

浸透水流による築堤斜面の安定性について

正 員 工学博士 久 保 田 敬 一*

ON THE STABILITY OF SIMPLE SLOPE IN THE CASE OF SEEPAGE OCCURING

(JSCE March 1956)

Dr. Eng., Keiichi Kubota, C.E. Member

Synopsis Stability analysis of the simple slope which has been studied up to now is based upon the slice-method or the friction-circle method. The embankment slope which appears to be stable may sometimes break down by action of seepage force. But its failure surface is not always the same as any of the results derived by the above-mentioned analysis, or inconsistency is often the case. The writer applied himself to the solution of this problem, and has derived one available analytical method. He also studied the failure of the slope by model experiments, which have proved his theory to be correct.

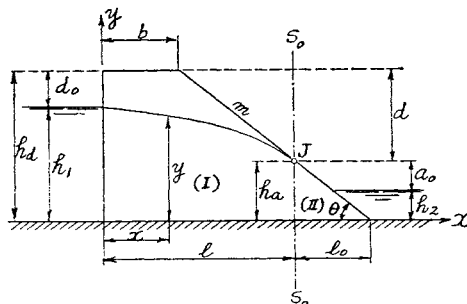
1. まえがき

従来から考えられている、いわゆる斜面の安定論というものは、ある1つの滑面を仮定し、それより上にある土の領域を考え、その土塊に働くすべての外力が滑面に起るすべての内部応力によつて抵抗されるものとする。この外力と全抵抗力とが釣合を保てば、その仮定した面は起りうる滑面であると決定する。浸透水流または間隙水圧がある場合には、これらの水圧をその仮定した滑面に働く外力としてつけ加える。外力と抵抗応力とが平衡を保つように滑面を適当に決定することは、一次的にこれを決定する適切な方法がないので普通には trial によつて算定している。滑面の形もできるだけ計算を簡単にする意味から円弧を多く使用しているが、その形については実験的にもある程度立証されている。単一斜面が崩壊する形式には滑り崩壊と、滑面をもたないスランプまたはフロー崩壊とがある。確定的な破壊強度をもっている土においては滑り崩壊が起ると考えられ従来のような数理的な取扱いができる。粘着力をもつた土の単一斜面が崩壊を起す場合には、はたして上に説明したような滑面を画くかどうかについて、実験的に立証したものは少いが、ある研究者の実験¹⁾によるとこれまでの数理的計算結果と比較して大体よく一致することがわかる。一応安定している単一斜面が、浸透水圧を新たにうけることによつて崩壊するのは土塊が新しい安定勾配を保とうとして移動する結果である。著者はこのような浸透水による築堤斜面の安定性について検討し、実験的にもその崩壊機構を究明し得たのでつきにその概要を述べよう。

2. 浸潤線と浸出点の算定について

堤体が浸透水圧によつて崩壊する領域はつきに説明するように領域IIであると考えられるが、まずその領域の大きさすなわち h_a の判定方法について著者の考察を述べよう。堤体を図に示すように浸出点Jを通る垂直断面 S_0-S_0 によつて領域Iと領域IIとに分ける。

図-1



領域Iについて考えると、この部分の浸透流線はゆるやかであると考えられるから Dupuit-Forchheimer の式がそのまま適用できる。すなわち、

$$\frac{2q}{k}x = h_1^2 - y^2 \dots\dots\dots (1)$$

これが領域Iの浸潤線を表わす式である。ただし y は

$$h_1 \geq y \geq (h_a + h_2)$$

でなければならない。浸潤線を図示するには浸透水量 q がわからなければならない。そこで $x=l$ のとき $y = h_2 + a_0 = h_a$ であるからこれを利用して

$$q = \frac{k}{2l} [h_1^2 - h_a^2] \dots\dots\dots (2)$$

をうる。つきに下流領域IIについて考えると、この領

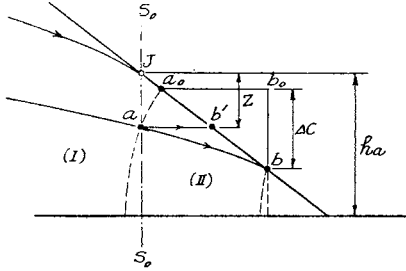
* 神戸大学教授、工学部土木工学教室

域を通る流線もゆるやかであると仮定し、つぎのように2つの場合に分けて考える。

- (1) 下流側水深が0である場合 ($h_2=0$)
- (2) 下流側水深が0でない場合 ($h_2>0$)

