数えて計算した。その結果はつぎのとおりである。ここに，A_{14} は流速が 14 cm/sec である等流速線によつて囲まれた面積（cm²）を表わし，他も同様である。ただし，A_0 は全断面積（cm²）である。

$A_0=375.00$，$A_{14}=349.70$，$A_{15}=337.36$，$A_{16}=326.09$，$A_{17}=314.30$，$A_{18}=295.64$，$A_{19}=275.04$，$A_{20}=246.64$，$A_{21}=213.88$，$A_{22}=175.70$，$A_{23}=136.42$，$A_{24}=69.79$，$A_{24.5}=28.35$，$A_{25}=11.68$

そこで，例えば，A_{14} と A_{15} との間の流量は，$(A_{14}-A_{15})(15+14)/2=178.93(\mathrm{cm^3/sec})$ で求められ，他も同様である。ただし，A_0 と A_{14} との間の流量は，流速が水路壁で 0 で壁を離れると急激に増大するため，この間の流速の平均を 7 cm/sec としたのでは過小であるから，12 cm/sec とした。また，25 cm/sec の等流速線によつて囲まれた部分の流量は，流速の平均を 25.5 cm/sec として計算した。計算の結果，全断面平均流速 V_m は，$V_m=20.7$ cm/sec となつた。

さて，図―4 の等流速線を利用して，(37) 式の各観測点における流速（単位は cm/sec）を読みとると，

$v_{\substack{0.158\\0.500}}=20.5$，$v_{\substack{0.500\\0.158}}=25.2$，$v_{\substack{0.500\\0.842}}=22.6$，

$v_{\substack{0.059\\0.059}}=17.0$，$v_{\substack{0.059\\0.941}}=14.5$

$\therefore\ V_m=21.0,\ E=(21.0-20.7)/20.7=+1.4\%$

この場合にも十分満足すべ結果がえられる（4 点法の(35)式を用い，かつ，流速分布の対称性を考えて，左断面の点のみを用いて計算すると，$E=+4.8\%$ となつた)。

3. 結　語

（1）平均値法を 3 次元に拡張すれば，3 次曲面まで誤差をともなわない 4 点法の式として，(35)式および (36) 式がえられる。この 2 つの方式のうちでは，実測が容易な (35) 式が推奨される。さらに，5 次曲面まで誤差をともなわない 8 点法の式として，(37)式がえられる。

（2）矩形断面の開水路についての Murphy の実験資料に上の式を適用すると，8 点法で十分満足すべき結果がえられる。また，Nikuradse の実験資料のように，流れが断面の中心線に関して左右対称な場合には，わずか 5 点で十分満足すべき結果がえられる。

参 考 文 献

1) 春日屋伸昌：平均値法による流量算定式について，土木学会誌 第 38 巻 第7号.
2) 春日屋伸昌：平均値法の原理と流量測定への応用，中央大学七十周年記念論文集，昭和 30 年 11 月.
3) E.C. Murphy : Accuracy of Stream Measurements, 1904, p. 59～p. 100.
4) J. Nikuradse : Untersuchung über die Geschwindigkeitsverteilung in turbulenten Strömungen, Forschungsarbeiten des V.D.I., 1926, p. 281.

（昭.30.5.17）

三径間連続バリの支承沈下が曲げモーメントに与える影響について

正員　深　谷　俊　明*

THE BENDING MOMENT DUE TO THE SETTLEMENT OF SUPPORTS OF A THREE-SPAN CONTINUOUS BEAM

(JSCE Dec. 1955)

Toshiaki Fukaya, C.E. Member

Synopsis It is generally recognized that settling of supports of a three-span continuous beam bridge greatly effects the bending moment. However, inasmuch as the calculation to determine the influence of the settlement is comparatively complicated and not yet fully developed, designeers generally work up a plan on the assumption that supports are not subject to settlement.

On the otherhand, there are many cases where we must consider the settlement of supports in designing. Furthermore, when the settlement occurrs, the bending moments of bridge originally considered in designing should sometimes change, then we must correct the calculation and secure the safety of the bridge. In such consideration, the writer has tried to induce a general formula to figure out the bending moment due to

* 国鉄技師，施設局特殊設計室

settlement of the supports of a three-span continuous bridge, and also explain the problems of the geometrical moment of inertia and span ratio, both of which have influence on such bending moment.

