

による p, q, τ と d との関係の実験, 中埋砂の適正な取扱い, 合理的な震度 α の決定等は引続いて研究したいと思つている。

終りに臨み終始御指導頂いた京大教授小林・小西両博士, 旭橋特にその下部構造の資料を頂いた建設省太田川工事事務所長吉川吉三氏, 計算に御協力を頂いた元学生井上六郎氏(現国鉄教習所)の各位に深謝する次第である。

参考文献その他

- 1) 後藤: 橋脚井筒の耐震計算法に関する二, 三の考察, 土木学会第 11 回年次講演会(昭.30.5.29)において本文の六要を講演。
- 2) 後藤: 土木学会誌 38-4, 昭.28-4, 同 39-7, 昭.29-7.
- 3) 酒井信男: 橋脚用特殊型井筒基礎工の水平力に

対する安定について, 土木学会誌 25-6, 昭.14-6.

- 4) 池原武一郎・横山 章: 水平力をうけた井筒の安定計算について, 土木学会誌 38-12, 昭.28-12.
- 5) 物部長徳: 土木耐震学, p.181, LL, 7-10
- 6) 上掲 2) 土木学会誌 39-7, pp. 13-14
- 7) p_A 及び p_A と p_1 との関係は上掲 5), p.180, 式 (100) で与えられている。
- 8) 太田川河口近く広島市内に新設されている 3 スパンのローゼ桁鋼道路橋で, その下部構造には潜函基礎が採用された。
- 9) たとえばリベットの式は小西・横尾・成岡: 構造力学 I, p.125, ピンの式は土木工学実用便覧(コロナ社), 成瀬: 橋梁, p.479 にでている。(昭.30.5.20)

鋼構造物の減衰性と桁橋の強制振動性状について¹⁾

正員 工学博士 小 西 一 郎*
准員 山 田 善 一**

ON THE STRUCTURAL DAMPING AND ITS APPLICATIONS TO FORCED VIBRATION CHARACTERISTICS IN BEAM BRIDGE

(JSCE Feb. 1956)

Dr. Eng. Ichirō Konishi, C.E. Member, Yoshikazu Yamada, C.E. Assoc. Member

Synopsis In this paper, the authors calculated numerically the forced vibrational amplitude of the beam bridge, such as simple beam, continuous and Gerber beam, with new conception for damping force. The vibration problems of steel structures are often analyzed by the assumption that the damping force is proportional to velocity. But the results obtained by the above method have many contradictions to the experimental results. In the steel structures the authors proposed that the damping forces have no relation to the velocity of vibration and found that the results by this assumption give a good explanation to the experimental results of actual bridge test.

要 旨 構造物, とくに鋼構造物においては, 通常表われる振動現象の範囲では, その減衰特性が振動速度にはほとんど無関係な減衰力が働らくものと考えられている。従つて従来から用いられてきた桁の振動の方程式は正確なものではない。本論文では, 速度に無関係な減衰力についてのべ, とくにこれを単純バリ, 連続バリ, ゲルバーバリに適用して, これらの強制振動性状について考察を行い, 実験の結果と非常によく一致することを示した。なお従来用いられている振動方程式はどのような問題にかぎって使用できるかを示した。

1. 概 説

橋梁の動力学的性状に関して, 多くの研究がなされているが, その材料, 構造様式, 架設状況などがきわめて多角的であるために, その完全な解明はほとんど困難である。さらに橋桁に作用する外力の複雑性を, この問題をさらに難解なものとしている。しかし一般に桁の振動の問題として取扱えば, ある程度の結果はうるることができる。この場合における減衰力は, 従来種々の仮定のもとに簡単に取扱われているが, 実際とはかなり異なつた状態を対象としている場合が多いようである。たとえば, 従来桁の減衰力の仮定として, Inglis の仮定が多く用いられてきた。この仮定は桁の 1 次振動のみを対象にするかぎり, 結果的には大した誤りを生じない。従つて単純バリのように 2 次振動

* 京都大学教授, 工学部土木工学教室兼工学研究所

** 京都大学講師, 工学部土木工学教室

以上を省略することが多い場合には、この方法は便利である²⁾。しかし2次振動以上を含む場合には大きな矛盾を生ずる。本文では、桁の振動減衰に対して従来よく行われた Inglis の假定、ならびに Kelvin の力学模型に従う場合に、これらの假定が含む矛盾についてのべ、実験結果によく一致した結果をうるためには、対数減衰率が一定という条件に従うべきであることをのべ、この条件に従った解析方法について説明した。この結果を利用することによつて、連続バリ、ゲレバーバリなどの強制振動振幅が従来の減衰力の假定に従つた場合より、はるかによく実験の結果と一致して求めることができ、従つてこれらの桁の振動特性をよりよく説明しうることを示した。