いま 図-2 に示す境界線 S_0-S_0 上の一点 a を通る

図-2



流線を ab とする。流体が ab を流れる間に失われるポテンシャルは ΔC である。従つて ab にそつた平均動水勾配は $i = \Delta C / ab$ である。一般に $a_0 b_0 < ab$ であるが $a_0 b_0 \cong ab$ とみなせば

$$i = \frac{\Delta C}{a_0 b_0} > \frac{\Delta C}{ab} \equiv i_{real}$$

とかける。また $\Delta Jab'$ の $\Delta bb_0 a_0$ と近似されるから

$$i = \frac{\Delta C}{a_0 b_0} = \frac{z}{ab'} > i_{real}$$

となる。流線 ab の代りに $a_0 b_0$ をとることについてこれが安全側であり、またあまり大きな誤差を与えない理由としてつぎのように考える。

(a) 斜面勾配がゆるやかな堤体の法先付近においては、等ポテンシャル線はほとんど鉛直線に近くなる。このことについては電氣的測定の結果からも明らかで、たとえば Wyckoff and Reed の実験や丹羽博士²⁾ の行つた実験結果にもその一部が示されており、また村山博士、赤井両氏のレラクゼーション法による計算結果からも明瞭である。

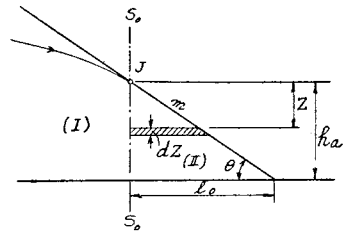
(b) できるだけ均一性を保たせるように作つた堤体においても、 a 点を通る流線は正しく ab を画かないで ab' に近づく傾向をもつ。すなわち堤体は製作上水平層の集りようになるようになる傾向があり、流線は ab にそうよりも ab' にそうて流れるほうが抵抗が少なく流れやすいことになる。この事實は著者の実験において明瞭に認められた。

これらの理由によつて堤体領域 II においても流線をほとんど水平とみなし蔭線を施した部分について考えると、

$$z \cot \theta = mz \dots\dots\dots(3)$$

ここに $m = \cot \theta$ で斜面の勾配を示し、 z は浸出点

図-3



J を通る水平線から測つたその流線までの高さとする。この流線部分に対する動水勾配は、

$$i = \frac{z}{mz} = \frac{1}{m} \dots\dots\dots(4)$$

であるから流速は

$$v = k \cdot i = \frac{k}{m}$$

従つて微分流量は

$$dq = v \cdot dz = \frac{k}{m} dz$$

これを積分して

$$q = \int_0^{ha} \frac{k}{m} dz = \frac{k \cdot ha}{m} \dots\dots\dots(5)$$

をうる。

つぎに $h_2 > 0$ の場合を考える。このときの流量 q を a_0 部分に対する q_1 と h_2 部分に対する q_2 とにわけける。 q_1 は $h_2 = 0$ なる場合と全く同様で

$$q_1 = k \frac{a_0}{m} \dots\dots\dots(6)$$

をうる。 h_2 部分に対しては 図-4 に示すように蔭線を施した部分の長さを考えて、 $z \cot \theta = mz$ 、このときの動水勾配は $i = a_0 / mz$ 、従つて

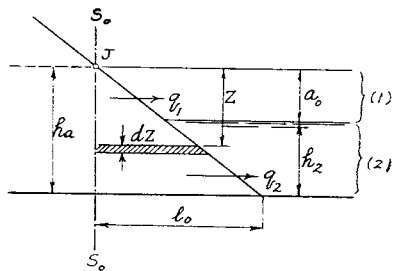
$$v = k \cdot i = \frac{k \cdot a_0}{mz}$$

