

# 開水路水流の不安定限界について

准員 岩 佐 義 朗\*

## THE CRITERION FOR INSTABILITY OF STEADY UNIFORM FLOW IN OPEN CHANNELS

(JSCE June 1955)

Yoshiaki Iwasa, C.E. Assoc. Member

**Synopsis** In this paper, the instability criterion of steady uniform flows in open channels with any section is derived by considering the time growth or decay of an infinitesimal disturbed motion of fluid surface.

The mathematical analysis shows that the criterion by this approach, based upon the momentum equation neglecting the curvature of fluid surface, is identical with the expression of V.V. Vedernikov's criterion for instability of free surface in real fluid, using certain approximations of Saint Venant.

It is well interesting to note that this expression of the criterion for instability becomes the same condition to maintain final patterns of roll-waves in steep inclined channels, obtained by argumenting their hydraulic characteristics.

**要旨** 本論文は任意断面の開水路における等速定流の不安定限界を微小振動法によつて求めたもので、その結果は Saint Venant の近似式を用いて誘導したといわれている Vedernikov の条件式と全く一致することがわかつた。またこのようにして得られた不安定限界は、前論文において求めた転波列の終極波形の維持条件とも一致し、このことは転波列の発生条件の問題にとつてきわめて興味深いことである。

### 1. 緒言

開水路内の等速定流は、Froude 数がある一定値以上になると、不安定となり、その自由表面が波立つてくるといふ現象は、多くの人々によつて古くから研究されてきたことである。ここで論じられる流れの不安定性とは、乱流理論における層流より乱流への遷移をいうのではなく、流れの自由表面に加えられた微小擾乱の振幅が時間とともに漸次増大する状態にあることをいうのである。

1925 年、H. Jeffreys<sup>1)</sup> は急斜面上の流れに現われる転波列の発生条件として、初めてこの不安定性を論じたのであるが、彼は底面の摩擦応力が平均流速の 2 乗に比例するという仮定のもとに、微小振動法を用いて Froude 数が 2 以上になれば流れは不安定になるという結論をえた。

ついで 1940 年に G.H. Keulegan および G.W. Patterson<sup>2)</sup> は、擾乱波の発達する不安定条件を Boussinesq の波の体積要素の伝播速度を用いて論じ、適用される抵抗法則が Manning 型のものではこの限界が Froude 数 1.5 となり、Chézy 型であれば Jeffreys の結果と一致することを示した。

これらの研究はいずれも 2 次元流を取り扱い、しかも抵抗法則として Chézy 型あるいは Manning 型を用いたものであつて、一般的な取扱いとはいえない。この点 1945 年に発表されたこの不安定性に関する V.V. Vedernikov の条件<sup>3)</sup> は、任意の断面形状および流速公式に対して適用されるものであつて、きわめて注目すべき研究である。しかしながら、この条件は Saint Venant の近似式を用いて複雑な計算の結果得られたものである<sup>4)</sup> という点以外は知ることができない。またさらに近年、A. Craya<sup>5)</sup> は微小衝撃の発達という考え方から出発し、転波列の発生条件として任意の抵抗法則に適用できる不安定限界を得たとも報ぜられている<sup>4)</sup>。その他、1950 年に F.F. Escoffier<sup>6)</sup> は、この問題を特性曲線法を利用して図解的に解析している。

流れに加えられた微小擾乱は、不安定領域内においては時間の経過とともに、あるいは下流に伝播するに従つて、漸次その波高を増大してゆくわけであるが、波高がかぎりなく大きくなるというわけではなく、一定の波高、波長をもつた周期的な転波列となる。またそれが急勾配の流れに空気を混入させる原因の一つになるものと考えられる。事実、こういつた現象は急勾配水流では容易に観察されるものであつて、上述の多くの人々もこの流れの不安定限界をもつて転波列の発生条件であると考えてきたのである。

また一方、H.A. Thomas<sup>7)</sup>、R.F. Dressler<sup>8)</sup> および著者ら<sup>9)、10)</sup> は転波列が発達した終極状態における水理学的特性について考察し、その波形が維持されるための必要条件を得たが、これらの結果はその解析が 2 次元的であつても、また 3 次元的であつても、いず

れも上述の不安定限界と一致することはきわめて注目すべきことである。

一般に流れの不安定性を論ずる方法としては、流れに加えられた擾乱のエネルギーの時間的増減というエネルギー的な方法と、最初 Jeffreys が行つたような流れに加えられた微小擾乱波の時間的な発達および減衰の限界を運動方程式より論ずる微小振動の方法とに大別することができるであろう。ここでは後者の方法に従つて、任意の断面形状および抵抗法則に適用される流れの不安定限界の条件を考察しよう。