要旨 三径間連続バリ橋において支承が沈下するとき，死・活荷重による曲げモーメントに大きい変化がおこることは，一般に認められているが，その計算が比較的複雑で，十分究明されていないため，三径間連続バリ橋は，一般に，支承沈下の影響を考えないで設計されている場合が多い。

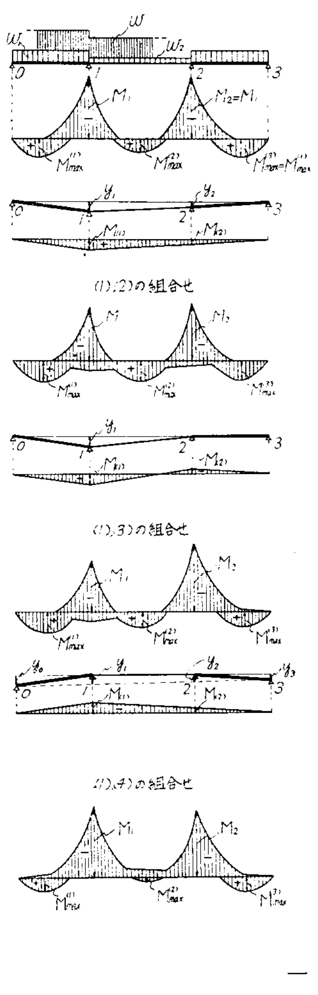
しかし，架設後支承が沈下すれば，死・活荷重による曲げモーメントを補正して，橋梁の安全性を確かめなければならない。

ここに筆者は，三径間連続バリの支承沈下によつてハリの支承部におこる曲げモーメントを求める一般式を誘導するとともに，径間比・断面二次モーメント比が曲げモーメントに与える影響を検討する。

1. 緒論

三径間連続バリ橋の設計において，支承の不等沈下によつてハリの支承部におこる曲げモーメント $M_{(1)}$・$M_{(2)}$が，死・活荷重によつておこる正・負の最大曲げモーメント $M^{(1)}_{max}$・$M^{(2)}_{max}$・M_1[1] にくらべて小さいときは，一般に支承沈下の影響を無視して設計されている。しかし，支承が大きく沈下するときは，これを無視することはできない。この場合，$M_{(1)}$・$M_{(2)}$ と $M^{(1)}_{max}$・$M^{(2)}_{max}$・M_1 との間には，図—1 に示すような組み合わせが考えられるが，$M_{(1)}$・$M_{(2)}$ の一般的傾向を解明した文献は少ない[2,3]。ここに，ハリ支承部の断面変化は，曲げモーメントの値に影響しないものと仮定して，$M_{(1)}$・$M_{(2)}$ を求める一般式を誘導するとともに，$M_{(1)}$・$M_{(2)}$と径間比 m・断面二次モーメント比 n との関係を，究明して設計の参考資料とする。

図—1

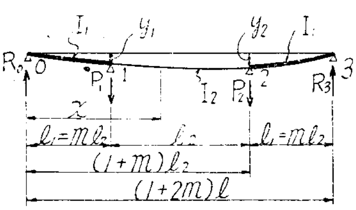


本文は，支承 1・2 が y_1・y_2 沈下するときにおこる $M_{(1)}$・$M_{(2)}$について，これを検討しているが，支承 0・3 が y_0・y_3 沈下する場合，支承 0・3 を結ぶ直線と支承1・2 との距離が y_1・y_2 であれば，支承 1・2 におこる $M_{(1)}$・$M_{(2)}$ と，支承 0・3 が沈下しないで支承 1・2 が y_1・y_2 沈下するとき支承 1・2 におこる $M_{(1)}$・$M_{(2)}$ とは，絶体値が等しく符号が反対である（図—1 (4) 参照)。従つて，支承 0・3 が沈下する場合にも，本文を適用することができる。なお，支承沈下の他の組み合わせが，$M_{(1)}$・$M_{(2)}$ に与える影響については，他日発表の予定である。

2. 反力および曲げモーメント

図—2 において，三径間連続バリの支承 1・2 のみ

図—2



が，それぞれ，y_1・y_2 沈下する場合，これを，点 0・3 にて支承された単純バリが点 1・2 に作用する集中荷重 P_1・P_2 によつて，点 1・2 にタワミ y_1・y_2 がおこるものとして考える。このとき，支承 0・3 におこる反力を R_0・R_3 とすれば

$$R_0=\frac{1}{1+2m}\{(1+m)P_1+mP_2\} \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$R_3=\frac{1}{1+2m}\{mP_1+(1+m)P_2\} \cdots\cdots\cdots\cdots(1')$$

となるので，支承沈下によつて各径間におこる曲げモーメント $M_{(0\sim1)}$・$M_{(1\sim2)}$・$M_{(2\sim3)}$ は，つぎのように示される。

(1) $0\leqq x\leqq ml$

$$M_{(0\sim1)}=R_0x \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(2) $ml\leqq x\leqq(1+m)l$

$$M_{(1\sim2)}=(R_0-P_1)x+mlP_1 \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

