

とそれぞれ図-11(a)及び(b)に示すごとくで、振巾はほぼ等比級数的に減少しクロム摩擦はほとんど認められない。これから求めた対数減衰率は、図-9(b)の場合に0.14~0.17、図-10の横振動の場合に0.19程度の値をとり、起振機により得た値と大差ない。

### 8. 結 言

橋梁の衝撃振動あるいはその健全性と密接な関係を有する振動特性を求める方法として起振機による方法について述べ、これを径間200 ft のピン結トラス9連に応用した結果について報告した。主構の腐食、鉄弛緩などと振動特性との関係は明瞭でないが、アイバーなどの弛緩に原因する局部振動の影響は共振曲線の形状に明らかな変化を及ぼし、また縦桁横棟材の取付鉄の脱落はその横振動振巾をかなり増加させていることが認められた。

起振機により弱小橋梁の強度判定を行うためには、腐食、弛緩その他の欠陥と振動特性との関連について調査しておくことが必要であつて、本報告はそれに対する一つの資料を与えたものである。

最後にこの試験の実施について多大の御援助を賜わつた名古屋鉄道管理局施設部の関係各位に深甚の謝意を表するとともに、起振機の整備取扱いに努力された小松原政次氏はじめ測定に協力された諸氏の労を多とするものである。

### 参 考 文 献

- 1) Fourth Report of the Indian Railway Bridge Stress Committee, 1921, vol. 2, p. 16.
- 2) Report of the Bridge Stress Committee, Dep. of Sci. and Ind. Res. London, 1928.
- 3) R. Bernhard u. W. Späth : Rein dynamische Verfahren zur Untersuchung der Beanspruchungen von Bauwerken, Der Stahlbau, März 1929.
- W. Späth : Theorie und Praxis der Schwingungsprüfmaschinen, Berlin, Springer, 1934.
- 4) 原田千三訳：橋梁振動論，丸善，1941。
- 5) An Investigation of Bridge Impacts with a Mechanical Oscillator, Proc. AREA, vol. 49, 1948.
- 6) R. Bernhard : Dauerversuche an genieteten und geschweißten Brücken, ZS. V.D.I. Bd. 73, 1929.
- 7) B. Brückmann : Die Brückennetzwagen der Deutschen Bundesbahn beim Eisenbahn-Zentralamt München-Zweck, Beschreibung und Verwendung. Die Bundesbahn, Heft 15, 1951.
- 8) 小西一郎・山田善一：既設鋼道路橋の振動減衰について、土木学会誌 第38卷 第10号、昭28-10。
- 9) R.K. Bernhard : Study of Mechanical Oscillators, Proc. ASTM, vol. 49, 1949.
- 10) Den Hartog : Mechanical Vibrations, p. 119  
(昭.30.4.25)

## 壁厚が直線的变化をなす円筒形水槽の 温度応力解式と計算図表

正員 工学博士 酒井 忠明\*

CALCULATION FORMULAE AND GRAPHS OF THERMAL STRESS OF CYLINDRICAL TANKS WITH LINEARLY VARING WALL THICKNESS  
(JSCS Oct. 1955)

Dr. Eng., Tadaaki Sakai, C.E. Member

**Synop** In this paper, the author gives the practical calculation formulae and graphs from which the stresses due to the temperature change can be directly and quickly determined at any point in the wall of tanks with linearly varing wall thickness.

**要旨** 円筒形水槽においてその下端が固定状態の場合には、壁体の温度変化による応力はきわめて大であり、下端附近においては曲げモーメント及びセン断力は液圧によるものより大なることがありうるので、なおざりにはできない。従つて著者は壁厚一定の場合及び壁厚が直線的変化をなす場合、壁体が一様な温度変

