

曲線部における自動車の運動

“Driver Performance on Horizontal Curves”

By A. Taragin

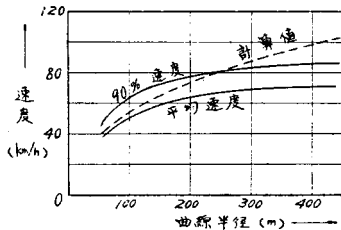
Highway Research Board, Proceedings,
Jan. 1954

この報文は、道路の水平曲線部における自動車の速度傾向について、種々の半径及び視距を有する曲線部を自由に走行している延 8400 台の自動車速度の観察結果をまとめたものである。

観測の内容 観測点としては、視距の範囲が 60～200 m, 勾配は 3% 以下でかつ縦断曲線に含まれない区間であり、また交叉、接続路の影響の少ない所が選ばれている。

曲線半径と速度の関係 図-1 中の実線は、観測した速度と曲線半径の関係をプロットしたものである。

図-1



(原文では、曲線部の曲り方を米國式の曲度—すなわち 100 ft の弦を挟む中心角の度数—で表わしているが、ここでは曲線半径に換算した)。また図中に重ねた破線は、適当な片勾配を考慮した場合の許容速度で、次式から求めたものである。

$$V^2 = 127(i+f)R \dots\dots\dots(1)$$

V : (km/h) R : (m)

i : 0.00～0.10

f : 60 m.p.h. 以下 0.16

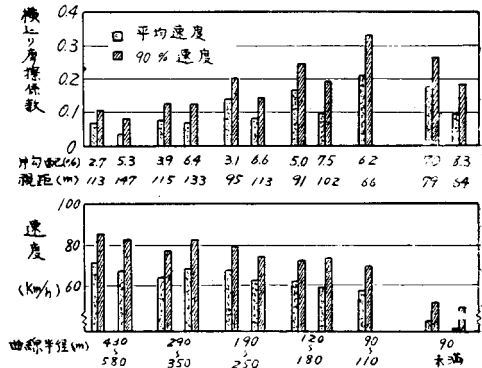
65 m.p.h. " 0.15

70 m.p.h. " 0.14

図より明らかなように、平均速度は常に設計速度より低い、10%の車が出ている速度(90%の車がその速度より遅い速度)は、曲線半径の小なる場合(250 m 以下)設計速度より最大 10 km/h 程度大である。これは実際の f の値が、設計に用いる値より大なる状態で、自動車が走っていることにほかならない。

走行状態における横切り摩擦係数 観測した速度及び曲線半径、片勾配によつて、(1)式から横切り摩擦係数の値を逆算したものが図-2である(ただし内側車線)。図-2 では速度は曲線半径の小きくなると

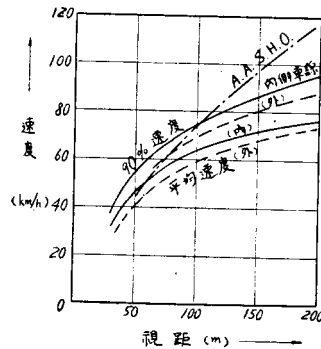
図-2



もに減小しているが、同じ曲線半径では片勾配の大小にはほとんど影響されていない。従つて f の値は、図-2 上段に示すごとく、片勾配の大小に従つてそれぞれ小または大となつている。

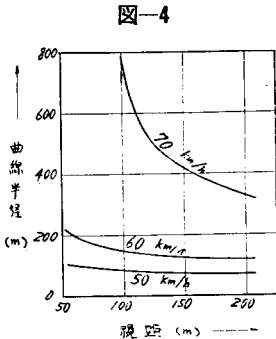
視距と速度の関係 曲線部の視距は、道路の構造において曲線半径、片勾配とともに、安全のために重要な要素と考えられている。観測の結果は図-3 のとお

図-3



りであつて、同一視距に対し内側車線の方が外側車線より速度が高くなつているのは、曲線部の実際の走行速度が、外側車線の視距が内側のそれより長いにもかかわらず、内側と外側でほとんど変わらないことを示している。また図-3 中には A.A.S.H.O. の設計標準にある視距と速度の関係を併記してあるが、視距の小なる場合(約 100 m 以下)では、図-1 と同様 90% 速度が設計速度を上回つている。なお、観測値の分布曲線としては、双曲線が最もよく適合することが認められている。しかし曲線半径と速度の関係より点のバラツキが大きい。

速度・視距・曲線半径の関係 以上のごとく、速度と曲線半径の間には密接な相関関係があり、速度と視距の間には、これよりやや程度の低い相関関係が認められた。図-4 は、平均速度の車について、これらの関係をグラフとしたものであるが、曲線半径が一定の場合、



速度が比較的小なるときは視距の変化がそれほど大きな速度変化となつて表われず、曲線半径が大なるにつれて、視距の影響が大きくなつていく。また視距一定の場合には、曲線半径の変化によつて速度が相当大きく変化し、特に視距が短いときにこの傾向がいちじるしい。さらに速度一定で考えれば、速度が小なる場合は視距よりも曲線半径の影響が大きく、速度が大となるに従い、視距の占める要素が大きくなつてくる。

結論 以上の考察から得られた結論は次のようである。

1. 外側車線の速度は、一般に内側車線より 20% 程度長い視距があるにもかかわらず、内側車線の速度とほとんど変わらない。
2. 速度と曲線半径は密接な関係にある。
3. 視距が速度に及ぼす影響は、曲線半径が十分大でしかも高速の場合に大きく、曲線半径が小なるとき（従つてまた速度が低いとき）には、比較的小さい。換言すれば、曲線半径の比較的小さいとき、速度に影響する要素はまづ曲線半径であると考えられる。この報文における結論は、観測が、車線マーキング、路面等がよく整備された道路におけるものであり、また最小 60 m の視距が確保されている場合であるから、わが国にただちに適用するわけにはゆかないと思う。

(建設省道路局 渡辺修自)

トンネル内の落盤の音響探知法
 "Determination of Incipient Roof Failures in Rock Tunnels by Micro-Seismic Detection"