微分流量は

$$dq_2 = v \cdot dz = \frac{k \cdot a_0}{mz} dz$$

これを積分して

図-4



$$q_2 = \int_{a_0}^{a_0+h_2} \frac{ka_0}{mz} dz = \frac{k \cdot a_0}{m} \int_{a_0}^{a_0+h_2} \frac{1}{z} dz$$

$$\therefore q_2 = \frac{ka_0}{m} \log_e \frac{a_0+h_2}{a_0} \dots\dots\dots(7)$$

$q = q_1 + q_2$ であるから

$$q = \frac{ka_0}{m} \left[1 + \log_e \frac{a_0+h_2}{a_0} \right] \dots\dots\dots(8)$$

をうる。これら (2) 式と式 (5) または式 (8) には a_0, l および q の3つの未知数をそれぞれ含んでいるから、これらを決定するためににもう1つの条件式を見出す必要がある。そのために 図-1 の幾何学的な関係を用いて

$$b + k_d \cot \theta = l + l_0$$

$$l = b + m(h_d - h_a) = b + md \dots\dots\dots(9)$$

をうる事ができる。

つぎに浸出面の長さ a を求めてみると、(2), (5) 両式から

$$h_1^2 - h_a^2 = \frac{2l}{m} h_a$$

この式の l に (9) 式を代入して整理すると、

$$h_a^2 - 2 \left(\frac{b}{m} + h_d \right) h_a + h_1^2 = 0 \dots\dots\dots(10)$$

をうる。従つて

$$h_a = \left(\frac{b}{m} + h_d \right) - \sqrt{\left(\frac{b}{m} + h_d \right)^2 - h_1^2} \dots\dots\dots(11)$$

$$\therefore a = h_a / \sin \theta \dots\dots\dots(12)$$

として浸出面長 a を求めることができる。

$h_1 > 0$ の場合には (8) 式をとかなければならないが、これは一般に手数がかかるので図式解を用いるのが便利である。いま

$$1 + \log_e \frac{a_0+h_2}{a_0} = A \dots\dots\dots(13)$$

とおくと (8) 式は

$$\frac{q}{k} = \frac{a_0}{m} A \dots\dots\dots(14)$$

(14) 式を (2) 式に代入して

$$A = \frac{m}{2} \frac{[h_1^2 - (a_0+h_2)^2]}{a_0[b+m(h_d-a_0-h_2)]} \dots\dots\dots(15)$$

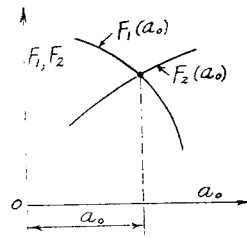
上式の両辺はともに a_0 の函数であるから

$$\left. \begin{aligned} F_1(a_0) &= A \\ F_2(a_0) &= \frac{m}{2} \frac{[h_1^2 - (a_0+h_2)^2]}{a_0[b+m(h_d-a_0-h_2)]} \end{aligned} \right\} \dots\dots(16)$$

とおくことができる。従つてこの2つの函数 F_1 と F_2 とを図示してその2曲線の交点を決定すればその交点の座標は求める a_0 を与える。このようにして浸出点の位置を求めることができる。従来よく用いられる a を求める式としてつぎのものがある。

$$a = \sqrt{(l_0+l)^2 + h_1^2} - \sqrt{(l_0+l)^2 - h_1^2 \cot^2 \theta} \dots\dots(17)$$

図-5



これは A. Casagrande の理論から導いたものであるが、この式から求めた a と (11) 式から求めた a とはかなりのくい違いを示す。しかし (11) 式による結果の方が実験とよく一致することは後に述べるとおりである。

浸出点を正確に求めることは重要なことであるが、一般に簡単でない。浸透水圧による堤体の崩壊は浸出点 J より下にある部分、すなわち領域 II においてまず起るのであつて、この崩壊が原因となつて従来から考えられているような滑り崩壊が二次的に起るものと思われる。