(3) $(1+m)l\leqq x\leqq(1+2m)l$

$$M_{(2\sim3)}=-R_3x+(1+2m)lR_3 \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

3. 弾性方程式の解法

(2) 式より

$$-E\cdot\frac{I_2}{n}\frac{d^2y_{(0\sim1)}}{dx^2}=M_{(0\sim1)}=R_0x\cdots\cdots\cdots\cdots(2')$$

$$-E\frac{I_2}{n}\frac{dy_{(0\sim1)}}{dx}=R_0\frac{x^2}{2}+C_{11}\cdots\cdots\cdots\cdots(2'')$$

$$-E\frac{I_2}{n}y_{(0\sim1)}=R_0\frac{x^3}{6}+C_{11}x+C_{12}\cdots\cdots\cdots\cdots(2''')$$

(3) 式より

$$-EI_2\frac{d^2y_{(1\sim2)}}{dx^2}=M_{(1\sim2)}=(R_0-P_1)x+mlP_1\cdots(3')$$

$$-EI_2\frac{dy_{(1\sim2)}}{dx}=(R_0-P_1)\frac{x^2}{2}+mlP_1x+C_{21}\cdots(3'')$$

$$-EI_2y_{(1\sim2)}=(R_0-P_1)\frac{x^3}{6}+\frac{ml}{2}P_1x^2+C_{21}x+C_{22}\cdots\cdots\cdots\cdots(3''')$$

(4) 式より

$$-E\frac{I_2}{n}\frac{d^2y_{(2\sim3)}}{dx^2}=M_{(2\sim3)}=-R_3x+(1+2m)lR_3\cdots\cdots\cdots\cdots(4')$$

$$-E\frac{I_2}{n}\frac{dy_{(2\sim3)}}{dx}=-\frac{R_3}{2}x^2+(1+2m)lR_3x+C_{31}\cdots\cdots\cdots\cdots(4'')$$

$$-E\frac{I_2}{n}y_{(2\sim3)}=-\frac{R_3}{6}x^3+\frac{(1+2m)lR_3}{2}x^2+C_{31}x+C_{32}\cdots\cdots\cdots\cdots(4''')$$

つぎに

$$\left.\begin{array}{l}x=0\\ y_{(0\sim1)}=0\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(a)$$

$$\left.\begin{array}{l}x=(1+2m)l\\ y_{(2\sim3)}=0\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(b)$$

$$\left.\begin{array}{l}x=ml\\ y_{(0\sim1)}=y_{(1\sim2)}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(c)$$

$$\left.\begin{array}{l}x=(1+m)l\\ y_{(1\sim2)}=y_{(2\sim3)}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(d)$$

$$\left.\begin{array}{l}x=ml\\ \dfrac{dy_{(0\sim1)}}{dx}=\dfrac{dy_{(1\sim2)}}{dx}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(e)$$

$$\left.\begin{array}{l}x=(1+m)l\\ \dfrac{dy_{(1\sim2)}}{dx}=\dfrac{dy_{(2\sim3)}}{dx}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(f)$$

を境界条件として，(2'')・(2''')・(3'')・(3''')・(4'')・(4''') 式を解けば，各式の積分常数はつぎのように求められる。

$$C_{11}=-\frac{ml^2}{6n(1+2m)^2}[\{(6m^2+7m+3)mn+2(3m^2+3m+1)\}P_1+\{(5+6m)m^2n+(6m^2+6m+1)\}P_2]\cdots\cdots(5)$$

$$C_{12}=0\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

$$C_{21}=-\frac{ml^2}{6(1+2m)^2}[\{-2m^2n+(2+12m+27m^2+18m^3)\}P_1+\{2m^2n+(6m^3+9m^2+6m+1)\}P_2]\cdots\cdots(7)$$

$$C_{22}=-\frac{m^3l^3}{6(1+2m)}[\{2(1+m)n-(4m+3)\}P_1+2m(n-1)P_2]\cdots\cdots(8)$$

$$C_{31}=-\frac{l^2}{6n(1+2m)^2}[\{(18m^3+31m^2+18m+3)n-(6m^2+6m+1)\}mP_1+\{(18m^4+53m^3+51m^2+21m+3)n-2(3m^2+3m+1)m\}P_2]\cdots\cdots(9)$$

$$C_{32}=\frac{l^3}{6n(1+2m)}[\{(2m^3+7m^2+6m+1)n-(6m^2+6m+1)\}mP_1+\{(2m^4+13m^3+15m^2+7m+1)n-2(3m^2+3m+1)m\}P_2]\cdots\cdots(10)$$