2. 桁の振動における減衰力

本節では、従来用いられた減衰力の假定とこれに従つた取扱ひについて簡単にのべる。

1) Inglis の假定に従つた減衰力 Inglis に従えば、桁の減衰力は単位長あたりつぎの力 f が作用するものとしている³⁾。

$$f = \frac{2\kappa w}{g} \frac{\partial y}{\partial t} \dots\dots\dots (1)$$

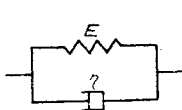
ここに、 κ : 減衰係数 (sec⁻¹)、 w : 桁の単位長当りの重量 (kg/cm)、 g : 重力加速度 (cm/sec²)、 t : 時間 (sec)。

Inglis の假定は、減衰力が全く外力として作用すると考えたもので、桁の質量に比例した粘性抵抗が、桁に沿つて一様に働らく場合に相当する。たとえば空気抵抗などがほぼこれに近いと考えてよい。この假定に従つた取扱ひは従来多数に及んでいるが、取扱ひが簡単であるという反面、つぎのような矛盾を含んでいる。いま振動の生じやすさを、 n 次の固有振動数 p_n と減衰係数 κ とによつて、 $p_n^2 - \kappa^2$ の大小で表わされるとすれば、理論的には高次の振動ほどおこりやすいという結果となる。Inglis の假定に従つた理論については、よく知られているところであるから省略する。

2) 力学模型に従う方法 工業材料の応力-ヒズミ関係を簡単な力学的模型で代表させ、その力学的性状を究明しようとする方法が近年よく用いられる⁴⁾。

振動減衰を取扱う場合にもこの方法を有効に利用することができる。しかしこの場合複雑な力学模型を用いたのでは、解析が非常に困難になる。以下従来振動解析によく用いられた Kelvin の模型(図-1)について考えてみる。この場合は減衰係数 κ は桁の振動の次数に応じて異なる値をとり、いま n 次の振動に

図-1



対しては、次式で与えられる⁵⁾。

$$\kappa_n = \frac{\gamma I g}{2w} \frac{\mathfrak{B}_n}{\mathfrak{A}_n} \dots\dots\dots (2)$$

ここに γ : Kelvin 模型における粘性抵抗係数、 I : 桁の断面2次モーメント、 $\mathfrak{A}_n, \mathfrak{B}_n$ は n 次振動に関する桁の正規関数 $X_n(x)$ によつてきまる値で、次式で与えられる。

$$\mathfrak{A}_n = \int_0^L \{X_n'(x)\}^2 dx, \mathfrak{B}_n = \int_0^L \{X_n''(x)\}^2 dx \dots\dots\dots (3)$$

ここに L : 橋桁の全スパン長さ。

単純バリでは κ_n は

$$\kappa_n = \frac{\gamma I g}{2w} \left(\frac{n\pi}{l}\right)^4 \dots\dots\dots (2')$$

となり、振動の次数が大きくなると κ_n は急激に増加する。従つてこの場合は、ある次数以上の振動に対しては、もはや自由振動は存在し得ないことが明らかにされており、この点 Inglis の假定に従つた場合と対称的である。

3. 構造減衰に関する実験結果

以上従来よく用いられた減衰力の取扱ひとその特質についてのべたが、実際の構造物の減衰としては、材料の内部摩擦によるエネルギー損失、継手における摩擦、支承などを通して地中に失われるエネルギーなどが考えられている。いま材料の弾性限度よりはるかに小さい応力においては、その減衰は主として内部摩擦によるものと考えられるが、内部摩擦を Kelvin 模型で考えると、その対数減衰率は振動数に比例することとなる。しかし振動が指数関数的に減衰するたうの必要な条件は、単に消散エネルギーが振幅の2乗に比例すれば十分であつて、振動速度に比例する減衰力すなわち Inglis の假定や、Kelvin の模型に従つた場合は、その特別な場合にすぎない。実際多くの固体、とくに金属に対しては、Kelvin 模型はもはや適用できないことは、実験結果からも明らかであり、むしろ振動数には全く無関係で、ただ振幅の2乗に比例する消散エネルギーと考えるのが正しいようである⁶⁾。ただしこれは振動振幅の材料の弾性限度よりかなり小さく、振動数があまり大きくない場合にすぎられる。