By F.J. Crandell

Journal of the Boston S.C.E., Vol. 42, No. 1, Jan. 1955, p 39~59

緒言 トンネルや鉱山での事故は落盤によるものが非常に多い。現在までは定量的な落盤予知方法は確立されておらず、主として観察と音によつて予知しているが不正確である。ある種の岩石はヒズミを起すと音をたてるが、もし破壊時に音がするならば破壊する前も耳に聴えない音がするであろうと想像できる。

一般に落盤が問題となる場合は頁岩、片岩、石灰岩、砂岩のときに多いが、岩盤内での小地震活動 (Micro-seismic activity) を探知できる装置を作り、実用的な範囲で危険区域を決定し、現場観測により破壊を予知しようとした。

実験 岩石の試験片に圧縮変形を増大させ、この場合の小地震頻度の決定はすでに行われたが、East Delaware トンネルでニューヨーク市水道局により現場実験が行われた。

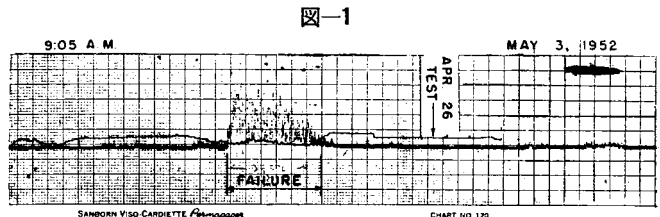
これは geophone (ピックアップ) をトンネル側壁に掘つた孔の中に入れ、外来雑音を防ぐためこの孔に栓をして、これから増巾器を通して記録装置に接続したものである。調査の結果は小地震活動が増大しているか、完全に止つたかを決定できる資料が得られた。

測定の際、外来の雑音 (電車からの誘導ハム、トンネル内電流による 60 サイクルのハム、高圧空気の流れ、排水ポンプ、音声) が同時に測定されて、そのときの小地震の音は打消されることがわかつた。

現場観測 小地震頻度が 0 であれば安定で、これが減少してゆけば釣合の状態に近づきつと仮定した。一方小地震が増大を続ければ、この部分を支持しないと危険であるが、どの程度の小地震頻度で危険になるかを知るため現場観測を行つた。

雑音防止のため、土曜から月曜までの作業休止期間を利用して測定した。切端の爆破直後に geophone をこの切端近くに入れ、後にある増巾器、記録装置に接続しておく。この岩は月曜の朝までぶら下つたような状態でほつておかれるので、破壊も起き、この際の小地震頻度を知ろうとしたのである。

図-1 のごとく破壊の際には小地震の頻度は非常に高



い。これが破壊の代表的な例であるが、このような破壊が何回も起きた。この 16 時間の連続観測により

1. 破壊の際の小地震頻度は 3 回/sec すなわち 180 回/min であり, 2. この観測中には地盤は安定はしていなかつたと推定された。

なお縦軸に小地震頻度を 1 秒当りの回数でとり, 横軸に時間をとつて図に画くと, 活動性の傾向がよくわかつた。また月曜の朝にこの部分の岩を矢板及びピンで支持したところ, 小地震頻度は 0 になり, 安全になつたことを示した。

ポータブル測定装置 小地震を連続記録するには前述の大きな重い装置を必要とするが, トンネルが長くなればその移動が非常に困難になる。実用的にはポータブルな装置で十分であり, 岩の安定性の遇あるいは月の変化を決定すればよい。また現場では人の耳が最も具合がよく, 耳に聴けば小地震の音か, 外来雑音であるかがよく区別できる。また聴音時間は 15 分が実用的であり, この間の小地震の数を記録するのである。

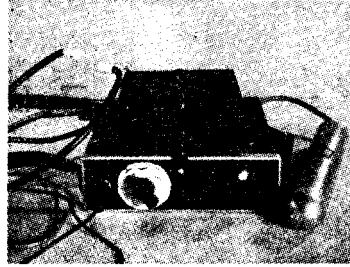
この方法で測定したところ, 鉄アーチと矢板による支保工のあつたところで, 初め安定していたものが少々破壊した。古い矢板を取除いたとき小地震頻度は 60 回/min に増大し, 再び矢板で支持したのちは安定した。

また非支持区間の中にある別の孔では相当の活動性を約 86 カ月間続けて最後に 120 回/min となつたので部分的にピンで支持した。それから約半年間は活動を続けていたが, 鉄棒でたたいてもにぶい音はしなかつた。しかし最後ににぶい音がするようになって破壊が測定位置より 10 m くらいのところできつた。この後は活動は止つたのである。現在までは破壊は急速に起きるものと考えられていたが, このように長く活動を続けて破壊する岩石もあることがわかつた。

他の測定孔でも小地震頻度が高くなつてから, 支保工を行つて小地震が止るいくつかの例があつた。

活動の位置 ここまでは小地震の振巾は考えなかつたが, 小地震の振巾は geophone の距離が近づくほど増大することが明らかとなつたので, ポータブル・アンプにアテネーター (attenuator) を入れると, 音の強弱から活動部位置が推定できるものと思われた。図-2 のポータブル・アンプには 2 個のスイッチがあるが, 左側は電源で, 右側の 1~8 の印のあるものがアテネーターである。このつまみを 1 のところへすると減衰しないが, 8 のところへ向けると最大の減衰度になる。アテネーターを一定のところにして geophone を動かすか, geophone を一定の位置において減衰度

図-2



を加減するかで, 地下活動の位置が推定できるであろう。

結論 小地震探知機でトンネル等の安定を確かめられ, またこの現場測定は可能である。またある種の岩石では破壊時の小地震頻度は, 実験室での圧縮試験から推定できる。

小地震は断続して起きるので, 頻度は聴音時間内の平均値をとる。聴音時間は現場で適当に決定しなければならない。

装置の減衰度を変えるか, geophone の位置を変えれば活動部位置を実用的に推定できる。また支保工の有効かどうかを決定でき, 有効に働らいていれば小地震頻度は 0 になる。さらに破壊の時期もある程度推定できる。