化をなしたとき生ずる温度応力の計算式を求め、さらに図表を作製してこの温度応力計算の便に供するものである。

### 1. 壁厚一定なる水槽の温度応力解式

水槽の諸寸法を図-1に示すごとくあらわし、また

$E, \nu$  : 壁体材料の弾性係数及びボアソン比

$\epsilon$  : 壁体材料の線膨脹係数

\* 北海道大学教授、工学部土木教室

$M_x, Q_x$ : 単位巾の壁体の水平断面に作用する曲げモーメント及びセン断力

$N_\varphi, M_\varphi$ : 単位高の壁体の垂直断面に作用する引張周辺力及び曲げモーメント

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( x^3 \frac{d^2 w}{dx^2} \right) + \frac{12(1-\nu^2)}{\alpha^2 a^2} x w = -\frac{12(1-\nu^2)}{\alpha^2 a^2} x a \varepsilon T \quad \dots \dots \dots (8)$$

この式の一般解は

$$w = \frac{1}{\sqrt{x}} [C_1 Z_1'(\xi) + C_2 Z_2'(\xi) + C_3 Z_3'(\xi) + C_4 Z_4'(\xi)] - a \in T \dots \dots \dots (9)$$

ただし、

$$\xi = 2 \rho \sqrt{x}, \quad \rho = \frac{\sqrt[4]{12(1-\nu^2)}}{\sqrt{a}a}$$

または、

$$\frac{1}{\beta l} = \sqrt[4]{\frac{1}{3(1-\nu^2)}} \frac{a}{l} \sqrt{\frac{t_u}{a}}$$

とあらわせば、 $\alpha = t_u/L$  なる関係より

$$\xi = 2\sqrt{2} \beta \sqrt{L_x}, \quad \rho = \beta \sqrt{2L}$$

(9) 式において  $Z_1'(\xi) \sim Z_4'(\xi)$  は学会誌第 39 卷第 6 号 p. 36 に定義した導函数である。 $C_1 \sim C_4$  なる積分常数の決定にあたり、普通の水槽においてその上端付近以外の応力を求める場合には  $C_3$  及び  $C_4$  はこれを 0 とみなすことができる。従つて  $x=L$  における  $\xi$  を  $\xi_0$  とあらわし、 $x=L$  において  $w=0$  及び  $dw/dx=0$  なる条件、すなわち

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\nu L} [C_1 Z_1'(\xi_0) + C_2 Z_2'(\xi_0)] &= \alpha \epsilon T \\ \frac{1}{2 \nu L} [C_1 \{ \xi_0 Z_2(\xi_0) - 2 Z_1'(\xi_0) \} \\ &\quad - C_2 \{ \xi_0 Z_1(\xi_0) + 2 Z_2'(\xi_0) \}] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

より  $C_1$  及び  $C_2$  を決定することができ次のとくなる。

$$C_1 = \frac{a\varepsilon T \sqrt{L} \left[ Z_1(\xi_0) + \frac{2}{\xi_0} Z_1'(\xi_0) \right]}{Z_1(\xi_0) Z_1'(\xi_0) + Z_2(\xi_0) Z_2'(\xi_0)} \quad \dots (11)$$

温度応力は(3)式において  $t = \alpha x$  として

$$M_x = -\frac{E a^3}{48(1-\nu^2)} \sqrt{x} [C_1 \{\xi^2 Z'_2(\xi) \\ - 4 \xi Z_2(\xi) + 8 Z_1'(\xi)\} - C_2 \{\xi^2 Z'_1(\xi) \\ - 4 \xi Z_1(\xi) - 8 Z_2'(\xi)\}]$$

$$Q_x = \frac{E \alpha^3 \rho^2}{24(1-\nu^2)} \sqrt{x} [C_1 \{ \xi Z_1(\xi) + 2 Z_2'(\xi) \} - C_2 \{ \xi Z_2(\xi) - 2 Z_1'(\xi) \}] \quad (12)$$

$$N_\varphi = -\frac{E \alpha}{a} \sqrt{x} [C_1 Z_1'(\xi) + C_2 Z_2'(\xi)]$$

$$M_\varphi = \nu M_x$$

一端の壁厚が0なる場合は $C_0$ 及び $C_1$ は0であり(1)

