/\bar{\epsilon}$ に対しプロットすると、図-2 のようになる。これは $Re, h/B$ を与えて $\bar{u}h/\bar{\epsilon}$ を求めるのに利用される。

次に l/h と M の関係を、 k を変数として示せば図-3 のようになる。図中実線は (13)₁ 式により、破線は (12) 式を5項まで計算したもので、一例を示したにすぎないが、近似計算の誤差は非常に小さく、特に $l/h > 200$ では全く無視でき、まず実用性は十分であることがわかる。また、図に見るように l/h の増大とともに個数比は指数法則で減少するのであるが、この M をいくらにとるかによつて l/h が自ら定まる。また、 k が増大するにつれ効率は上昇するが、これは仮定から考えて当然のことである。なお、 l/h を増大せしめることは、前述のごとく $\bar{C}T$ の増大であるから、数値的にはともかく、定性的には速度勾配値説の主張と矛盾しない。

$\bar{u}h/\bar{\epsilon}$ が効率におよぼす影響は、(13)₁ からわかるように、前述の $\bar{\epsilon} = \kappa u_* h / 6$ を用いて計算した $\eta (= kh -$

* ν のかわりに同じ元の $\bar{\epsilon}$ を用いたもの

図-2 $\bar{u}h/\epsilon$ と $\bar{u}h/\nu$ の関係

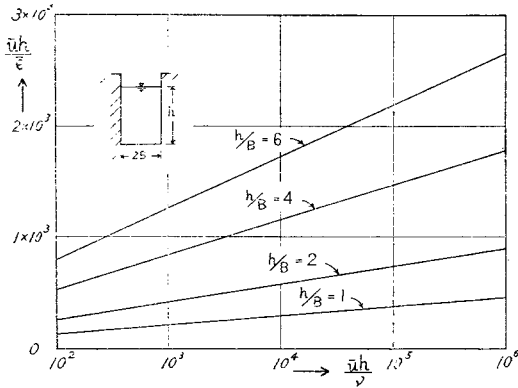
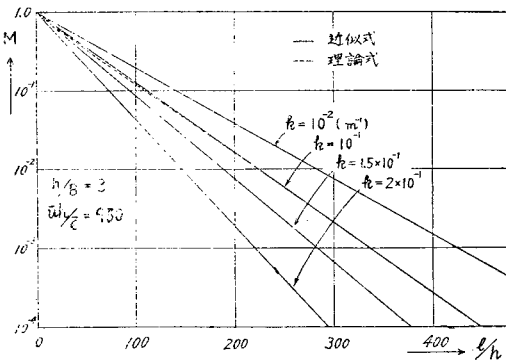


図-3 M と l/h の関係



15 \bar{u}/u_*) について論ずるのがよい。係数 k の性格は目下明らかでないが、 η が大になるほど有利であることが了解される。ところで、渦乱が強すぎると当然 $floc$ の破砕が起るから、効率は低下し、これを (13)₁ でいえば見かけ上 η が、従つて相対的に k が小なることを意味する。このような限界値の検討は今後の研究の一課題である。

4. 混和池設計への応用、および結語

上述の検討結果はまだ定性的な範囲を出ないが、緩速混和池の設計に対して次のように応用しよう。

まず機械攪拌によらない場合、 M は起点における $floc$ の大きさと混和池末端での大きさの比と考えてよいから、沈澱実験の結果等から M のとるべき値を仮定すれば、これに対する $l/h, \eta$ が、たとえば 図-3 を利用して求められる。一般に流通断面を狭く、流路延長を大にとつて、できるだけ l/h を大きくすべきであり、これは速度勾配値を増大させることにもなり妥当であるが、当然 \bar{u} や $\bar{\epsilon}$ の増大をとまらうから、前述 k の限界値を越すことのないよう、考慮の必要がある。過去の実験研究の結果提案された \bar{u} の上限値はま

ちであるが、75 cm/sec 程度⁶⁾ という。(13)₁ 式中の k は通常 $0.01 \leq k \leq 1$ の範囲にあると思われるが、流路を通して一定とはいえず、その定量的な検討は今後の実験研究にまづはかはない。

paddle 式攪拌機等を池中に定置して機械攪拌を行う場合、それは l/h や η の不足を補つて、 M の値を低める役割を果すから、同じ処理量に対し流通断面を広くとりうる。しかし流路途中の攪拌機が、 l/h や η に実際の程度影響するかは、理論的解明が困難で、結局実験結果の解析にまづ方が有利と思われる。そのため筆者は、大阪府水道庭窪浄水場の試験混和池で各種の比較実験を行つた。結果とその検討は稿を改めて論ずることにしたい。

最後に緩速混和時間、すなわち滞留時間であるが、在来の設計にしばしば見るごとく、諸元や混和方式に関係なく 30~40 分をとるのは不合理で、本理論の示すごとく、所要の M をうるべく定められた $l/h, \eta$ 等によつて自ら定まつてくるべきもので、これにある程度水質的な条件を加味して決定すればよい。

本文は緩速混和効率を純物理的に考案した一基礎的研究であつて、まだ論じ足りない点、実験研究にまづべき点が多いが、設計基準の裏づけとなるべきものであり、京都大学教授 石原藤次郎、岩井重久両博士には終始御鞭撻をいただいた。なおまた本研究は、昭和 28, 29 年度文部省科学研究費の援助を得て行つた研究成果の一部であることを付記する。

参考文献

- 1) W.F. Langelier, H.F. Ludwig, R.G. Ludwig : Flocculation phenomena in turbid water-clarification, Trans. A.S.C.E., Vol.118, No. 2540, p.147, 1953.
- 2) T.R. Camp, D.A. Root, B.W. Bhoota : Effects of temperature on rate of floc formation, Jour. A. W. W. A., Vol. 32, No.11, p. 1913, 1940.
- 3) M. von Smoluchowski : Versuch einer mathematischen Theorie der Koagulations kinetische kolloidalische Lösungen, Zeitschrift für Physische Chemie, Vol. 92, seit. 129, 1918.
- 4) T.R. Camp : Sedimentation and the design of settling tanks, Trans. A.S.C.E., Vol.111, p.920, 1946.
- 5) T.R. Camp : Flocculation and flocculation basins, Proc. A. S. C. E., Vol.79, No.283, 1953.
- 6) Amer. Soc. of Civil Eng. : Water treatment plant design, A.S.C.E., Manual, No.19.

(昭.30.8.18)