小地震の強さは震源よりの距離の 2 乗に反比例し, 遠ければカサカサいう音で頻度は減小し, 近ければ響のある音になり, 頻度は増大する。

(東大工学部 渡辺 隆)

鋼格子橋床のモーメントと撓度

“Moments and Deflections in Steel Grid Bridge Floors”

By H. J. Greenberg

Proc. A.S.C.E., Dec. 1954, Vol. 80, Sep. No. 562

Dr. K.C. Kuo が導いた道路橋の鋼格子床版のモーメントとタワミに関する理論解を紹介し, 近似度の高い実用公式 a) コンクリートが填充されている鋼格子床版, b) 鋼格子のみの床版, を提示している。

(1) 理論解の紹介

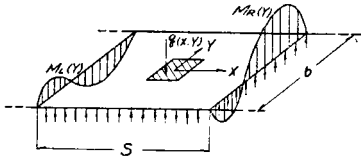
図-1 は連続床版の 1 格間で撓度は次式で与えられる。

$$W_c(x, y) = W(x, y) + W'(x, y)$$

ただし $W(x, y)$: 単純支持床版の荷重 q によるタワミ

$W'(x, y)$: 端モーメント $M_L(y), M_R(y)$ によるタワミ

図-1



さて、図-2 のような場合の $W(x, y)$ は

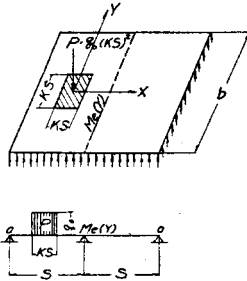
$$W(x, y) = \frac{16 q_0 a^4}{\pi^5 D_x} \sum_{m, n=1, 3, \dots}^{\infty} A_{nm} \cos \frac{m x \pi}{S} \cdot \cos \frac{n \pi y}{b}$$

$$A_{m, n} = \frac{\sin(nK \cdot \pi/2) \cdot \sin(nSK \cdot \pi/2 b)}{mn[m^4 + 2m^2 n^2 (S/b)^2 + n^4 (S/b)^4 \cdot r]}$$

$r = D_y/D_x$, D : 曲げ剛性係数

$S = H/D_x$, H : 捩り剛性係数

図-2



ここで、 $W(x, y)$ に対する無次元のタワミ係数 \bar{W} を次のように定める。

$$\bar{W} = \frac{WD_x}{PS^2} \Big|_{(0,0)} = \frac{16}{\pi^5 K^2} \sum_{m, n=1, 3, \dots}^{\infty} A_{m, n}$$

W なる変形をしているときのパネル中央点の曲げモーメントは

$$M_x = - \left(D_x \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \Big|_{(0,0)}$$

$$M_y = - \left(D_y \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + D_x \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \Big|_{(0,0)}$$

次に $W'(x, y)$ を求める。まず中間支持線上のモーメント (図-2 参照) $M_e(y)$ は、

$$M_e(y) = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \cdot \cos(n \pi y/b)$$

$$\frac{E_n}{P} = \frac{16 \rho \theta_1}{\pi^5 K^2} \left(\frac{\cosh 2n \theta_1 - \cos 2n \theta_2}{\sin 2n \theta_2 - \rho \sinh 2n \theta_1} \right) T(K, n)$$

$$T(K, n) = \sum_{m=1, 3, \dots}^{\infty} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \cdot mn A_{mn}$$

$$\theta_1 = S \pi / b \cdot \sqrt{1/2(\sqrt{r} + S)}$$

$$\theta_2 = S \pi / b \cdot \sqrt{1/2(\sqrt{r} - S)}$$

$$\rho = \theta_2 / \theta_1$$

$$\begin{aligned} \text{従つて、} \quad W'(x, y) &= \frac{8 PS^2}{\pi^5 K^2 D_x} \sum_{n=1, 3, \dots}^{\infty} [A_n(x) \\ &\quad - B_n(x)] T(K, n) \cdot \cos \frac{n \pi y}{b} \end{aligned}$$

$$A_n(x) = 1/C_n \cdot \sinh \cdot n(\xi x - \theta_1/2)$$

$$\cdot \sin \cdot n(\eta x + 3 \theta_2/2)$$

$$B_n(x) = 1/C_n \cdot \sinh \cdot n(\xi x + 3 \theta_1/2)$$

$$\cdot \sin \cdot n(\eta x - \theta_2/2)$$

$$C_n = n^2 \theta_1 (\sin \cdot 2n \theta_2 - \rho \sinh \cdot 2n \theta_1)$$

$$\xi = \theta_1/S, \quad \eta = \theta_2/S$$

$$\bar{W}' = \frac{W' D_x}{PS^2} \Big|_{(0,0)} = - \frac{8}{\pi^5 K^2} \sum_{n=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{n} T(K, n) \cdot \phi(n \theta_1, \rho)$$

$$\phi(\theta, \rho) = \frac{\sinh 3\theta/2 \cdot \sin \rho\theta/2 - \sinh \theta/2 \cdot \sin 3\rho\theta/2}{\theta \cdot (\rho \sinh 2\theta - \sin 2\rho\theta)}$$

タワミ W' に対する中央点の曲げモーメントも前と同じように求められ、それらを M_x', M_y' とする。

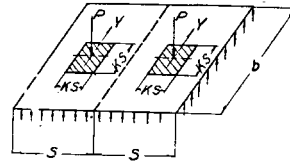
また、 $M_{cx} = M_x + M_x'$, $M_{cy} = M_y + M_y'$

極大正曲げモーメント係数は次のようにおく。

$$M_{cx}/P, \quad M_{cy}/P$$

図-3 の場合の $M_e(y)$ は前のときの2倍となり、前と同じように無次元端モーメント係数は

図-3



$$\bar{M}_e = \frac{-32}{\pi^5 K^2} \sum_{n=1, 3, \dots}^{\infty} \frac{1}{n} T(K, \pi) \cdot \theta(n \theta, \rho)$$

$$\theta(n \theta, \rho) = \frac{n \theta_1 (\cosh 2n \theta_1 - \cos 2Pn \theta_1)}{\sinh 2n \theta_1 - 1/\rho \cdot \sin 2\rho n \theta_1}$$