実際の構造物の減衰については、その減衰力についてくわしく調べたものは少ない。ただ橋梁についてはその減衰自由振動はほぼ指数関数的であり、従つてそのヒステリシスループの囲む面積は、ほぼ振幅の2乗に比例すると考えてさしつかえない⁷⁾。振動速度の影響については、以下の二、三の実験から、その概略を知ることができる。

(1) 米国道路局における実験⁸⁾ 米国道路局にお

いて吊橋の補剛トラスを対象として振動減衰の実験が行われた。その結果を利用して考察をすすめると、いま同一桁（補剛トラス）に死荷重 W が載荷された場合と、 W が載荷された場合についてそれぞれ減衰自由振動を求めている。いま横軸にサイクル数、縦軸に最大振幅をとつ

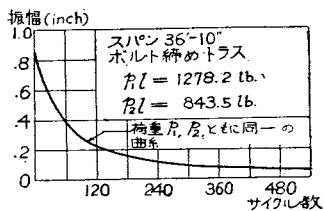


図-2

た場合には図-2に示されるように両者の線が一致して表われる。これは構造減衰の場合も、1 サイクルに失われるエネルギー ΔW は振動数には無関係であることを示している。

(2) 振動試験桁による実験 桁の構造減衰を対象とした実験を行うため、振動試験桁を製作した。現在のところまだ予備実験の域を出ないが、図-3に示す桁についてその荷重 W を変えてその微小振動に対して振動諸量を測定した結果は、表-1 のようである。実験はリベット結合の桁について行つたものである。表からわかるようにこの場合も対数減衰率一定と考えてきしつかえない。

(3) 合成桁について行つた実験 橋梁の鋼桁部

のみの場合と、これにコンクリート床板を付加した場合について、振動実験の結果をのべる。実験用桁としてスパン 24 m の試験用箱桁¹⁰⁾を用いた。コンクリート打設の前後において、鋼桁、合成桁について、その振動性状を測定したものを表-2に示した。表から明らか

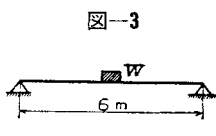


図-3

に、合成桁におけるコンクリートの影響など、不明の点も多い

表-2 合成箱桁実験結果

| | 鋼 桁 | 合成桁 |
|------------------------------------|-------|-------|
| 実測自由振動周期 (sec) | 0.165 | 0.194 |
| 計算自由振動周期 (sec) | 0.159 | 0.194 |
| 対数減衰率 δ | 0.107 | 0.103 |
| 減衰係数 κ (sec ⁻¹) | 0.65 | 0.53 |

が、結果的に対数減衰率一定と考えられる。

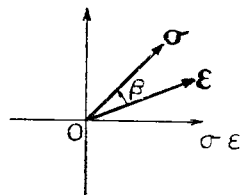
4. 複素振幅による減衰力表示—自由振動の場合

Kelvin 模型に従つて求めた結果の欠陥は、 ϵ - σ の関係が振動速度に関係し、従つて対数減衰率一定とい

う実験結果が説明されないことである。Bürger その他の力学模型の常数を適当にえらぶことによつて、この不合理性はある程度緩和されるが、まだ完全に速度に無関係というわけにはゆかず、また解析もはなはだ困難となる。

ϵ - σ 関係が速度に無関係で、かつループを画き、その囲む面積が振幅の2乗に比例するという条件を満足するように、ベクトルの考え方をを用いて解けることが示されている¹¹⁾。以下この考え方を桁の振動の方程式に適用してみよう。振動学上その振幅などを表わす場合に、ベクトル表示がよく用いられるが、ここでは ϵ と σ とをそれぞれベクトルを用いて表わし、その複素数表示を ϵ, σ とする。この場合 ϵ と σ との間には、常に一定の位相差 β を与えるものとする(図-4)。

図-4



従つて σ と ϵ の間には次の関係がある。

$$\sigma = Ee^{\beta i} \epsilon \dots \dots \dots (4)$$

ここに $|e^{\beta i}| = 1$ であるから、ベクトルの絶対値については次の関係が成立する。

$$|\sigma| = E|\epsilon| \dots \dots \dots (4')$$

従つて振動の方程式は、複素振幅を y として

$$\frac{w}{g} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EIe^{\beta i} \frac{\partial^2 y}{\partial x^4} = p(x, t) \dots \dots \dots (5)$$