自由表面の振動性状を取り扱うこの研究では、Navier-Stokes の方程式から出発するよりも、鉛直方向の加速度を無視し、圧力が静水圧分布をなすと仮定して導かれる開水路水流の基礎方程式にもとづく方が簡単であり、この仮定は微小振巾の擾乱波に対して十分許されうものと思われる。

Jeffreys や Dressler および F.V Pöhle はいずれもこの方程式より議論を進めているが、鉛直方向における流速分布および底面におけるせん断応力の取扱いが水理学的に十分でない。Keulegan および Patterson は Navier-Stokes の式より出発して、静水圧分布にもとづく乱流における開水路水流の基礎方程式は運動量の関係からも簡単に導かれ<sup>1)</sup>、ここでは自由表面の曲率を無視したこの運動量方程式を基礎方程式として出発する。また底面におけるせん断応力については、定常等流における経験式の一般化がここでは普遍的に成立するものと仮定して、議論をすすめることにする。

以上の概念にもとづき、基礎方程式より得られる微小振巾の擾乱波に対する第1次近似方程式を基本方程式として、任意断面をもつ開水路水流の定常等流状態における不安定性を吟味した。その結果は Vedernikov の条件と全く一致し、また上述のように転波列の波形維持に必要な条件とも同じ結果が得られた。このことは転波列の発生条件に関する問題に対して、きわめて興味深いことであるといえよう。

2. 流れの不安定性

(1) 基本方程式 底面に沿い下流の方向に  $x$  軸をとれば、開水路における水流の運動量方程式および連続方程式は、それぞれつぎのように表わされる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \alpha u \frac{\partial u}{\partial x} + g \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} + (1-\alpha) \times \frac{u}{A} \frac{\partial A}{\partial t} = g \sin \theta - \frac{\tau}{\rho R} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + u \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots(2)$$

ここに  $t$  は時間、 $u$  は 断面平均流速、 $h$  は水深、 $A$

は断面積、 $R$  は径深、 $g$  は重力の加速度、 $\theta$  は水路の傾斜角、 $\tau$  は底面の平均摩擦応力、 $\rho$  は流体の密度であつて、 $\alpha$  は鉛直方向における流速分布による補正係数であり、 $x$  および  $t$  に無関係であると仮定する。また断面積および径深は一般に水深の函数として表わされ、これらは明らかに水深の単一増加函数である。

いま、定常等流状態における値を添字 0 をもつて示すと、明らかに、

$$\tau_0 = \rho g R_0 \sin \theta \dots\dots\dots(3)$$

この場合、巾の広い矩形断面の開水路における層流に対しては、

$$\tau_0 = 3\mu u_0 / R_0 \dots\dots\dots(4)$$

と表わされる。ここに  $\mu$  は流体の粘性係数である。また乱流領域においては Chézy, Manning あるいは Forchheimer などの経験的な抵抗法則によつて平均流速を表示するのであるが、いまこれを一般化して、Vedernikov が表わしたように、

$$u_0^a = \frac{1}{k} R_0^{(1+b)} \sin^m \theta \dots\dots\dots(5)$$

と表示することにする。ここに  $k$  は水路の底面の粗度を表わし、一般に流速および径深などに無関係なある常数とする。従つて (3) および (5) 式より、乱流領域におけるせん断応力は、

$$\tau_0 = \rho \cdot g \cdot k^m u_0^a R_0^{1-\frac{1+b}{m}} \dots\dots\dots(6)$$

と表わすことができる。いま (4) および (6) 式にて表示した定常等流のせん断応力が、現在考えている不定流にも同じ形で表示されるものと仮定すれば、一般に流速と径深あるいは水深の函数となる。とくにこの表示を Chézy 型で示すと、

$$\frac{\tau}{\rho R} = \frac{g u^2}{C^2 R}, \quad C = \left(\frac{1}{k}\right)^{\frac{2(1+b)-\alpha}{2a}} R^{\frac{2m-\alpha}{2a}} \cdot \sin^{\frac{2m-\alpha}{2a}} \theta \dots\dots\dots(7)$$

となり、与えられた水路では Chézy の係数  $C$  は常数ではなく、径深の函数であることがわかる。

等速定流に何らかの原因で微小擾乱が加わると、それによつて平均流速および水深が変動するが、その変動流速および水深をそれぞれ  $u'$ ,  $h'$  とすれば、

$$u = u_0 + u', \quad h = h_0 + h',$$

と表わすことができ、またこの変動に応じて径深、断面積、せん断応力および Chézy の係数も変化する。これらの水理量を (1) および (2) 式に代入し、さらに (1) および (2) 式をそれぞれ  $x$  および  $t$  に関して微分し、微小擾乱による変動量とその導函数の積およびそれぞれの自乗以上の高次の項を微小量として無視した両式より、変動流速  $u'$  を消去して方程式を線型化すれば、