原論文には、以上の各係数の S 及び r の変化に対する図表がある。

(2) 実用公式

a) コンクリートが填充されている鋼格子床版: 図-2 のような場合のパネル中央の曲げモーメント係数 (ただし輪荷重 P は $1.25' \times 1.25'$ の面に等分布)

$$\frac{M_{cx}}{P} \begin{cases} \frac{S}{1.4(\log_{10} r)(S+2.5)+19} & 1.25' \leq S \leq 2.5' \\ \frac{S}{2.6 r^{0.28}(S+2)+7.5} & 2.5' \leq S \leq 12.5' \end{cases}$$

$$\frac{M_{cy}}{P} \begin{cases} \frac{S}{0.072 r^{0.21} \sqrt{S-1.15}} & 1.25' \leq S \leq 4.0' \\ \frac{S}{3 r^{-0.09} \cdot S + 20 r^{-0.30}} & 4.0' \leq S \leq 12.5' \end{cases}$$

$$S/\sqrt{r} = 1 \quad 0.1 \leq r \leq 1$$

また 図-2 の場合の \bar{W}_c 、及び 図-3 の場合の \bar{M}_e 、

$$\bar{W}_c = (0.015 - 0.008K) - (0.011 - 0.009K) \cdot \log_{10} r$$

$$0.1 \leq r \leq 1.0, \quad 0.1 \leq K \leq 1.0$$

$$-\bar{M}_e = (0.146 - 0.041K^{1.20}) - (0.036 - 0.034K^{1.51}) \cdot \log_{10} r$$

$$0.2 \leq r \leq 1.0, \quad 0.1 \leq K \leq 1/2 \quad (2.50' \leq S \leq 12.5')$$

b) 鋼格子のみの床版：荷重状態は前と同じ

$$\frac{M_{cx}}{P} \begin{cases} (0.325 - 0.7\sqrt{r})(S-1) + 0.1 & 1.5' \leq S \leq 3.75' \\ S/0.25 r^{0.20}(S+2) + 4.5 & 3.75' \leq S \leq 12.5' \end{cases}$$

$$\frac{M_{cy}}{P} : 0.37 r^{0.38} \cdot S + 0.01 \quad 2.0' \leq S \leq 12.5'$$

$$0.01 \leq r \leq 0.04, \quad S/\sqrt{r} = 0.05$$

$$\bar{W}_c \begin{cases} (0.011 + 0.028K - 0.027K^2) - [0.019(1.2-K)^{2.8} - 0.002] \cdot \log_{10} r & 1/3 \leq K \leq 1 \quad (1.25' \leq S \leq 3.75') \\ (0.073K - 0.008) - (0.037 - 0.078K) \cdot \log_{10} r & 1/10 \leq K \leq 1/3 \quad (3.75' \leq S \leq 12.5') \end{cases}$$

$$-\bar{M}_e \begin{cases} [0.030 - 0.44(K-0.33)^{2.8}] - [0.21(1-K)^{3.3} - 0.003] \log_{10} r & 1/3 \leq K \leq 1 \\ [0.30 - 10(0.33-K)^{4.6}] - (0.114 - 0.180K) \log_{10} r & 1/10 \leq K \leq 1/3 \end{cases}$$

(3) 剛性比の計算

a) コンクリートが填充されている鋼格子床版

$$D_x = \frac{E_c \cdot I_x}{b_1(1-\mu^2)}, \quad D_y = \frac{E_c \cdot I_y}{a_1(1-\mu^2)}$$

ただし b_1 : y 方向に測つた格子間隔
 a_1 : x 方向に測つた格子間隔
 μ : ポアソン比

b) 鋼格子のみの床版

$$D_x = \frac{E \cdot I_x}{b_1}, \quad D_y = \frac{E \cdot I_y}{a_1}$$

係数がきまれば、荷重 P による実際のモーメントとタワミはただちに求められる。すなわち、モーメントはモーメント係数に P を乗ずれば求まり、また撓度 $W_c = PS^2/D_x \cdot \bar{W}_c$ であるから、これも容易に求められる。

(早大理工学研究所 渡部 巖)

土の間隙圧係数

“The Pore-Pressure Coefficients A and B ”

By A.W. Skempton

“The Use of Pore-Pressure Coefficients in Practice”

By A.W. Bishop

Géotechnique, Vol. IV, No. 4. Dec. 1954

土の非排水せん断強度に関する問題において、主応力の変化 $\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_3$ のもとで生ずる間隙圧変化 Δu を次のような式で表わすと便利である。

$$\Delta u = B[\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)] \dots \dots \dots (1)$$

この式における係数 A, B を間隙圧係数という。

これらの係数を求めるために主応力変化を二段階に分けて考える。すなわち全体的に $\Delta\sigma_3$ に等しい変化を受け次に偏差応力 $(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$ を受けるものとし、間隙圧変化は各段階の間隙圧変化の和であると考え。まず全体的に等しい増加 $\Delta\sigma_3$ を受け間隙圧が Δu_a だけ増加したとすると、間隙(空気と水)容積は Δu_a により圧縮される。一方土の骨組はこの場合の粒子間圧力によつて圧縮されるが、非排水条件のもとでは両者の圧縮量は等しいはずである。間隙率 : n , 間隙の圧縮率 : C_v , 土の骨組の圧縮率 : C_c , とすると係数 B は次式で与えられる。

$$\frac{\Delta u_a}{\Delta\sigma_3} = B = \frac{1}{1 + \frac{nC_v}{C_c}} \dots \dots \dots (2)$$