従つて，0～1 点間のタワミ $y_{(0\sim1)}$ は，(2''')・(5)・(6) 式から，つぎのように求められる。

$$y_{(0\sim1)}=-\frac{1}{EI_2}\cdot\frac{1}{6(1+2m)^2}\|(1+2m)\{(1+m)P_1+mP_2\}nx^3-ml^2x[\{(6m^2+7m+3)mn+2(3m^2+3m+1)\}P_1+\{(6m+5)m^2n+(6m^2+6m+1)\}P_2]\|\cdots\cdots(11)$$

また，1～2 点間のタワミ $y_{(1\sim2)}$ は，(3''')・(7)・(8) 式から，つぎのように求められる。

$$y_{(1\sim2)}=-\frac{1}{EI_2}\cdot\frac{m}{6(1+2m)^2}\|(1+2m)(P_2-P_1)x^3+3(1+2m)^2lP_1x^2-l^2x[\{-2m^2n+(18m^3+27m^2+12m+2)\}P_1+\{2m^2n+(6m^3+9m^2+6m+1)\}P_2]-m^2(1+2m)l^3[\{2(1+m)n-(4m+3)\}P_1+2m(n-1)P_2]\|\cdots\cdots(12)$$

同様に，2～3 点間のタワミ $y_{(2\sim3)}$ は，(4''')・(9)・(10) 式から，つぎのように求められる。

$$y_{(2\sim3)}=-\frac{1}{EI_2}\cdot\frac{1}{6(1+2m)^2}\|-(1+2m)\{mP_1+(m+1)P_2\}nx^3+3(1+2m)^2\{mP_1+(1+m)P_2\}lnx^2-l^2x[\{(18m^3+31m^2+18m+3)n-(6m^2+6m+1)\}mP_1+\{(18m^4+53m^3+51m^2+21m+3)n-2(3m^2+3m+1)m\}P_2]+(1+2m)l^3[(2m^3+7m^2+6m+1)n-(6m^2+6m+1)mP_1+\{(2m^4+13m^3+15m^2+7m+1)n-2(3m^2+3m+1)m\}P_2]\|\cdots\cdots(13)$$