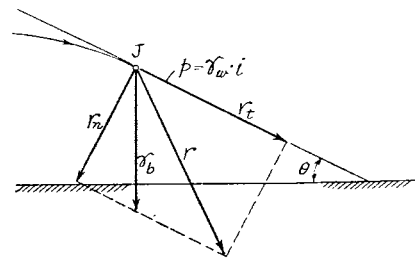
3. 浸透水圧をうけた斜面の安定勾配の算定

浸透水圧をうける斜面の安定を論ずるには、領域 II だけについて考察すればたりる。いま $h_2 = 0$ の場合について考えると、浸潤線は J 点において築堤斜面に接し、J 点における浸透水圧は斜面に平行な方向をとる。従つて水圧も斜面に平行になる。いま J 点に働く外力を考えると、J 点における単位体積当りの土の重量と、斜面に平行に働く浸透水圧とである。水で飽和された土の単位体積重量は

$$\tau_b = (G-1)(1-n)\tau_w \dots\dots\dots(18)$$

である。ここに G は土粒子の比重、 n は間隙率、 τ_w は水の単位体積重量である。浸透水圧 p は $p = \tau_w \cdot i$ である。ただし i は単位体積を考えたときの平均動水勾配である。従つて J 点には p と τ_b との合力 r が 図-6 に示す方向に働く。いま r を斜面の方向と法線

図-6



方向とに分けてそれぞれ r_t, r_n とする。この土の内部摩擦角を ϕ 、粘着力を c とすればこの土のもつてゐる J 点におけるせん断応力は

$$s = c + r_n \tan \phi \dots\dots\dots(19)$$

である。また J 点において斜面に平行に働く力は

$$\tau = \tau_w \cdot i + r_t \sin \theta \dots\dots\dots(20)$$

である。従つて浸出点 J において単位体積の土がこれらの力によつて押し出されないためには $s \geq r$, すなわち

$$c + r_n \tan \phi \geq r_w \cdot i + r_b \sin \theta \dots\dots\dots (21)$$

でなければならない。また $r_n = r_b \cos \theta$ を (21) 式に代入して滑りに対する限界状態を考えると、

$$c + r_b \cos \theta \tan \phi = r_w \cdot i + r_b \sin \theta$$

となる。限界状態のときの動水勾配を $i = i_0$ とすると

$$i_0 = -\frac{r_b}{r_w} (\tan \theta - \tan \phi) \cos \theta + \frac{c}{r_w}$$

をうる。この i_0 は土が浸透水圧によつて押し流されないための限界の動水勾配を示す。さらにこれを書き直して

$$i_0 = r' (\tan \phi - \tan \theta) \cos \theta + c' \dots\dots\dots (22)$$

$$r' = r_b / r_w, \quad c' = c / r_w$$

とする。J 点における動水勾配は $i_J = \sin \theta$ であるからこれを用いればこの斜面が安定であるためには、

$$r' (\tan \phi - \tan \theta) \cos \theta + c' > \sin \theta \dots\dots\dots (23)$$

でなければならない。いま $f_s \geq 1$ なる係数を用い

$$r' (\tan \phi - \tan \theta) \cos \theta + c' = f_s \sin \theta \dots\dots\dots (24)$$

と書く。浸出点における傾斜はその限界動水勾配よりもゆるやかでなければならない。 f_s は最大の傾斜角 i_J に対してどれだけの安全さをもっているかを角の正弦比で表わしたもので一つの安全率と考えることができる。

浸透水流の影響をうける斜面が安定であるための条件は水で飽和された土の比重量 $r' = r_b / r_w$ とその土の c' および内部摩擦角 ϕ に関連して、浸透水流の状態には無関係に推論できる。 r' は $r_w = 1$ とすれば $r' = r_b$ となる。 r_b は普通の土では $n = 0.3 \sim 0.4$ であるから大体 $r_b \geq 1$ とおくことができ、従つて $r' \geq 1$ とおける。また土の粘着力が小さく $c' \approx 0$ とおけば (24) 式は