で表わされる。自由振動の場合は右辺は0であるからここで

$$y = X(x)q(t) \dots \dots \dots (6)$$

とおけば、 λ を固有値として、

$$\frac{d^4 X}{dx^4} - \frac{1}{X} \lambda^4 = 0 \dots \dots \dots (7)$$

$$\frac{w}{g} \ddot{q} - E\lambda^4 e^{\beta i} Iq = 0 \dots \dots \dots (8)$$

式(7)より、境界条件を満足する固有値 λ が得られるが、これは Inglis, Kelvin などの仮定から出発した場合と同一であつて、従つて正規関数 X もまた同じである。 λ の値は正規関数 X がわかっている場合には、

$$\lambda_n^4 = \mathfrak{B}_n / \mathfrak{A}_n \dots \dots \dots (9)$$

として与えられる。

式(8)を解けば

$$q_n = A_n e^{-\rho_n t} e^{i\rho_n t} + B_n e^{\rho_n t} e^{-i\rho_n t} \dots (10)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \rho_n &= \sqrt{EIg \lambda_n^4 / w} & \lambda_n^4 &= \mathfrak{B}_n / \mathfrak{A}_n \\ a &= \cos \beta / 2 & b &= \sin \beta / 2 \end{aligned} \right\} (11)$$

式 (10) の第 2 項は不安定な振動を示す。これはさき
にベクトルを定義した場合に、その回転方向を任意に
えらんだためであつて、いま減衰振動のみを考える場
合には、ベクトルの回転方向は時計方向のみとして、
第 2 項は考えない。従つて

$$B_n = 0$$

ここで

$$A_n = A_n e^{-i\gamma_n} \dots \dots \dots (12)$$

とおけば、 q_n の正射影成分として、 q_n は

$$q_n = A_n e^{-\beta n t} \cos(p_n t - \gamma_n) \dots \dots \dots (13)$$

また、 β は小さいことに注意すれば

$$q_n = A_n e^{-\frac{\beta p_n t}{2}} \cos \sqrt{1 - (\beta/2)^2} p_n t - \gamma_n \dots \dots \dots (14)$$

として自由振動が表わされる。また対数減衰率 $\hat{\sigma}$ は

$$\hat{\sigma} = \pi \beta = \text{const.} \dots \dots \dots (15)$$

として表わされる。

減衰自由振動における円振動数 p_{nd} は、他の減衰
力の場合に比較すると、

$$\left. \begin{aligned} p_{nd} &= p_n \sqrt{1 - \kappa^2 / p_n^2} && \text{(Inglis)} \\ p_{nd} &= p_n \sqrt{1 - \kappa_n^2 / p_n^2} && \text{(Kelvin)} \\ p_{nd} &= p_n \sqrt{1 - \kappa^2 / p_n^2} && \text{(複素振幅)} \end{aligned} \right\} (16)$$

として表わされる。以下の各式は、 p_n と同一の次元
をもつ κ_n (κ_1 を κ と書く) で整理することとする。
 κ は実験より簡単に求めることができる。

5. 強制振動の場合

強制振動に以上の理論を応用することができる。す
なわち、振動の正規関数は式 (7) からわかるように
他の減衰力の場合と全く同一であるから、従つて他の
減衰力の場合と同様に問題は q_n についてのみ考えれ
ばよいこととなる。従つて q_n の強制振動の基礎式と
して、次の式が成立する。

$$-\frac{w}{g} \mathfrak{A}_n \ddot{q}_n + EI \mathfrak{B}_n c^{\beta} q_n = Q_n \dots \dots \dots (17)$$

いま加振力として単振動

$$Q_n = F_n e^{i\omega t} \dots \dots \dots (18)$$

を考えると、強制振動の項として、

$$q_n = \frac{F_n e^{i\omega t}}{-\omega^2 \frac{w}{g} \mathfrak{A}_n + EI e^{\beta} \mathfrak{B}_n} \dots \dots \dots (19)$$