式は正解となる。次に  $Z_1(\xi)$ ,  $Z_2(\xi)$ ,  $Z_1'(\xi)$  及び

$Z_2'(\xi)$  として

$$\left. \begin{aligned} Z_1(\xi) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\xi}} e^{\frac{\xi}{2}} \left[ \cos\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{8\xi} \sin\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \right] \\ Z_2(\xi) &= \frac{-1}{\sqrt{2\pi\xi}} e^{\frac{\xi}{2}} \left[ \sin\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{8\xi} \cos\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \right] \\ Z_1'(\xi) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\xi}} e^{\frac{\xi}{2}} \left[ \cos\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{8\xi} \cos\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) \right] \\ Z_2'(\xi) &= \frac{-1}{\sqrt{2\pi\xi}} e^{\frac{\xi}{2}} \left[ \sin\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{8}\right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{8\xi} \sin\left(\frac{\xi}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{8}\right) \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots(13)$$

なる近似計算式を(12)式に代入し整理すれば次のとおり、  
とき温度応力実用計算式が得られる。

$$\left. \begin{array}{l} M_x = E \varepsilon T l \frac{t_u}{a} K_4 \\ Q_x = E \varepsilon T l \frac{t_u}{a} K_5 \\ N_\varphi = -E \varepsilon T t_u K_6 \\ M_\varphi = v M_\varphi \end{array} \right\} \dots \dots \dots \quad (14)$$

ただし

$$\begin{aligned}
K_4 &= \frac{1}{2\beta^2 L^2} e^{-X} \sqrt[4]{Y} \frac{1}{D} \left[ \left\{ Y - \frac{15}{16\beta L} Y \right. \right. \\
&\quad \cdot \frac{1}{\beta^2 L^2} \left( \frac{15}{16} - \frac{3}{32} Y - \frac{33}{32} \sqrt{Y} \right) \left. \right\} \cos X \\
&\quad - \left\{ Y - \frac{35}{16\beta L} \sqrt{Y} + \frac{1}{\beta^2 L^2} \left( \frac{15}{16} - \frac{3}{32} Y \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{33}{32} \sqrt{Y} \right) - \frac{1}{\beta^3 L^3} \right\} \sin X \Big] \\
K_5 &= \frac{1}{\beta L} e^{-X} \sqrt{Y} \frac{1}{D} \left[ \left\{ \frac{1}{4} \sqrt{Y} - \frac{15}{32\beta L} (1 + \sqrt{Y}) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{7}{16\beta^2 L^2} \right\} \cos X + \left\{ \frac{15}{32\beta L} (1 - \sqrt{Y}) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{3}{32\beta^2 L^2} \left( \frac{1}{\sqrt{Y}} - \sqrt{Y} \right) \right\} \sin X \Big] \\
K_6 &= e^{-X} \sqrt[4]{Y} \frac{1}{D} \left[ \left\{ 1 - \frac{3}{16\beta L} \frac{1}{\sqrt{Y}} \right. \right. \\
&\quad + \frac{3}{32\beta^2 L^2} \left( \frac{1}{\sqrt{Y}} - 1 \right) \left. \right\} \cos X \\
&\quad + \left\{ 1 - \frac{15}{16\beta L} + \frac{3}{32\beta^2 L^2} \left( \frac{1}{\sqrt{Y}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + 1 \right) \right\} \sin X \Big]
\end{aligned} \tag{15}$$

上式において、

$$\frac{1}{\beta L} = \frac{1}{\beta l} \cdot \frac{l}{L}, \quad Y = \frac{x}{L} = 1 - \frac{l}{L} \frac{x'}{l}$$

$$X = 2\beta l \frac{L}{l} (1 - \sqrt{Y}), \quad D = 1 - \frac{3}{16\beta l} \frac{l}{L} \quad \left. \right\} \quad (16)$$