$$\tan \theta' = \frac{1}{f_s + 1} \tan \phi \dots\dots\dots (25)$$

となる。さらに安全率 $f_s = 1$ である限界状態を考えれば

$$\tan \theta' = \frac{1}{2} \tan \phi \dots\dots\dots (26)$$

となる。 $r' = 1, c' = 0, f_s = 1$ なる限界状態の斜面勾配は (26) 式から簡単に求めることができる。いま W. Bernatzik の提唱する式を示す³⁾,

$$\tan \theta = \frac{r}{r+1} \tan \phi \dots\dots\dots (27)$$

である。ここに r は土の単位体積重

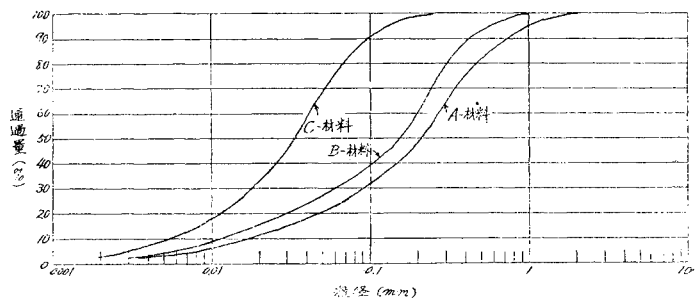
量である。Bernatzik の考え方は Rankine 理論に立脚している。しかしここに提唱した式は Coulomb 式から出発して斜面上の一点に働くせん断力と、これに抵抗する粘着力と摩擦力との平衡を考えた。一般に粘着力を小さいと考えれば (25) 式をうる。従つて著者が得た式には土の粘着力と内部摩擦角の概念が導入されている。また斜面の安全さを安全率の形で推定することができることも便利な点である。

4. 崩壊に関する実験

以上検討したように浸透水圧による築堤斜面の崩壊はまず領域 II において起り、この崩壊に引続いて全般的滑り崩壊が誘発されるものと考えられる。またこの一次的崩壊は浸透水圧をうけて、よりゆるやかな新しい安定斜面を作ろうとして移動崩壊するもので、その新しい傾斜面は (24) 式によつて表わされる角度をなす。これらの考察がはたして実際に起るものであるかどうかを検討するためにつきのような装置と方法によつて実験を行つた。実験に用いた装置は内法巾 20 cm, 高さ 30 cm, 全長 2 m の両面ガラス張りの細長い水槽で、その中央部分に金網をとりつけ、これに接して堤体を作るようにした。また上流側には余水吐孔を数多く設けて、水位を任意の高さに一定に保ちうるようにした。

堤体はよく気乾燥した試料を 1 層の厚さが 5 cm になるように一様に突き固めて作る。ランマーは直径 4 cm の円錐型のもので、重さは 400 g と 300 g の 2 種類である。また乾燥した粘土のような材料に対しては静荷重 15 kg/cm² を 1 分間負荷してできるだけ密になるようにつとめた。また斜面の仕上げにも特別の考慮を払つた方法を用いたがそれらに関する説明は省略する。実験に使用した材料は図-7 に示すように A, B, C 材料と豊浦砂および相馬砂である。A 材料は標準フルイ 2 mm を通過したもの、B 材料は 0.85 mm を通過したもの、C 材料は 0.25 mm を通過したもので、いずれも砂質土である。実験は約 30 種の堤体に

図-7



ついて行つたが、その代表的なものの結果について述べるとつぎのようである。

(a) 実験 No.2, No.3, No.6: 使用した材料はB

材料である。内部摩擦角および粘着力は実験が終了した直後、堤体から不攪乱試料をとつて三軸圧縮試験によつて求めた。

表-1

| 堤体 | ランマーの高さ | 傾斜角 (θ) | 天端巾 (b) | 敷巾 ($l+l_0$) | 堤高 (h_d) | 水深 (h_1) | 粘着力 (c) | 内部摩擦角 (ϕ) |
|------|---------|------------------|-------------|----------------|--------------|--------------|--------------------------|------------------|
| No.2 | 20 cm | 40° | 5 cm | 40.99 cm | 30.2 cm | 17.9 cm | 0.051 kg/cm ² | 26° |
| No.3 | 10 " | 36° | " | 46.57 " | " | " | 0.052 " | 24°30' |
| No.6 | 15 " | 45° | " | 35.20 " | " | " | 0.048 " | 25° |