が得られる。実際の振幅は、 q_n の正射影成分で表わ
せばよ、から、

$$q_n = \frac{F_n \mathfrak{B}_n EI}{\sqrt{\{1 - (\beta/2)^2 - (\omega/p_n)^2\}^2 + \beta^2}} \cos(\omega t + c_n) \dots \dots \dots (20)$$

$$c_n = \tan^{-1} \frac{\beta}{1 - (\beta/2)^2 - (\omega/p_n)^2}$$

として与えられる。以下各減衰仮定に従つた場合と比較
すると、

a) 振動振幅

$$\left. \begin{aligned} |q_n| &= \frac{F_n g}{w \mathfrak{A}_n \sqrt{(p_n^2 - \omega^2)^2 + 4 \kappa^2 \omega^2}} && \text{(Inglis)} \\ |q_n| &= \frac{F_n g}{w \mathfrak{A}_n \sqrt{(p_n^2 - \omega^2)^2 + 4 (\mathfrak{p}_n / \mathfrak{p}_1)^2 \kappa^2 \omega^2}} && \text{(Kelvin)} \\ |q_n| &= \frac{F_n g}{w \mathfrak{A}_n \sqrt{(p_n^2 - \omega^2)^2 + 2 (\mathfrak{p}_n / \mathfrak{p}_1)^2 (p_n^2 + \omega^2) \kappa^2}} && \text{(複素振幅)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (21)$$

b) 式 (21) を用いて共振振幅を計算すれば、

$$\left. \begin{aligned} |q_{nres}| &= \frac{F_n g}{w \mathfrak{A}_n 2 \kappa \mathfrak{p}_n \sqrt{1 - (\kappa / \mathfrak{p}_n)^2}} && \text{(Inglis)} \\ |q_{nres}| &= \frac{F_n g}{w \mathfrak{A}_n 2 \kappa \mathfrak{p}_n (\mathfrak{p}_n / \mathfrak{p}_1)^2 \sqrt{1 - (\mathfrak{p}_n \kappa / \mathfrak{p}_1)^2}} && \text{(Kelvin)} \\ |q_{nres}| &= \frac{F_n g}{w \mathfrak{A}_n 2 \kappa \mathfrak{p}_n (\mathfrak{p}_n / \mathfrak{p}_1) \sqrt{1 - (\kappa / 2 \mathfrak{p}_1)^2}} && \text{(複素振幅)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (22)$$

c) 共振を生ぜしめるための加振振動数

$$\left. \begin{aligned} \omega_{res}^2 &= p_n^2 - 2 \kappa^2 && \text{(Inglis)} \\ \omega_{res}^2 &= p_n^2 - 2 (\mathfrak{p}_n / \mathfrak{p}_1)^2 \kappa^2 && \text{(Kelvin)} \\ \omega_{res}^2 &= p_n^2 - (\mathfrak{p}_n / \mathfrak{p}_1)^2 \kappa^2 && \text{(複素振幅)} \end{aligned} \right\} (23)$$

いま 1 次振動に共振する場合には、Inglis, Kelvin の
両者は同一の加振周期 $\omega_{res}^2 = p_n^2 - 2 \kappa^2$ となるが、複
素振幅の場合には、 $\omega_{res}^2 = p_n^2 - \kappa^2$ となり、この場合
の減衰自由振動周期と一致する。

6. 橋桁の強制振動振幅

前節では時間関数 q_n のみを問題としたが、実際の
桁では、タワミは $y = \sum X_n q_n$ で表わされる。前節の
式中、一般力 Q_n は、正規関数に關係するから、いま
単一の加振力 P が点 (c_1) に固定して作用する場合
には、式 (18) 中の F_n は

$$F_n = P X_n(c_1) \dots \dots \dots (24)$$

振幅の測定点を点 (c_2) とすると、振幅 y_n は

$$y_n = X_n(c_2) q_n(t) \dots \dots \dots (25)$$

となり、式 (20) から $q_n(t)$ は F_n に比例するから、
結局

$$y_n \propto X_n(c_2) X_n(c_1)$$

すなわち、加振点と測定点の正規関数に比例する。一
般的な加振力が作用する場合にはさらに複雑になる。

以下橋桁に固定周期力の作用する場合の計算を行
い、減衰力が桁の共振振幅にどのように關係するかを
のべることにする。

(1) 単純バリエ 桁の振動の問題として最も簡単な

単純バリについて考える。単純バリでは2次以上の振動に対する抵抗係数が極端に大きくなるので、一般に2次振動のみが問題になる。従つて実際問題にあつては、減衰力の仮定は大して問題にはならないが、2次以上の振動振幅を比較すると、その共振振幅は、減衰力の仮定によつて、大きな差異が認められる。単純バリの正規関数は