(11)，または，(12) 式から y_1 を，(12)，または，(13) 式から y_2 を求めれば

$$y_1=\frac{l^3}{EI_2}(fP_1+gP_2)\ \cdots\cdots(14)$$

$$y_2=\frac{l^3}{EI_2}(gP_1+fP_2)\ \cdots\cdots(15)$$

ここに

$$f=\frac{m^2}{3(1+2m)^2}\{(2m^2+2m+1)mn+(3m^2+3m+1)\}\ \cdots\cdots(g)$$

$$g=\frac{m^2}{6(1+2m)^2}\{4(m+1)m^2n+(6m^2+6m+1)\}\ \cdots\cdots(h)$$

従つて，$P_1\cdot P_2$ は，(14)・(15) 式から，つぎのように求められる。

$$P_1=\frac{EI_2}{l^3}\cdot\frac{fy_1-gy_2}{f^2-g^2}\ \cdots\cdots(16)$$

$$P_2=\frac{EI_2}{l^3}\cdot\frac{fy_2-gy_1}{f^2-g^2}\ \cdots\cdots(17)$$

4. $M_{(1)}\cdot M_{(2)}$ およびこれを求める図表

(2)，または，(3) 式より

$$M_{(1)}=mlR_0$$

従つて，(1)・(16)・(17) 式より，$M_{(1)}$ は

$$M_{(1)}=(Fy_1-Gy_2)\frac{EI_2}{l^2}{}^{*}\ \cdots\cdots(18)$$

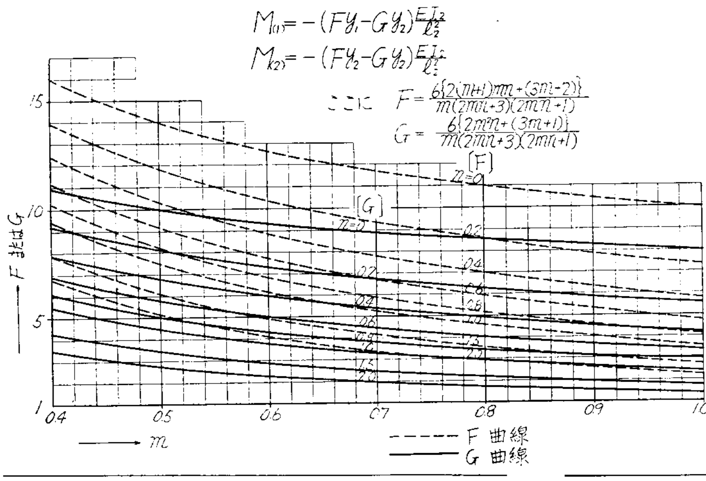
(3)，または，(4) 式より

$$M_{(2)}=mlR_3$$

従つて，(1′)・(16)・(17) 式より，$M_{(2)}$ は

$$M_{(2)}=(Fy_2-Gy_1)\frac{EI_2}{l^2}{}^{*}\ \cdots\cdots(19)$$

図—3



* 特に $m=1$ $n=1$ のとき

$F=18/5$　$G=12/5$

$$M_{(1)}=\frac{6EI_2}{5l^2}(3y_1-2y_2)$$

$$M_{(2)}=\frac{6EI_2}{5l^2}(3y_2-2y_1)$$

ここに

$$F=\frac{6\{2(m+1)mn+(3m+2)\}}{m(2mn+1)(2mn+3)}\ \cdots\cdots(\mathrm{i})$$

$$G=\frac{6\{2m^2n+(3m+1)\}}{m(2mn+1)(2mn+3)}\ \cdots\cdots(\mathrm{j})$$

図—3 は，(i)・(j) 式を図表化したものであつて，これを利用することによつて，$M_{(1)}\cdot M_{(2)}$は(18)・(19)式から簡単に求めることができる。図—3の利用法については，**5. 例題** においてこれを説明する。

5. 例　題

下記に示す鋼および鉄筋コンクリートの三径間連続バリ鉄道橋の中央支承1・2が，それぞれ，10 cm・5cm 沈下するとき，支承におこる $M_{(1)}\cdot M_{(2)}$ を求む。

(i) 活荷重：KS-15

(ii) 径間割：42.5 m＋50 m＋42.5 m

(iii) 断面二次モーメント比 n：0.4,1.0,2.0

(iv) 許容応力度および主要寸法

(a) 鋼桁の場合

$\sigma_t=1\,300\ \mathrm{kg/cm^2}$，$\sigma_c=1\,100\ \mathrm{kg/cm^2}$

$E=2\,100\,000\ \mathrm{kg/cm^2}$，$b=500\ \mathrm{mm}$

$t=16\ \mathrm{mm}$，a[4]$=0.02$

(b) 鉄筋コンクリート桁の場合**

$\sigma_c=70\ \mathrm{kg/cm^2}$，$\sigma_s=1\,400\ \mathrm{kg/cm^2}$

$E=210\,000\ \mathrm{kg/cm^2}$，$b=4.0\ \mathrm{m}$

$b_0=2.5\ \mathrm{m}$，$t=0.14\,h$

解

許容応力度を満足する側・中央径間のハリ高さ $h_1\cdot h_2$[4),5)],中央径間の断面二次モーメント I_2[4,5)] を計算し，$m\cdot n$ に応じた $F\cdot G$ を図—3から求め，これらの諸元を用いて，$M_{(1)}\cdot M_{(2)}$を(18)・(19)式から求めることができる。表—1は，これらの結果をまとめたものである。

6. $M_{(1)}\cdot M_{(2)}$ にたいする検討

三径間連続バリ橋を設計する場合は，一般に，支承の沈下量・材料のヤング係数，中央径間のハリ高さ・全径間長が与えられるので，$M_{(1)}\cdot M_{(2)}$ は，(18)・(19) 式において，F

** このような長径間の鉄道橋に鉄筋コンクリート桁を一様断面の連続バリとして採用することは不利であるが，同じ径間割の鋼桁に比較して$M_{(1)}\cdot M_{(2)}$が大きくなることを示すためと，漸変断面連続バリの有利性（目下投稿中）を示すため，特に選んだものである。

表—1

種別		n	h_1(m)	h_2(m)	I_2(m⁴)	M_1(tm)	$M_{max}^{(1)}$(tm)	$M_{max}^{(2)}$	$M_{(1)}$(tm)	$M_{(2)}$(tm)
鋼桁	A	0.4	3.54	2.61	0.0858	1 200	1 050	700	312	−101
	B	1.0	2.98	2.98	0.1280	1 250	930	880	312	− 78
	C	2.0	2.77	3.54	0.2140	1 260	840	1 070	373	− 36
鉄筋コンクリート	D	0.4	4.85	3.57	5.05	4 080	3 600	1 860	1 840	−600
	E	1.0	4.43	4.43	9.60	4 570	3 010	2 500	2 340	−585
	F	2.0	4.15	5.22	15.70	4 950	2 650	3 300	2 730	−264