飽和した土では $B=1$ であり、乾燥した土では $B=0$ である。次に偏差応力 $(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$ を受ける場合の間隙圧増加を Δu_d とする。このときの粒子間の主応力の変化は

$$\Delta\sigma_1' = (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3) - \Delta u_d$$

$$\Delta\sigma_3' = -\Delta u_d$$

である。前と同様にして Δu_d による間隙容積の圧縮量と土の骨組の上記の粒子間主応力による圧縮量と等しいものと考え、かつ土の骨組が弾性理論に従うものとする、

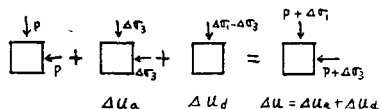
$$\Delta u_d = B \cdot \frac{1}{3} (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)$$

をうる。しかし一般的に土は弾性理論に従つて変形するものではないので、上式は係数 A を用いて次のように直さねばならない。

$$\Delta u_d = B \cdot A \cdot (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3) \dots \dots \dots (3)$$

以上の式による Δu_a と Δu_d の和を Δu とすると(1)式をうる。係数 A はヒズミ、応力にもなつて変

図-1



化し、また応力増加と減少の場合とでは異なっているようである。応力を増加する場合の各種粘土の A の値は破壊(偏差最大)の場合にほぼ次のような値をとる。

Clays of high sensitivity	$+ \frac{3}{4} \sim +1 \frac{1}{2}$
Normally consolidated clays	$+ \frac{1}{2} \sim +1$
Compacted sandy clays	$+ \frac{1}{4} \sim + \frac{3}{4}$
Heavily over-consolidated clays	$- \frac{1}{2} \sim 0$

安定性や変形に関する実際問題においては、応力状態の変化に起因する間隙圧の変化の大きさを評価することが必要である。代表的な場合としては、アースダムの基礎地盤や不透水層に加わる応力の変化および急速な draw-down にともなう水荷重の除去等、また自然に地盤に slope や cutting を作る場合等が考えられる。

建設中のアースダムの不透水層中の間隙圧 簡単のために間隙圧の消散が無いものと仮定すると、過剰間隙圧は単に応力増加量の函数で表わされる。 σ_1 の大きさは第一近似として考えている点より上の土の重量とする。この場合には (1) 式を変形して

$$\frac{du}{d\sigma_1} = \bar{B} = B \left[1 - (1-A) \left(1 - \frac{d\sigma_3}{d\sigma_1} \right) \right] \dots (4)$$

とする。 \bar{B} は“全間隙圧係数”と呼ばれるものである。

A は通常 1 より小さく 0 に近いものであり、アースダム建設中では $d\sigma_3/d\sigma_1$ は 1 より小さいから \bar{B} は B より小さい。実際の場合の粒子間の主応力比 K は、静止土圧係数 K_0 と極限平衡の場合の係数 K_f との中間にあるものとみてよい。最適含水量より湿潤側にある 2 つの代表的な土に対する値は次のようなものである。

	K_0	K_f	A	B	$B(K=K_0)$	$\bar{B}(K=K_f)$
Sandy clay	0.5	0.3	0.5	0.8	0.75	0.72
Clay-gravel	0.4	0.25	0	0.8	0.62	0.50

A も B も応力の大きさに影響されるので、 \bar{B} をより正確に求めるために、最適含水量よりわずかに湿潤側にある Boulder clay について、一定の安全率を保ち (K を一定に保つ) ながら両方の主応力を増加させた実験を行つた (図-2)。

急速な draw-down による間隙圧の変化 この場合には水荷重の除去による主応力の減少により間隙圧が変化する。初期間隙圧を u_0 、draw-down 後の間隙圧を u とし、粘土の密度： γ_c 、礫の密度： γ_r 、礫の排水密度： γ_{rd} 、水の密度： γ_w とすると 図-3 より

図-2

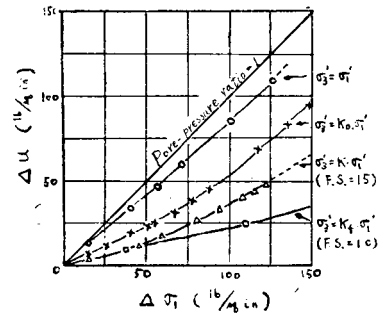
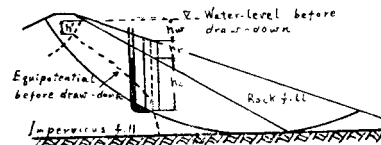


図-3



$$u_0 = \gamma_w [h_c + h_r + h_w - h']$$

$$u = u_0 + \bar{B} \Delta \sigma_1$$

$$\Delta \sigma_1 = (\sigma_1) - (\sigma_1)_0 = -[(\gamma_r - \gamma_{rd})h_r + \gamma_w h_w]$$

礫の相対間隙率を n とすると $\gamma_{rd} = \gamma_r - n\gamma_w$ となり

$$u = \gamma_w [h_c + h_r(1 - \bar{E}n) + h_w(1 - \bar{B}) - h'] \dots (5)$$

(5) からわかることは draw-down においては \bar{B} が小さいほど、残留間隙圧が大きく従つて安全率が低くなるということである。(4) から $A=1$ では $\bar{B}=B=1$ である。draw-down における応力変化は σ_1 の減少で表わされるから、 $A < 1$ では $\bar{B} > B$ 、十分に飽和した土では $B=1$ であるから安全な実用式としては $\bar{B}=1$ として

$$u = \gamma_w [h_c + h_r(1 - n) - h'] \dots (6)$$

をうる。これは Alcova Dam の実測値と満足すべき一致を見た。

$B=1$ という完全な飽和は実際には常に生ずるわけではないし、また応力変化の正負の問題もあるので、この場合には普通の非排水試験で主応力を増加させて測つた A と B の値は応用できない。このために行われた試験方法は、サンプルが両主応力と定常的な浸透条件に対応する間隙圧で平衡するようにすることである。すなわちある飽和度を保つようにサンプル内を通る水を加減する。次に draw-down により生ずるセクションを応力の増加と主応力の減少に対応するように非排水条件のもとで主応力を減じ間隙圧の変化を測定する。各段階におけるセクション応力は、与えている点を通る代表的な円から求める。Moraine と Boulder clay についてこの試験を行つた。応力の減少は二段階に行い、まづ B の値を求めるために σ_1 と σ_3 を等しく減少させ、次に \bar{B} を求めるために σ_3 を減少させた。その