$$X_n(x) = \sin(n\pi x/l)$$

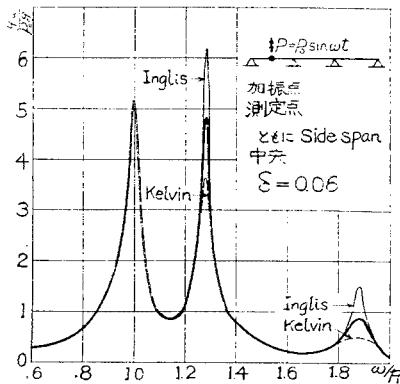
であるから、その共振振幅を各次数について計算し、時間関数のみについて比較すると、表-3 のようになる。単純バリでは Inglis の仮定に従つた場合でも2次以上の振幅は小さいが、Kelvin の模型ならびに複

表-3 単純バリの共振振幅

| 仮定法 | 1次共振 | 2次共振 | 3次共振 | 共振幅を用いた場合 はさらに小さく、実 用上2次以上は省略 してさしつかえな い。 |
|--------|------|------------------|------------------|---|
| 共振幅 | 1 | 1/2 ⁴ | 1/3 ⁴ | |
| Inglis | 1 | 1/2 ² | 1/3 ² | |
| Kelvin | 1 | 1/2 ⁶ | 1/3 ⁶ | |

(2) 連続バリ 連続バリ、ゲルバーバリについては、単純バリのように2次以上の振動を無視することはできない²⁾。しかしこれらの桁の解析で、その減衰力に Inglis の仮定を用いた場合には、強制振動に対して、2次、3次の共振が実際より過大に評価されることとなり、桁のある位置では2次共振振幅が1次共振振幅より大きくなる場合がある。しかし Inglis の仮定が不合理なことは前述のとおりであつて、以下で

図-5 連続バリ共振曲線



は各仮定に従つた場合の振動性状を検討してみたい。連続バリの振動性状をよく表わしているのは共振曲線である。いま、加振位置、測定位置ともに側径間のスパン中央とし、等3スパン連続バリに対して共振曲線を描くと 図-5 に示すようになる。ここでは対数減衰率は実在の橋梁の測定結果を参考として $\delta = 0.06$ とした。図では Inglis の仮定、Kelvin の模型に従つた場合の共振曲線をあわせ記した。図より明らかなよ

図-6 正面橋共振曲線

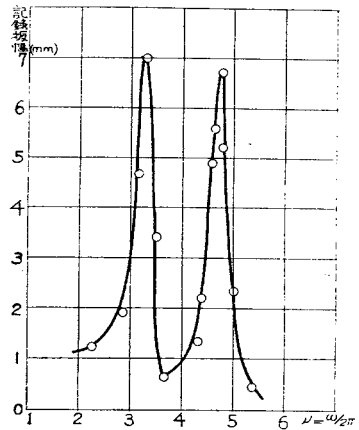
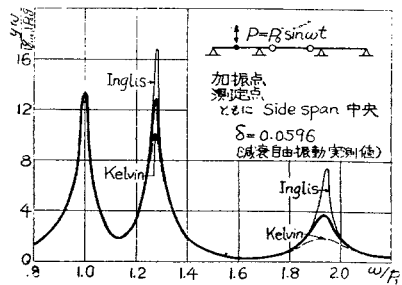


図-7 京川橋共振曲線 (計算例その1)

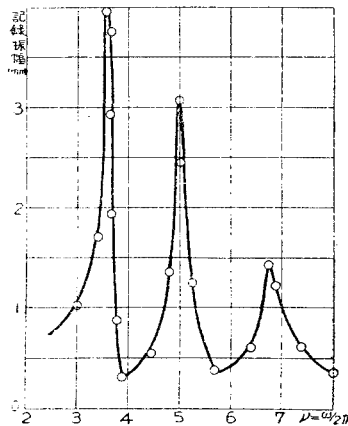


うに減衰力の仮定に従つて、その2次以上の振幅がかなり異なつて表わされる。すなわち、1次振動を対象とする場合には、減衰力の仮定にはほとんど無関係である。連続バリの実例として、正面橋* における実測による共振曲線を示した(図-6)。正面橋は等スパンではないが、その共振振幅の比は、本文でのべた計算方法が妥当であることを示している。