$\cdot G$を $m\cdot n$ について検討すれば，その傾向を知ることができる。

（1） 支承1のみが沈下する場合

支承 0・2・3 が沈下しないで， 支承1のみが沈下する場合（図—1(3)参照），$M_{(1)}\cdot M_{(2)}$は，(18)・(19) 式から次式のように示される。

$$M_{(1)}=y_1\frac{EI_2}{l^2}F \cdots\cdots\cdots (18')$$

$$M_{(2)}=-y_1\frac{EI_2}{l^2}G \cdots\cdots\cdots (19')$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial F}{\partial m}&=-\frac{12}{\{m(2mn+1)(2mn+3)\}^2}\times\\&\quad[4n^3m^4+20n^2m^2+12n^2m^3\\&\quad+16nm+9nm^2+8n^3m^3+3]<0\\\frac{\partial F}{\partial n}&=-\frac{12m^2}{\{m(2mn+1)(2mn+3)\}^2}\times\\&\quad[4n^2m^3+12nm^2+9m+4n^2m^2\\&\quad+8nm+5]<0\end{aligned}\right\}\cdots(k)$$

また，

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial G}{\partial m}&=-\frac{6}{\{m(2mn+1)(2mn+3)\}^2}\times\\&\quad[8n^3m^4+12n^2m^2+24n^2m^3\\&\quad+16mn+18nm^2+3]<0\\\frac{\partial G}{\partial n}&=-\frac{12m^2}{\{m(2mn+1)(2mn+3)\}^2}\times\\&\quad[4m^3n^2+12m^2n+9m\\&\quad+4mn+4]<0\end{aligned}\right\}\cdots(l)$$

(k)・(l) 式が示すように，$F\cdot G$ は m および n の減少函数となるので，$|M_{(1)}|\cdot|M_{(2)}|$ は(18′)・(19′) 式から，m および n の減少函数である。

（2） 支承 1・2 が沈下する場合

支承 1・2 が沈下する場合（図—1(2) 参照），(18)・(19)式において

$$y_1=ky_2 \qquad k>1 \cdots\cdots\cdots (m)$$

とおけば

$$M_{(1)}=y_2(kF-G)\frac{EI_2}{l^2} \cdots\cdots\cdots (18'')$$

$$M_{(2)}=y_2(F-kG)\frac{EI_2}{l^2} \cdots\cdots\cdots (19'')$$

(i)・(j) 式より

$$F-G=\frac{6}{m(2mn+3)}>0$$

となるので，(m) 式より

$$kF-G>0 \cdots\cdots\cdots (n)$$

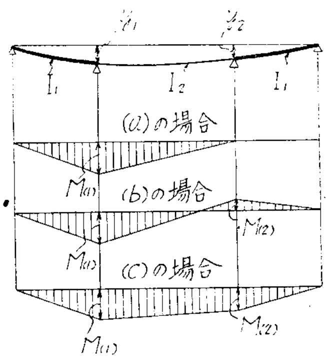
$$F-kG\gtreqless 0 \cdots\cdots\cdots (n')$$

(18″)・(19″) 式より

$$|M_{(1)}|\geq|M_{(2)}| \cdots\cdots\cdots (o)$$

従つて，(n)・(n′)・(o) 式から図—4 に示す種類の曲げモーメント図が考えられる。

図—4



(A) $M_{(1)}$ について

m を一定とすれば，(i)・(j) 式から

$$kF-G=\frac{6[k\{2mn(m+1)+(3m+2)\}}{m(2mn+1)(2mn+3)}$$
$$\underline{-\{2m^2n+(3m+1)\}]}=\varphi(n) \cdots (20)$$

$$\frac{d\varphi(n)}{dn}=-[\{4m^2(m+1)k+m\}n^2+4m\{(3m+2)k+(3m+1)\}n+\{9mk+5k-9m-4\}]$$

$k>1$ であるので，{ } 内は常に正である。

従つて

$$\frac{d\varphi(n)}{dn}<0 \cdots\cdots\cdots (21)$$

また

$$\left.\begin{aligned}&\lim_{n\to 0}\varphi(n)=\frac{2\{k(3m+2)-(3m+1)\}}{m}>0\\&\lim_{n\to\infty}\varphi(n)=0\end{aligned}\right\}(22)$$

(21)・(22) 式から，$\varphi(n)$ が n の減少函数であることは明らかである。

(B)　$M_{(2)}$ について

(n′) 式において，m を一定として $F-kG \gtreqless 0$ の三つの場合について考える。

$$F-kG=\frac{6[\{2(m+1)mn+(3m+2)\}-\{2m^2n+(3m+1)\}k]}{m(2mn+1)(2mn+3)}=\psi(n)\cdots(23)$$

$$\frac{d\psi(n)}{dn}=\frac{12}{(2mn+1)^2(2mn+3)^2}[\{4m^2n^2+4m(3m+1)n+(9m+4)\}k-\{4m^2(m+1)n^2+4m(3m+2)n+(9m+5)\}]\cdots\cdots(24)$$