結果 \bar{B} として 1.1~1.4 の値が得られた。

(東京大学工学部 中瀬明男)

プレストレスト コンクリート バリの
均衡設計

Balanced Design of Prestressed Concrete Beams

By Henry J. Cowan

Journal, ACI, April 1955

上縁及び下縁において、プレストレス導入時ならびに載荷時に、ちょうど許容応力度のあらわれるような設計式ならびに参考表が本論文中にはのせられている。もし最大許容応力度の値がプレストレス導入時と載荷時とで同じであれば、設計式はきわめて簡単になる。もしこれらの値が違えば設計式はもつと複雑になるが、より経済的な材料使用が行える。

許容応力度不変の場合の設計式

$$\text{上縁の断面係数 } Z_t = \frac{(1-\eta)M_G + M_L}{f_c + \eta f_t} \dots\dots(1)$$

$$\text{下縁の断面係数 } Z_b = \frac{(1-\eta)M_G + M_L}{\eta f_c + f_t} \dots\dots(2)$$

$$F_0 e = (2M_G + M_L)/(1+\eta) \dots\dots(3)$$

$$e A_c = (2M_G + M_L)/(f_c - f_t) \dots\dots(4)$$

ただし A_c : コンクリートの純断面積, e : コンクリート断面の中心から PC 鋼線中心までの距離, f_c : コンクリートの最大許容圧縮応力度, f_t : コンクリートの最大許容引張応力度 (コンクリートの引張強度を許容しなければ 0), F_0 : プレストレスを与えるときの緊張力, ηF_0 : クリープその他の損失をさしひいたのちのプレストレスを与える緊張力, M_G, M_L : プレストレス導入時の死荷重によるモーメント, 及び付加された死荷重ならびに活荷重によるモーメント, y_b, y_t : コンクリート断面の図心から下縁ならびに上縁までの距離

h を断面の全高とすれば

$$y_b = \frac{\eta f_c + f_t}{(1+\eta)(f_c + f_t)} h \dots\dots(5)$$

なお設計にあたっては次のことに注意する必要がある。(1) 全高と部材巾の比は振り座屈の点から制約をうける, (2) 腹部巾と全市の比はセン断応力の点から, また実縁厚と全高の比は実縁内の 2 次応力の点から制約をうける。腹部厚や実縁厚はコンクリート打設が満足に行えるものでなければならない, (3) 上実縁の巾は破壊荷重に対し適当な安全度をもつ必要がある。これがあまりせまくまた PC 鋼線断面積が大きいと上面近くのコンクリートの圧潰による過早破壊を招来するおそれがある, (4) PC 鋼線は断面内にあるのが普通であるから, 偏心量は断面の高さによつて制限

される。

許容応力度が変化する場合

$$\text{上縁の断面係数 } Z_t = \frac{(1-\eta)M_G + M_L}{f_{cL} + \eta f_{tP}} \dots\dots(6)$$

$$\text{下縁の断面係数 } Z_b = \frac{(1-\eta)M_G + M_L}{\eta f_{cP} + f_{tL}} \dots\dots(7)$$

$$F_0 e = \frac{(M_G + M_L)(f_{cP} + f_{tP}) + M_G(f_{cL} + f_{tL})}{\eta(f_{cP} + f_{tP}) + (f_{cL} + f_{tL})} \dots\dots(8)$$

$$e A_c = \frac{(M_G + M_L)(f_{cP} + f_{tP}) + M_G(f_{cL} + f_{tL})}{f_{cP} f_{cL} - f_{tP} f_{tL}} \dots\dots(9)$$

$$y_b = \frac{\eta f_{cP} + f_{tL}}{\eta(f_{cP} + f_{tP}) + (f_{cL} + f_{tL})} h \dots\dots(10)$$

ただし, f_{cP}, f_{cL} : プレストレス導入時及び付加荷重のもとにおけるコンクリートの最大許容圧縮応力度, f_{tP}, f_{tL} : プレストレス導入時及び付加荷重のもとにおけるコンクリートの最大許容引張応力度。

結論としていえることは、非対称的なプレストレスト コンクリート部材の設計にあたって、未知数 5 つに対し方程式が 4 つしかないから、解は高さが小さく鋼線の多い断面から高さの大きい鋼線の少ない断面にいたるまで無限に存在するということである。注目すべきことは均衡設計にあたり、断面高さを大きくすると鋼線の量の減少することは、もちろんコンクリート量まで減少するということである。実際問題としてはあまりうすくせまい断面を採用するわけにゆかないから、適当なところで折合わなければならない。このことを考えると均衡設計の特に有用なのは、コンクリート断面に注目を払わなければならないところの大きな荷重をうけるハリの設計にあたって特に有用である。なお、ハリの全高が制限されているとき及びコンクリートの重量を軽減しようとする場合に均衡設計は理想的な解答を与える。

軽い建築物構造においては均衡設計によらない場合に、一般に鋼線の断面積が最小になるところがある。鉄筋コンクリートバリの設計にあたって同じようなことがあり、均衡設計は必ずしも常に最も経済的な断面を生み出すとはかぎらないが、しかし設計の出発点として有用な結果を与えてくれることはたしかである。

関連文献

K.P. Milbradt & T.J. Kofodimos; "Design of Monolithic Concrete Frame-Prestressed Proc. ASCE, Separate No. 217, June 1953

T.Y. Lin & A.C. Scordelis; "Selection and Design of Prestressed Concrete Beam Sections" Journal ACI, Nov. 1953

猪股俊司; プレストレスト コンクリート部材の設

計法 オーム文庫 昭 29 年 9 月

(鉄道技術研究所 樋口芳朗)

二自由度系の非線型調和振動

“Harmonic Oscillations of Non-linear Two-Degree of Freedom Systems”