なお  $Z_1(\xi) \sim Z'_2(\xi)$  として普通用いられているごとく (13) 式の大括弧内の第 2 項を省略したる概算式を使用すれば

$$\begin{aligned}
 K_4 &= \frac{1}{2\beta^2 L^2} e^{-\frac{X}{\beta^2 L^2}} \sqrt[4]{Y} \left[ \left\{ Y - \frac{1}{\beta L} Y \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \frac{1}{\beta^2 L^2} (1 - \sqrt{Y}) \right\} \cos X - \left\{ Y - \frac{2}{\beta L} \sqrt{Y} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{\beta^2 L^2} (1 + \sqrt{Y}) - \frac{1}{\beta^3 L^3} \right\} \sin X \right] \\
 K_5 &= \frac{1}{\beta L} e^{-\frac{X}{\beta^2 L^2}} \sqrt[4]{Y} \left[ \left\{ \sqrt{Y} - \frac{1}{2\beta L} (1 + \sqrt{Y}) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{2\beta^2 L^2} \right\} \cos X + \frac{1}{2\beta L} (1 - \sqrt{Y}) \sin X \right] \\
 K_6 &= e^{-\frac{X}{\beta^2 L^2}} \sqrt[4]{Y} \left[ \cos X + \left( 1 - \frac{1}{\beta L} \right) \sin X \right]
 \end{aligned} \tag{17}$$

ただし (17) 式は 10% 前後の誤差を有するものである。また壁厚一定の場合には  $I/L=0$ ,  $Y=1$ ,  $X=\beta x'$  なる関係があるから、これらを (15) または (17) 式に用いれば、すでに求めた (7) 式と同一結果が得られる。壁体上端の厚さが 0 なる場合には  $I/L=1$  であり、従つて  $K_4 \sim K_6$  は学会誌第 40 卷第 2 号 p.19 に述べた液圧応力に関する  $K_1 \sim K_3$  とそれぞれ相等しくなる。

### 3. 温度応力計算図表

(15) 式に  $I/L$  の種種の数値を代入して計算すると、一定の  $x'/l$  及び  $1/\beta l$  において実用的には  $K_1 \sim K_6$  はいづれも  $I/L$  との間に直線関係があることがわかる。従つて  $I/L=0$ 、すなわち壁厚が一定の場合の  $K_1 \sim K_6$  をそれぞれ  $K_{MT}$ ,  $K_{QT}$  及び  $K_{NT}$  とし、また  $I/L=1$  すなわち上端の壁厚が 0 の場合の  $K_1 \sim K_6$  を液圧の場合用いた記号を用いてそれぞれ  $K_M$ ,  $K_Q$  及び  $K_N$  とし  $x'/l$  が 0, 0.02, 0.05, 0.1, 0.15…1 なる特定の壁体諸点におけるこれらの値と  $1/\beta l$  との関係を図-3～5のごとく曲線にて示しておけば

$$\left. \begin{aligned} K_4 &= K_{MT} + (K_{M1} - K_{MT}) \frac{l}{L} \\ K_5 &= K_{QT} + (K_{Q1} - K_{QT}) \frac{l}{L} \\ K_6 &= K_{NT} + (K_{N1} - K_{NT}) \frac{l}{L} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

なる関係により任意の  $I/L$  の値を有する場合の  $K_4 \sim K_6$  を簡単に求めることができる。普通の水槽の寸法は大体  $1/\beta l$  が 0.20 以下であるので、これらの図表には  $1/\beta l$  が 0~0.20 に対するものを示した。一定厚の場合に対する  $K_4 \sim K_6$  は実線で示した曲線の継距、上端壁厚が 0 の場合に対する  $K_4 \sim K_6$  は破線で示し

図-3 温度応力計算図表(1)