(3) ゲルバーバリ ゲルバーバリに対する振動理論は、すでにのべられたところである¹⁾。ゲルバーバリに対する実例として、京川橋* をとりあげた。いま強制力として固定周期力が作用するものとし、京川橋に対して、側スパン中央加振、同位置で測定した場合の共振曲線を示すと 図-7 のようになる。図から明らかなように、従来の計算方法、すなわち Inglis の仮定に従えば、2次共振振幅が1次共振振幅より大きく表われる。京川橋において、起振機を使用し¹²⁾て実測した結果、図-8 によれば、2次共振は明らかに1次共振より小さい。新しい減衰仮定に従つた場合の計算結果を 図-7 に太線で Inglis の仮定の場合と併記したが、この場合は1次共振より、2次共振が小さく表われる。ただ2次共振の実測結果はむしろ Kelvin

* とともに京都市内鴨川筋に昭和27年架設。

図-8 京川橋共振曲線 (実測例その1)



の力学模型に従った共振曲線に近いが、これは測定誤差によるほか、ヒンジその他の剛性の影響によるものと考えられる。たとえば、ゲルバーバリの2次、4次、5次などの振動型では、ヒンジが大きく屈曲するため、この部分の減衰力、ならびに高欄などの抵抗が大きく表われるためと考えられる。いまヒンジの減衰のことはさておき、剛性について考える。桁の剛性をよく表わしているのが振動数であつて、2次の振動数と、一次の振動数の比をとると、計算では $p_2/p_1 = 1.28$ であるに比し、実験の結果によれば $p_2/p_1 = 5.0/3.5 = 1.43$ となり、明らかに実験の結果の f が大きい。式 (22) によると、複素振幅の理論による場合は、その共振振幅の間に $q_2/q_1 \propto (p_1/p_2)^2$ の関係があり、従つて共振振幅を考える場合には、 p_2/p_1 に従つて補正して考える必要がある。すなわち2次共振振幅の計算値としては、図-7で示した2次共振振幅の $(1.28/1.43)^2 = 0.8$ をとることによつて、計算値の剛性の違いによる共振振幅の補正を行うことができ、またこのようにすることによつて、実験値とかなりよく一致させることができる。

つぎに、(丁)中央スパン中点で加振し、同位置で測定した場合、ならびに(Ⅱ)中央スパン中点で加振し、側スパン中点で測定した場合の共振曲線を計算したものを図-9に示した。相反作用の法則からして、(Ⅱ)の曲線は側スパン中点で加振し、中央スパン中点で測定したものに一致する。またこれらに対する実測結果を図-10に示した。この場合、いずれも中央スパン中点は2次振動の正規関数の0点に相当するので、2次の共振は表われない。従つて減衰力の影響を、前の場合ほど明瞭に知ることはできないが、3次共振について計算結果と実測結果を比較すると、実測の結果は、Kelvinの力学模型に従つた場合と、複素

図-9 京川橋共振曲線 (計算例その2)

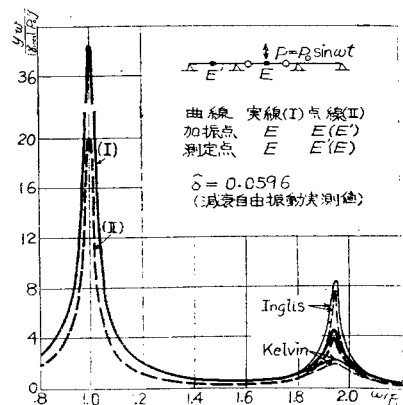
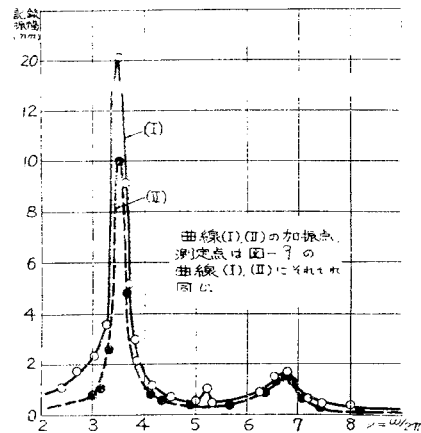


図-10 同上



振幅の方法に従つた場合のほぼ中間くらいの結果を示している。京川橋は鉄筋コンクリート床板を有するので、振動速度の影響もある程度入ることが想像されるが、これらの点については今後の研究にまたねばならない。

8. 結 語

以上、新しい振動減衰の取扱い方に従つた場合、桁橋の強制振動性状がどのように変るかについてのべたが、最後に結論としてその結果のおもなものを列挙するとつぎのようになる。