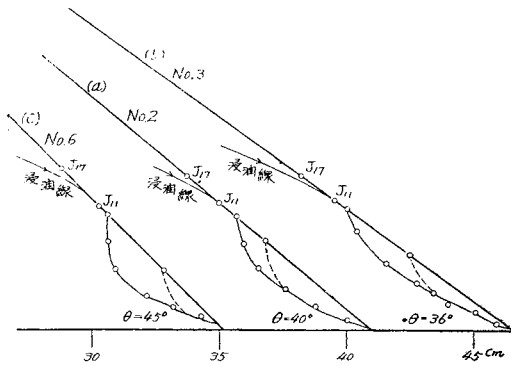
また浸出面長 a は (11) 式および (17) 式から算出したものと実験値と比較してみると表-2 に示すとおりである。

表-2

| 堤体 | (11) 式 | (17) 式 | 実験値 |
|------|---------|---------|--------|
| No.2 | 7.82 cm | 9.58 cm | 8.2 cm |
| No.3 | 8.72 " | 10.37 " | 9.3 " |
| No.6 | 6.91 " | 9.11 " | 7.8 " |

表-2 からわかるように (11) 式から求めた a の値は実験から求めたものに近い。なお浸出点は肉眼によつて毛管水帯があるのではつきりしない。そこで水位管を何本も堤体に差し込んで浸出点をおさえた。崩壊を起した滑り面の形は 図-8 に示すとおりである。

図-8



図において破線をもつて示した滑り面は最初に動き出した面である。また図において J_{11} は (11) 式から求めた点、 J_{17} は (17) 式から求めた浸出点である。(24) 式から $f_s=1, c' \approx 0, r' \approx 1$ として限界勾配角を求めてみると表-3 に示すとおりである。

実験値 θ は法面が崩壊してから一応落着いたときの角度である。これによれば (25) 式による計算値より

表-3

| 堤体 | ϕ | c | θ' | 実験値 |
|------|--------|--------------------------|-----------|------------|
| No.2 | 26° | 0.061 kg/cm ² | 13°42' | 16°~20° |
| No.3 | 24°30' | 0.052 " | 12°50' | 17°30'~21° |
| No.6 | 25° | 0.048 " | 13°8' | 18°~20° |

写真-1 (a)

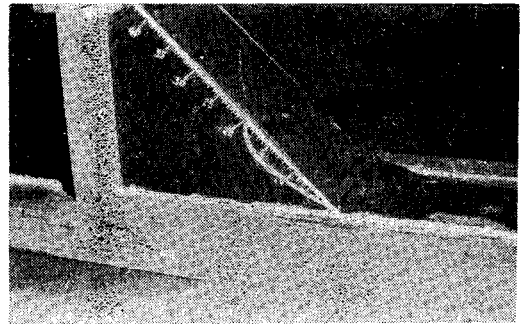
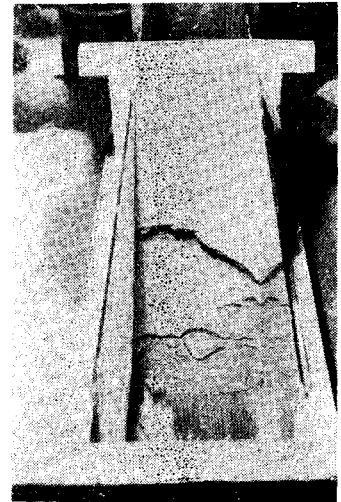


写真-1 (b)



いくらか大きな値を示している。これは土の粘着力の影響であると考えられる。写真-1(a),(b) は堤体 No.6 の崩壊を示したものである。

(b) 実験 No.4, No.5: 使用した材料はA材料である。浸出面 a の算定値および実験値は表-5 のとおりで

表-4

| 堤体 | ランマーの高さ | 傾斜角 (θ) | 天端巾 (b) | 敷巾 ($l+l_0$) | 堤高 (h_d) | 水深 (h_1) | 粘着力 (c) | 内部摩擦角 (ϕ) |
|------|---------|------------------|-------------|----------------|--------------|--------------|--------------------------|------------------|
| No.4 | 15 cm | 45° | 5 cm | 35.2 cm | 30.2 cm | 17.9 cm | 0.038 kg/cm ² | 26°30' |
| No.5 | 20 " | 45° | " | " | " | " | 0.040 " | 28°0' |