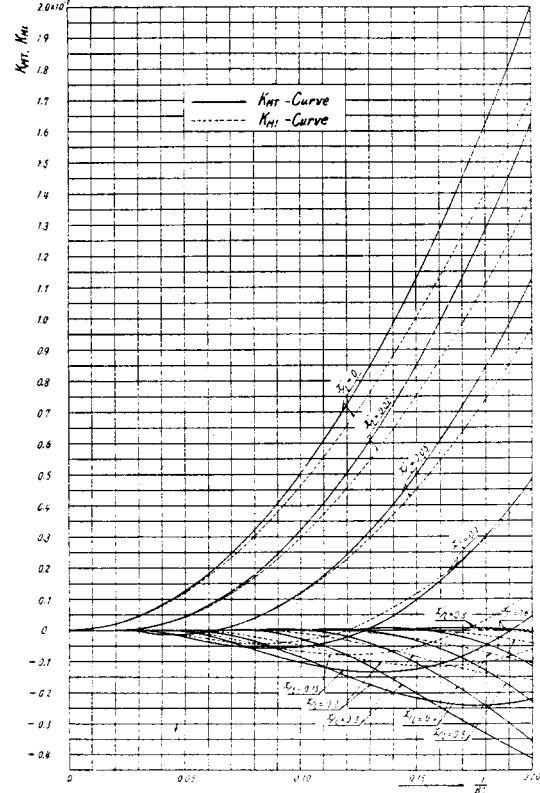


図-4 温度応力計算図表(2)

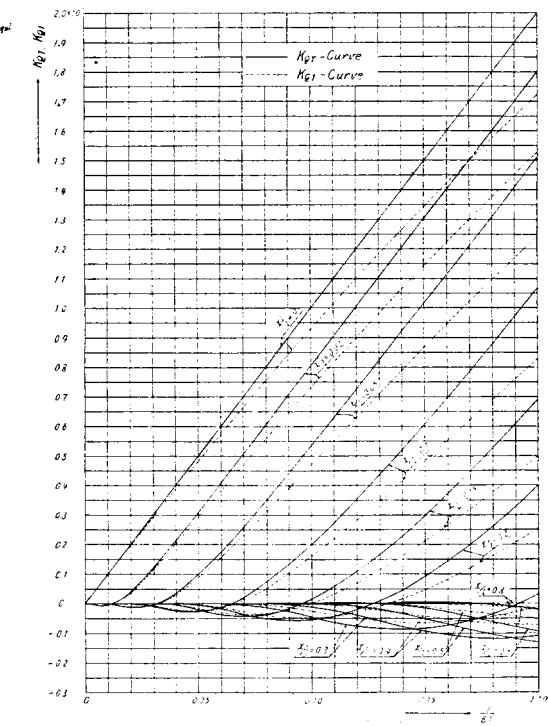
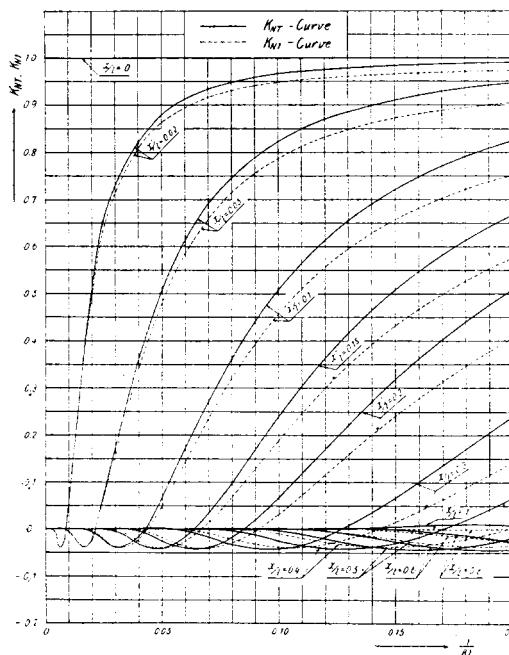


図-5 温度応力計算図表(3)



た曲線の縦距をもつて与えられる。また  $l/L=1/2$  すなわち水槽壁の上端の厚さが下端の厚さの  $1/2$  なる場合には  $K_4 \sim K_6$  の値は実線と破線の両曲線の中央点の縦距によつて与えられる。