(1) 鋼桁の振動減衰項は、実験の結果によれば、速度に無関係でなければならぬ。従つて対数減衰率は常に一定となる。複素振幅を用いることによつて、このような場合を数量的に取扱うことができ。

(2) 強制振動の場合も、外力の加振力が単振動である場合には、容易に解くことができるが、一般的な外力をうける場合にはさらに検討を必要とする。

(3) 単純バリに対しては、振幅を問題にするかぎ

り、高次振動は省略してさしつかえない。

(4) 連続バリ、ゲルバーバリに対しては、その高次振動を省略することはできない。3スパン橋に対しては、少なくとも3次振動までを考慮する必要がある。ただし Inglis の仮定に従った解法では、高次振動振幅を過大に評価する結果となる。複素振幅の理論を用いることによつて、実験結果とかなりよく一致した結果を求めることができる。

本方法はさらにトラス橋へも応用することが可能であると考えられるが、この点については目下計画中であり、また実際問題としては、振動応力を求めることが重要な問題であるが、この計算も次回にまわしたいと思う。なお桁の減衰を測定することを主目的とした模型による振動実験も目下進行中であるので、これらは改めて報告したいと考えている。

参考文献その他

1. 昭和29年10月16日、土木学会関西支部学術講演会、ならびに昭和30年5月29日土木学会第11回年次学術講演会にて発表したものをとりまとめた。
2. 三瀬幸三郎・国井修二郎：走行荷重による橋桁の強制振動、九大工学部紀要、第10巻第1号、

昭和18年

- 3) 平井 敦：鋼橋 I, p.35
- 4) 樋口芳朗：工業材料の模型解析、土木学会誌、第38巻第9号、pp.386-390, 1953
- 5) 小西一郎・山田善一：橋桁の強制振動性状に関する二、三の考察、土木学会誌、第39巻第10号、pp.538~542, 1954
- 6) 妹沢克惟：振動学 下巻、p.532 (昭和24年)
- 7) A.L. Kimball : Vibration Prevention in Engineering
- 8) 小西一郎・山田善一：既設道路橋の振動減衰について、土木学会誌、第38巻第10号、pp.445~448, 1953
- 9) L.W. Teller : Tests of Structural Damping, Public Roads, Vol.27 No.10, pp.203-233, 1953
- 10) 昭和29年9月、汽車製造KK大阪工場で耐荷試験を行つた桁である。
- 11) N.O. Myklestad : The Concept of Complex Damping, Jour. of Applied Mechanics, Vol.19 No.3, pp.284-286, 1952
- 12) 小西一郎・小松定夫：ゲルバーバリの振動性状について(補遺)、土木学会誌、第38巻第9号、pp.407~412, 1953
- 13) 小西一郎：振動工学、プレストレスト コンクリートと構造力学、土木学会、昭和28年

一スパン門形格子ラーメンの解法

正員 工学博士 成 岡 昌 夫*

A SOLUTION OF ONE SPAN PORTAL GRID RIGID FRAME (RAHMENROST)

(JSCE Feb. 1956)

Dr. Eng. Masao Naruoka, C.E. Member.

Synopsis A solution of one span portal grid rigid frame (Rahmenrost) is described, explaining as an example the "Rahmenrost" consisting of four rigid frames and one load distributing cross beam. The essential point of the solution is the same as in the case of "Tragerrost" by F. Leonhardt. The equation of "Querverteilungsziffer" is obtained which is almost the same as in the case of that shown by him, but the main differences are the following two :

- a) The numerator of the q -formula of q_{ia} (q_{ib}) is multiplied by $(1/\phi_a)\{(1/\phi_b)\}$, where ϕ is the function depending only the rigidity ratio of rigid frame.
- b) The denominator of the equation of q -formula has the terms multiplied by $(1/\phi_a)$ and $(1/\phi_b)$.

1. 緒 言

桁橋構造に作用する荷重の各桁への分配が最近各方面で研究されるようになった。この考え方は、古くから研究されていたが、F. Leonhardt により格子桁の簡易計算法が考案され (1937)、この計算法にもとづ

いて、格子桁橋がドイツでは各地に架設されている。著者は、数種の模型により格子桁の実験的研究を行つたが、この研究にもとづいて、わが国でも格子桁橋が数橋架設された。

従来の格子桁の計算法は、単純バ리를横にならべた構造を基礎とし、連続バリにおよんでいる。このよう

* 京都大学教授、工学研究所