(a)　$\psi(n)=0$ の場合 $(M_{(2)}=0)$

(23) 式より

$$k=\frac{2mn(m+1)+(3m+2)}{2m^2n+3m+1}\cdots\cdots(25)$$

なる関係がある。

(b)　$\psi(n)<0$ の場合 $(M_{(2)}<0)$

(23) 式より

$$k>\frac{2mn(m+1)+(3m+2)}{2m^2n+3m+1}\cdots\cdots(25')$$

なる関係がある。(24)・(25′) 式から

$$\frac{d\psi(n)}{dn}>12\left[\frac{4m^2(3m^2+3m+1)n^2}{(2m^2n+3m+1)}\cdot\frac{+8m(2m+1)n+3(2m+1)}{(2mn+1)^2(2mn+3)^2}\right]>0\cdots\cdots(26)$$

従つて，$\psi(n)$ は n の増加函数である。

(c)　$\psi(n)>0$ の場合 $(M_{(2)}>0)$

(23) 式より

$$k<\frac{2mn(m+1)+(3m+2)}{2m^2n+3m+1}\cdots\cdots(25'')$$

なる関係がある。(24) 式において

$$\frac{d\psi(n)}{dn}=0$$

とおき，k について解けば

$$k=\frac{4m^2(m+1)n^2+4m(3m+2)n+(9m+5)}{4m^2n^2+4m(3m+1)n+(9m+4)}\cdots\cdots(24')$$

(25″)・(24′) 式から極値の存在し得ることは明らかである。(24′) 式を n について解けば

$$n=\frac{-\{(3m+2)-k(3m+1)\}\pm\sqrt{(2m+1)(k^2-1)}}{2m\{(m+1)-mk\}}\cdots\cdots(27)$$

(27) 式の分母は，(25″) 式の関係から常に正である。

従つて，$n>0$ なるためには

$$-\{(3m+2)-k(3m+1)\}\pm\sqrt{(2m+1)(k^2-1)}>0\cdots\cdots(28)$$

であることは必要条件である。

(i)　$(3m+2)-k(3m+1)\geqq 0$ の場合

（イ）$1<k\leqq\dfrac{3m+2}{3m+1}$ のとき

(28) 式より

$$\frac{9m+5}{9m+4}<k<\frac{3m+2}{3m+1}$$

(24) 式に，$k=\dfrac{9m+5}{9m+4}$ を入れると

$$\frac{d\psi(n)}{dn}=\frac{12}{(2mn+1)^2(2mn+3)^2}\times\{-4mn(2mn+1)(4m+3)\}<0\cdots\cdots(\mathrm{p})$$

（ロ）$k=1$ のとき

$$\frac{d\psi(n)}{dn}=-(4m^3n^2+4mn+1)<0\cdots\cdots(\mathrm{q})$$

(24)・(p)・(q) 式が示すように，$1\leqq k=\dfrac{9m+5}{9m+4}$ のとき，$\psi(n)$ は n の減少函数である。

(ii)　$(3m+2)-k(3m+1)<0$ の場合

（イ）根号が正であれば，(27)式は常に成立する。

（ロ）根号が負であれば

$$(3m+2)-k(3m+1)>\sqrt{(2m+1)(k^2-1)}$$

となり，(i) と同様に解いて

$$k<\frac{9m+5}{9m+4}\text{ および }\frac{2m(m+1)+(3m+2)}{2m^2n+3m+1}<k$$

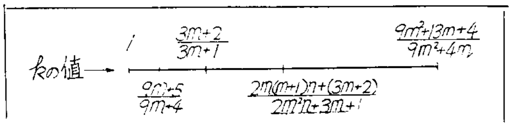
従つて極値は存在しない。(i)・(ii) により

$\dfrac{9m+5}{9m+4}<k<\dfrac{2m(m+1)+(3m+2)}{2m^2n+3m+1}$ なるとき

$$n=\frac{\sqrt{(2m+1)(k^2-1)}-\{(3m+2)-(3m+1)k\}}{2m\{(m+1)-mk\}}\cdots\cdots(\mathrm{r})$$

は，$\psi(n)$に極値を与える。なお，図—5は $\dfrac{9m+5}{9m+4}$，$\dfrac{3m+2}{3m+1}$，$\dfrac{2m(m+1)n+3m+2}{2m^2n+3m+1}$，$\dfrac{9m^2+13m+4}{m(9m+4)}$ の関係を示したものである。