#### 4. 計算例-1

$a=l$ ,  $a=20 t_u$ ,  $t_0=0$ ,  $\nu=0$  なる鉄筋コンクリート水槽を例にとり  $+15^\circ\text{C}$  なる温度変化による曲げモーメントと液圧による曲げモーメントとの比  $k$  を求めてみる。液圧による曲げモーメント  $M_x$  は液体の単位重量を  $\gamma$  とするとき前掲学会誌に述べたごとく  $\gamma l^3 K_1$  であり、この例題のごとく上端の壁厚が 0 の場合は(14)式の  $K_4$  とこの  $K_1$  とは相等しくなるので、温度変化と液圧による曲げモーメントの比は

$$k = \frac{E \varepsilon T l^2 \frac{t_u}{a}}{\gamma l^3}$$

しかしして、

$$\gamma = 1 \times 10^{-3} \text{ kg/cm}^3, E = 2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\varepsilon = 1 \times 10^{-5} \text{ per } 1^\circ\text{C}$$

とし、また  $T=15^\circ\text{C}$ ,  $t_u/a=1/20$  であるから

$$k = 1.575 \times 10^3 \text{ cm} \times \frac{1}{l}$$

従つて  $l$  が 10, 15 及び 20 m なる場合  $k$  はそれぞれ 1.575, 1.050 及び 0.787 となり温度変化による曲げモーメントは液圧によるものに匹敵する大きさを有することがわかる。

#### 5. 計算例-2

$a=800 \text{ cm}$ ,  $l=1530 \text{ cm}$ ,  $t_u=50 \text{ cm}$ ,  $t_0=25 \text{ cm}$ ,  $\nu=1/6$  なる鉄筋コンクリート水槽を考える。この例題においては  $1/\beta l=0.10$  である。また  $l/L$  が  $1/2$  であるから図-3～5 の温度応力計算図表において  $1/\beta l=0.10$  における各実線と破線の中央点の縦距が  $K_4 \sim K_6$  を与えることとなり、これらの値は表-1 に示すこととなる。ただし図表によると小数点下第3位の数值が不明であるので表-1には図表作製に用いた計算値から求めたものを便宜のため示した。

表-1

$x'/l$	$K_4$	$K_5$	$K_6$
0	$0.481 \times 10^{-2}$	$0.964 \times 10^{-1}$	1
0.02	0.308	0.767	0.956
0.05	0.119	0.501	0.805
0.10	-0.044	0.179	0.483
0.15	-0.085	0.009	0.213
0.20	-0.071	-0.052	0.049
0.30	-0.019	-0.038	-0.040
0.40	0.001	-0.007	-0.018
0.50	0.002	0.002	-0.001
0.60	0.001	0.001	0.001
0.80	-0.000	-0.001	0.000
1	0	0	-0.000

表-2

$x'/l$	温 度 応 力			液 压 応 力		
	$M_x (\text{kg-cm})$	$Q_x (\text{kg})$	$N_\varphi (\text{kg})$	$M_x (\text{kg-cm})$	$Q_x (\text{kg})$	$N_\varphi (\text{kg})$
0	$2.217 \times 10^4$	$2.904 \times 10^2$	$-1.575 \times 10^3$	$1.633 \times 10^4$	$2.198 \times 10^2$	$0 \times 10^3$
0.02	1.420	2.310	-1.506	1.032	1.739	0.039
0.05	0.543	1.503	-1.268	0.380	1.126	0.195
0.10	-0.203	0.539	-0.761	-0.175	0.389	0.530
0.15	-0.392	0.027	-0.335	-0.308	0.007	0.793
0.20	-0.327	-0.157	-0.077	-0.251	-0.126	0.927
0.30	-0.038	-0.114	0.063	-0.064	-0.087	0.907
0.40	0.005	-0.021	0.028	0.007	-0.014	0.756
0.50	0.009	0.006	0.002	0.007	0.005	0.613
0.60	0.005	0.003	-0.002	0.004	0.002	0.488
0.80	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	-0.000	0.245
1	0	0	0.000	0	0	0.000