By T.C. Huang

Journ. of App. Mech., March 1955

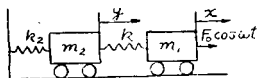
任意の微小な非線型特性をもつ系の一つの簡単な取扱い方を与える。一自由度系に関する振動的取扱いは周知のことである。この方法の数学的な正当性と振動級数の収斂存在に関しては一般に 1, 2 自由度系では確立されている。さて非線型問題では週期解が興味のあるもので、非線型性が小さいときはその週期解の存在が二自由度系では知られている。実際にそのような解を求める手段については例題中にこれを示そう。

強制振動の場合加振力の振巾が非線型項と同様に小さいと考えて取扱う。

調和振動の解析例

Case 1 強制力のあるときの非線型振動 (減衰なし)

図-1



k が非線型バネとして運動式は

$$\left. \begin{aligned} m_1 \ddot{x} + k_1(x-y) + \varepsilon_0(x-y)^3 &= F_0 \cos \omega t \\ m_2 \ddot{y} - k_1(x-y) - \varepsilon_0(x-y)^3 + k_2 y &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

$$k = k(k_1, \varepsilon_0) \quad |\varepsilon_0| \ll k_1 \quad F_0 = \varepsilon_0 F$$

である。 t の代りに $\tau = \omega t$ を用い振動展開をいま

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 + \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2 + \dots \\ y &= y_0 + \varepsilon y_1 + \varepsilon^2 y_2 + \dots \\ \omega &= \omega_0 + \varepsilon \omega_1 + \varepsilon^2 \omega_2 + \dots \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

従つて

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \varepsilon 2\omega_0 \omega_1 + \varepsilon^2 (\omega_1^2 + 2\omega_0 \omega_2) + \dots$$

とする (ただし $\varepsilon = \varepsilon_0/m_1$, $|\varepsilon| \ll 1$) (2) を (1) へ入れ

ε の同巾をくらべて

$$\left. \begin{aligned} \omega_0^2 x_0'' + \frac{k_1}{m_1} (x_0 - y_0) &= 0 \\ \omega_0^2 y_0'' - \frac{k_1}{m_2} (x_0 - y_0) + \frac{k_2}{m_2} y_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_0^2 x_1'' + \frac{k_1}{m_1} (x_1 - y_1) &= -2\omega_0 \omega_1 x_0'' \\ &\quad - (x_0 - y_0)^3 + F \cos \tau \end{aligned} \right\} \dots (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \omega_0^2 y_1'' - \frac{k_1}{m_2} (x_1 - y_1) + \frac{k_2}{m_2} y_1 &= \dots \\ &= -2\omega_0 \omega_1 y_0'' + \frac{m_1}{m_2} (x_0 - y_0)^3 \end{aligned} \right\}$$

ここで記号 (1) は τ に関する微分を意味する。

$x(\tau), y(\tau)$ の条件は

$$\left. \begin{aligned} \text{a) } x_i(\tau + 2\pi) &= x_i(\tau); x_0(0) = A \\ x_0'(0) &= 0; x_i(0) = 0; x_i'(0) = 0 \\ \text{b) } y_i(\tau + 2\pi) &= y_i(\tau); y(0) = B \\ y_0'(0) &= 0; y_i(0) = 0; y_i'(0) = 0 \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

いま (3) の解として

$$\begin{aligned} x_0 &= A_{01} \cos(\omega_{n1} \tau - r_1) + A_{02} \cos(\omega_{n2} \tau - r_2) \\ y_0 &= B_{01} \cos(\omega_{n1} \tau - r_1) + B_{02} \cos(\omega_{n2} \tau - r_2) \end{aligned}$$

を (3) へ入れると ω_{n1}, ω_{n2} は

$$\omega_n^2 = \frac{1}{\omega_0^2} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{k_1 + k_2}{m_2} + \frac{k_1}{m_1} \right) \pm \left[\frac{1}{4} \left(\frac{k_1 + k_2}{m_2} + \frac{k_1}{m_1} \right)^2 - \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right]^{1/2} \right\} \dots (6)$$

で与えられる。(5) の週期条件より

$$\omega_n(\tau + 2\pi) = \omega_n \tau + 2\pi \quad \therefore \omega_n = 1 \dots (7)$$

これと (5) の他の条件より

$$x_0 = A \cos \tau, \quad y_0 = B \sin \tau \dots (8)$$

(6), (7) より

$$\omega_0^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{k_1 + k_2}{m_2} + \frac{k_1}{m_1} \right) \pm \left[\frac{1}{4} \left(\frac{k_1 + k_2}{m_2} + \frac{k_1}{m_1} \right)^2 - \frac{k_1 k_2}{m_1 m_2} \right]^{1/2} \dots (9)$$

これらが第零次近似解である。(8) を (4) へ入れ

$$\left. \begin{aligned} \omega_0^2 x_1'' + \frac{k_1}{m_1} (x_1 - y_1) &= \left[2\omega_0 \omega_1 A \right. \\ &\quad \left. - \frac{3}{4} (A - B)^3 + F \right] \cos \tau \\ &\quad \left. - \frac{1}{4} (A - B)^3 \cos 3\tau \right\} \dots (10) \\ \omega_0^2 y_1'' - \frac{k_1}{m_2} (x_1 - y_1) + \frac{k_2}{m_2} y_1 &= \left[2\omega_0 \omega_1 B + \frac{3}{4} \frac{m_1}{m_2} (A - B)^3 \right] \cos \tau \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \frac{m_1}{m_2} (A - B)^3 \cos 3\tau \right\} \end{aligned}$$

となるが週期条件は (共鳴的増大現象を阻止するため

に) 上式中の $\cos \tau$ の係数が消えることを要求する。

かくて

$$\left. \begin{aligned} 2\omega_0 \omega_1 A - \frac{3}{4} (A - B)^3 + F &= 0 \\ 2\omega_0 \omega_1 B + \frac{3}{4} (A - B)^3 \frac{m_1}{m_2} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (11)$$

(11) を辺々引いて $\omega_0 \omega_1$ を求め (2) の末式へ入れる

と振動数方程式として

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \varepsilon \frac{3}{4} \left(1 + \frac{m_1}{m_2} \right) (A - B)^2 - \frac{\varepsilon F}{A - B} \dots (12)$$