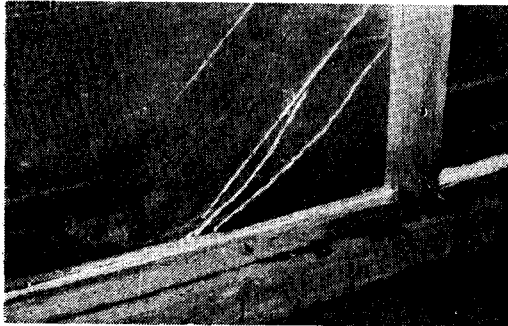
表-5

| 堤体 | ϕ | c | θ' | 実験値 (θ') |
|------|--------|--------------------------|-----------|-------------------|
| No.4 | 26°30' | 0.038 kg/cm ² | 14° | 17°30'~19° |
| No.5 | 28° | 0.040 " | 14°50' | 17°~18°30' |

ある。

堤体の崩壊の形は図-9に示すとおりであつて、写真-2は実験 No.4 の二次崩壊面を示したものである。

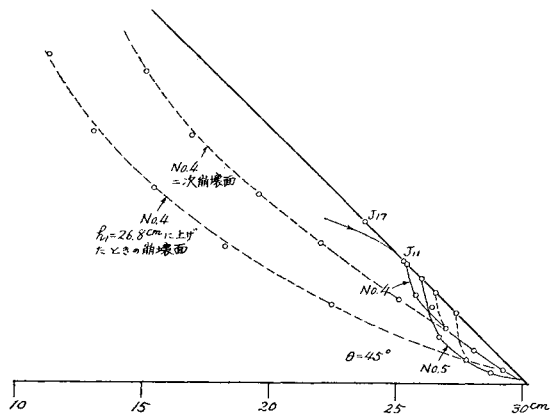
写真-2



5. むすび

著者は浸透水圧による堤体の崩壊実験をいろいろの材料について行つたが、その崩壊現象は前述のとおりで、崩壊はまず浸出点より下の領域において起る。しかしこの最初に起る崩壊と、これによつて誘発される大きな滑り崩壊とは、時間的に大きなずれはなく、肉眼的にはほとんど同時に起る。堤体に水が浸透してゆくと、最初の間は毛管水帯は収縮し、重力水帯は膨脹する傾向をもつ。堤体の崩壊は浸透水圧と膨潤作用によるせん断抵抗力の減少によるものと考えられる。粘

図-9



性土は水を含むと一時収縮して粘着力を増すが、ある限度以上に含水すると膨脹し崩壊しやすくなる。砂質土の場合の崩壊も浸出点以下の領域に起る。これはさきに提唱した理論を裏書きする事実であつて、崩土の安息角と内部摩擦角の関係もさきに示した式を満足するものと考えられる。

参考文献

- 1) Ek-Khoo Tan: "Stability of Soil Slopes" Proc. of ASCE, Vol.73, p.19 (1947)
- 2) 丹羽義次: "滲透水流の電気的計測について" 土木学会誌第 35 巻第 7 号 (1950)
- 3) W. Bernatzik: "Grenzneigung von Standböschung bei Gleichzeitiger Grundwasserströmung." Bautechnik p.634 (1940)

久保田敬一: "浸透水流による築堤斜面の崩壊について" 土木学会誌第 37 巻第 10 号 (1952) (昭.30.8.1)

第2号
キルン完成!

使って安心

三菱セメント

本社 東京都千代田区丸の内1の4 (新丸ビル)
電話 (27) 1341-9・1441-9

工場 福岡県八幡市黒崎 (電話) 八幡 3750-2
営業所 大 阪・ 広 島・ 福 岡