次に  $E$ ,  $\epsilon$  及び  $T$  を前例題のごとくとれば

$$E \epsilon T l \frac{t_u}{a} = 4.609 \times 10^6 \text{kg-cm/cm}$$

$$E \epsilon T l \frac{t_u}{a} = 3.012 \times 10^3 \text{kg/cm}$$

$$-E \epsilon T t_u = -1.575 \times 10^3 \text{kg/cm}$$

これらの値を表-1 の数値にかけて 1 cm 巾に対する  $M_x$  及び  $Q_x$  及び 1 cm 高に対する  $N_\phi$  を求めると表

-2 に示すとくなる。同表には液圧によるこれらの値をも参考のため併記した。計算結果の精度に関しては液圧の場合と同様であるので、前掲学会誌の例題を参照せられたい。

この研究は昭和 29 年度文部省科学研究費補助による研究の一部として行つたものであることを付記する。

(昭.30.4.22)

## ビルディングの潜函工事における応力測定

正 員 工学博士	横 尾 義 貫*
正 員 工学博士	丹 羽 義 次**
准 員	森 忠 次***

### MEASUREMENT OF THE STRESSES AT CAISSON WORK OF A BUILDING

(JSCE Oct. 1955)

*Dr. Eng., Yoshitsura Yokoo, C.E. Member, Dr. Eng., Yoshiji Niwa,  
C.E. Member, and Chūji Mori, C.E. Assoc. Member*

**Synopsis** During the setting work of the caisson of a building, we measured the stresses of the caisson, from March 1 to June 3, 1954. Carlson type elastic wire strain meters were used in this measurements. From this results, loading stresses of the caisson, due to own weight of it and earth pressure acting on its side walls, are discussed. And it was revealed that temperature stresses occur in this caisson, but they are much smaller than loading stresses.

**要旨** 本報告は昭和 29 年 3 月 1 日～6 月 3 日の 3 カ月余にわたり、ビルディング潜函体の沈下作業中におけるヒズミを Carlson 型ヒズミ計によつて測定し、潜函体自重の支持方法及び側壁に加わると土圧<sup>1)</sup>と発生応力との関係、並びに温度応力の状態について述べたものであつて、潜函体の設計並びに施工を合理化するための資料を得た一例を示したものである。

#### 1. 緒 言

構造物の応力測定を行う目的は、これに惹起される応力状態を究明して今後の合理的な設計並びに施工を計るための資料をうること、及び隨時測定を行つて常に安全性を確かめることにある。潜函体においては、沈下作業中における応力状態に不明な点が多くまたこれが重要なものと考えられるので、本測定では目的を前者に限定し、この期間中における潜函体の一般的な応力状態の傾向を調査することにした。このような測

定を行うには長期間安定したヒズミ計を使用する必要があり、現地の種々な条件を検討した結果、Carlson 型電気抵抗線ヒズミ計が最も適したものと認めこのヒズミ計を使用することにした。

使用した Carlson 型ヒズミ計は著者等の製作したものである<sup>2)</sup>。この型式のヒズミ計は、元来アメリカにおいてダムの応力測定を目的として考案されたものであるが<sup>3)4)5)6)7)8)</sup>、わが国においても最近各地のダムのみならず、その他の特殊な用途に使用され<sup>1)9)</sup>やや普及してきたので、ここではただ実測方法と結果及びその考案について述べる。

#### 2. 潜函体工事の概要

測定を実施したビルディングの地下部分は図-1 に示すような潜函体で、地上にて築造後沈下させ地下約 11 m の所定位置に設定された。1 階及び地下 1 階床スラブは沈下前にコンクリート打設が行われた。斜材は沈下工事中の補強用部材であつて沈下後は撤去されるものである。潜函体重量（地上 2 階までの鉄骨組みを含めて）は 8 406 t であるが、その他の積載重量を

\*京都大学教授、工学部土木工学教室

\*\*京都大学助教授、工学研究所

\*\*\*京都大学講師、工学部土木工学教室