をうる。(11) は ω_1, A, B の間に 2 つの条件を課す。

すなわち初期条件においてAは任意にとれるがBはそのAに依存するのである。

(10) で $\cos \tau$ の係数を消したものと条件 (5) をみたす解を求めると (2) の $x, y = x_0, y_0 + \epsilon x_1, y_1$ と合せて

$$\left. \begin{aligned} x &= A \cos \omega t + \epsilon Q(k_2 m - 9 \omega_0^2 m_1 m_2)(A) \\ &\quad - B)^3 (\cos \omega t - \cos 3 \omega t) + \dots \\ y &= B \cos \omega t + \epsilon Q \cdot 9 \omega_0^2 m_1^2 (A) \\ &\quad - B)^3 (\cos \omega t - \cos 3 \omega t) + \dots \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

ただし $1/Q = 4[(k_1 - 9 \omega_0^2 m_1)(k_1 + k_2 - 9 \omega_0^2 m_2) - k_1^2]$ となる。ここに ω_0 は (9) で与えられ系の内部特性から知られる。また (11) より ω_1 を消去してBがAの函数として知られ (12) よりA, 従つてBが F, ω, ϵ を変数としてきまるので強制振動の第一近似が (13) からわかるわけである。(2) より ϵ^2 以下無視するとき $\omega^2 = 2\omega\omega_0 - \omega_0^2$ としてよいか (12) は

$$\omega = \omega_0 + \frac{\epsilon}{2\omega_0} \frac{3}{4} \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) (A-B)^2 - \frac{\epsilon}{2\omega_0} \frac{F}{A-B} \dots (12')$$

となり、これがこの場合の共鳴曲線を与える。

Case 2 非線型自由振動 (減衰なし)

この場合 $F=0$ として (12) は

$$\omega^2 = \omega_0^2 + \frac{\epsilon}{4} \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) (A-B)^2 \dots (14)$$

この ω は系の自由振動数を与えるもので、一つのAが与えられるとBが (11) — その中のFは0とおく — からわかり、 ω は初期振巾に依存したものととなる。これは非線型の周知の特性。

Case 3 強制力のある非線型振動 (小粘性減衰含む)

図-1 で k の部分にダッシュポットを並列に入れよう。すると粘性係数 $c_0 = \epsilon c$ として Case 1 の (3) はそのまま、(4) は

$$\left. \begin{aligned} \omega_0^2 x_1'' + \frac{k_1}{m_1} (x_1 - y_1) &= -c \omega_0 (x_0' - y_0') \\ &\quad - 2 \omega_0 \omega_1 x_0'' - (x_0 - y_0)^3 \\ &\quad + F \cos(\tau + \delta) \\ \omega_0^2 y_1'' - \frac{k_1}{m_2} (x_1 - y_1) + \frac{k_2}{m_2} y_1 & \\ &= \frac{m_1}{m_2} c \omega_0 (x_0' - y_0') - 2 \omega_0 \omega_1 y_0'' \\ &\quad + \frac{m_1}{m_2} (x_0 - y_0)^3 \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

条件は

$$\left. \begin{aligned} a) \quad x_i(\tau + 2\pi) &= x_i(\tau); \quad x_0(0) = A \\ x_0'(0) &= 0; \quad x_i(0) = 0, \quad x_i'(0) = 0 \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

図-2

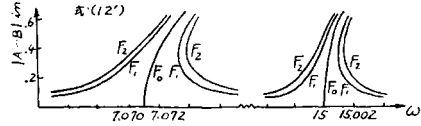
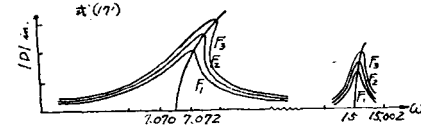


図-3



$$\left. \begin{aligned} b) \quad y_i(\tau + 2\pi) &= y_i(\tau); \quad y_0(0) = B \cos \nu \\ y_0'(0) &= B \sin \nu; \quad y_i(0) = 0, \quad y_i'(0) = 0 \end{aligned} \right\}$$

damping の存在のため位相差 δ, ν が入ってくる。

(3) (16) より

$$x_0 = A \cos \tau, \quad y_0 = B \cos(\tau - \nu) \dots (17)$$

でこれを (16) へ入れ前同様 $\sin \tau, \cos \tau$ の係数を0とする4個の条件が求まり、 ω_1, B, δ, ν が決定できる式をうる。(12) に対しては

$$\begin{aligned} \omega^2 = \omega_0^2 - \epsilon \frac{F \cos \delta}{D} + \epsilon \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \left(\frac{3}{4} D^2 \right. \\ \left. + \frac{3}{4} B^2 \sin^2 \nu - \frac{c \omega_0 B \sin \nu}{D}\right) \dots (17) \end{aligned}$$

ただし $D = A - B \cos \nu$

$$\begin{aligned} \text{または } \omega = \omega_0 + \frac{\epsilon}{2\omega_0} \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) \frac{3}{4} (D^2 + B^2 \sin^2 \nu) \\ - \frac{\epsilon}{2\omega_0 D} \left[F \cos \delta \right. \\ \left. + \left(1 + \frac{m_1}{m_2}\right) c \omega_0 B \sin \nu \right] \dots (17') \end{aligned}$$

共鳴曲線を (12') 及び (17') について求めたのが 図-2, 3 である。

ただし $m_1 = 8 \text{ lb sec}^2/\text{in}$
 $m_2 = 24 \text{ ''}$
 $k_1 = 1200 \text{ lb/in}$
 $k_2 = 1800 \text{ ''}$
 $\epsilon = 0.1$

図-2 では $F_0 = 0 \quad F_1 = 0.07 \text{ lb} \quad F_2 = 0.10 \text{ lb}$

図-3 では $F_1 = 0.07 \text{ lb} \quad F_2 = 0.085 \text{ lb} \quad F_3 = 0.100 \text{ lb}$
 $c = 0.01 \text{ lb sec/in}$

(東大理工学研究所 山口柏樹)