図—5　$\psi(n)>0$ の吟味における k の大小関係



7.　結　論

（1）$M_{(1)}$・$M_{(2)}$ は，図—3 および，(18)・(19) 式から簡単に計算することができる。

（2） 沈下が曲げモーメントに与える影響は，(18)・(19) 式が示すように，径間が長いほど，また，ヤング係数，断面二次モーメントが小さい材料ほど有利である。従つて，沈下のおそれある箇所に，連続バリを架設する場合，鋼・P・C ゲタは鉄筋コンクリート ゲタよりも有利である。

（3） 設計にあたり，$E \cdot I_2 \cdot l \cdot y$ を一定と考える場合は，$M_{(1)} \cdot M_{(2)}$ と $m \cdot n$ との間に，つぎの関係がある。

(i) 支承1のみが沈下する場合

$$M_{(1)}>0 \quad M_{(2)}<0$$

$$|M_{(1)}|>|M_{(2)}|$$

$|M_{(1)}| \cdot |M_{(2)}|$ は $m \cdot n$ の減少函数

(ii) 支承 1・2 が沈下する場合

m を定数とし，n について考察する。

$y_1=ky_2$ かつ $k \geqq 1$ とすれば

$$|M_{(1)}|>|M_{(2)}|$$

(a) $M_{(1)}$ について

$M_{(1)}>0$，$M_{(1)}$ は n の減少函数

(b) $M_{(2)}$ について

$$k=\frac{2mn(m+1)+3m+2}{2m^2n+3m+1} \quad \text{ならば} \quad M_{(2)}=0$$

$$k>\frac{2mn(m+1)+3m+2}{2m^2n+3m+1} \quad \text{ならば} \quad M_{(2)}<0$$

$$1 \leqq k<\frac{2mn(m+1)+3m+2}{2m^2n+3m+1} \quad \text{ならば} \quad M_{(2)}>0$$

なお，$1 \leqq k=\dfrac{9m+5}{9m+4}$ および $k>\dfrac{2mn(m+1)+3m+2}{2m^2n+3m+1}$

ならば，$|M_{(2)}|$ は n の減少函数

$$\frac{9m+5}{9m+4}<k<\frac{2mn(m+1)+3m+2}{2m^2n+3m+1} \quad \text{ならば，}$$

(r) 式は $M_{(2)}$ に最大値を与える。

（4） 支承 0，または，3 あるいは支承 0・3 が沈下するとき， 支承 1・2 におこる曲げモーメントは，支承1・2が沈下したときにおこる曲げモーメント $M_{(1)} \cdot M_{(2)}$ と，絶体値が等しく符号が反対であるので，前項（3）を適用できる。

本研究は特殊設計室長友永和夫博士の指導をうけ，計算は斎藤昇君の協力を得たことを付記する。

参 考 文 献

1) 深谷：断面を異にする三径間連続バリにおける曲げモーメントの一般的傾向，土木学会誌第 39 巻，第4号（昭.29.4）
2) Cross and Morgan : Continuous Frames of Reinforced Concrete, 1951.
3) Wang : Statically Indeterminate Structures 1953.
4) 深谷：断面二次モーメント比の影響を考慮した三径間連続バリ橋の設計について，土木学会誌，第 39 巻，第 11 号（昭.29.11）
5) 深谷：三径間連続バリ橋の経済的設計について土木学会誌，第 39 巻，第8号（昭.29.8）

（昭.30.6.4）

繰返荷重下の構造物寿命の推算法について*

正員 西 村 昭**

ON AN ESTIMATION OF LIFE OF STRUCTURES SUBJECTING TO REPEATED LOAD

(JSCE Dec. 1955)

Akira Nishimura, C.E. Member

Synopsis In this paper, a method of estimation of the life of metal structures subjecting to repeated loads is studied based on the fatigue properties of material, considering various effects introduced in practical service condition of structures. And, some considerations are made on the permissible design stress of materials to be designed for repeated stress.

要旨 繰返荷重を受ける構造物の寿命を，材料の疲労現象にもとづき実際使用状態において関係する諸要素を考慮して推定する一方法について述べ，さらに繰返荷重に対する設計許容応力について考察したものである。

* 土木学会第 11 回年次学術講演会にて発表のものに補筆訂正を加えたものである。
** 神戸大学講師，工学部土木工学教室

1. 緒 言

特殊な場合を除き，許容応力を基準とした慣用設計法に従う構造物においては，使用状態に入つた初期では部材応力が許容応力に達することはきわめてまれであるが，一般に見られる永久構造物においては使用年数の増加にともない，腐食・磨耗等による部材有効断面積減少あるいは客観的情勢変化による荷重増大等によつて，作用応力は次第に増加して許容応力に近接，