$$\begin{aligned} & \left[ g \cos \theta - \frac{\alpha u_0^2}{A_0} \left( \frac{dA}{dh} \right)_0 \right] \frac{\partial^2 h'}{\partial x^2} - 2 \frac{\alpha u_0}{A_0} \left( \frac{dA}{dh} \right)_0 \frac{\partial^2 h'}{\partial x \partial t} \\ & - \frac{1}{A_0} \left( \frac{dA}{dh} \right)_0 \frac{\partial^2 h'}{\partial t^2} - \left[ \frac{u_0}{\rho A_0 R_0} \left( \frac{dA}{dh} \right)_0 \left( \frac{\partial \tau}{\partial u} \right)_0 \right. \\ & \left. - \frac{1}{\rho R_0} \left( \frac{\partial \tau}{\partial h} \right)_0 + \frac{\tau_0}{\rho R_0^2} \left( \frac{dR}{dh} \right)_0 \right] \frac{\partial h'}{\partial x} \\ & - \frac{1}{\rho A_0 R_0} \left( \frac{dA}{dh} \right)_0 \left( \frac{\partial \tau}{\partial u} \right)_0 \frac{\partial h'}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

が得られる。ここにカッコに添字 0 をつけたものは、微分係数の定常等流状態における値を示すものであるが、

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \tau}{\partial u} \right)_0 &= \frac{\partial \tau_0}{\partial u_0}, & \left( \frac{\partial \tau}{\partial h} \right)_0 &= \frac{\partial \tau_0}{\partial h_0}, \\ \left( \frac{dA}{dh} \right)_0 &= \frac{dA_0}{dh_0}, & \left( \frac{dR}{dh} \right)_0 &= \frac{dR_0}{dh_0} \end{aligned}$$

となる。この (8) 式は自由表面の曲率を無視した微小振巾の擾乱波に関する第 1 次近似方程式であり、不安定条件を求めるための基本方程式である。

断面積は水深の単一増加函数であり、また  $\alpha \geq 1$  ということからつねに、

$$(\alpha^2 - \alpha) \frac{u_0^2}{A_0^2} \left( \frac{dA}{dh} \right)_0^2 + \frac{g \cos \theta}{A_0} \left( \frac{dA}{dh} \right)_0 > 0$$

が成立し、従つて (8) 式の基本方程式は双曲型の線型方程式であることがわかる。このことからただちにその特性式を用いると、擾乱波の速度として、

$$v_w = \left\{ \alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \alpha + \left( \frac{s_0}{F^2} \right) \left( \frac{dA}{dh} \right)_0} \right\} u_0 \dots (9)$$

が得られる。ここに  $F$  は  $F = u_0 / \sqrt{g R_0 \cos \theta}$  で表わされる Froude 数であり、 $s_0$  は定常等流状態における潤辺である。(9) 式における正の符号は下流の方向に伝わる波を、負の符号は上流の方向に伝わる波を表わしている。

また平均流速と静水中での擾乱波の伝播速度との比は、(9) 式より

$$\frac{u_0}{v_w - u_0} = 1 \left/ \left\{ \alpha - 1 \pm \sqrt{\alpha^2 - \alpha + \left( \frac{s_0}{F^2} \right) \left( \frac{dA}{dh} \right)_0} \right\} \right. \dots\dots\dots (10)$$

となる。2 次元流を考え、かつ  $\alpha = 1$  とおけば、(9) および (10) 式が長波の式に一致することは容易にわかる。

(2) 不安定限界条件 いま擾乱による波高の変化が

$$h' = A e^{\gamma t} \left( \frac{\cos}{\sin} \right) \left[ \beta \left( x - \frac{s}{\beta} t \right) \right]$$

によつて表わされるような波形で与えられるものと仮定し、この擾乱波の時間的な発達あるいは減衰について考察する。上式は

$$h' = A e^{\tau t + i \beta x}, \quad \tau = r - i s \dots\dots\dots (11)$$

と書き換えられ、 $\tau$  の実数部  $r$  は (11) 式で示される擾乱波の振巾の時間的変動を示すものであるから、この擾乱波が安定であるか、不安定であるかは、 $r$  の符号によつて決定される。すなわちその条件は

$$r = \Re(\tau) \begin{cases} \geq 0 & \dots\dots\dots \text{不安定} \\ < 0 & \dots\dots\dots \text{安定} \end{cases} \dots\dots\dots (12)$$

と表わされ、 $\Re(\tau) = 0$  はその限界とも考えられる。

(11) 式を基本方程式 (8) に代入すれば、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{A_0} \left( \frac{dA}{dh} \right)_0 r^2 + 2 \left[ \frac{1}{2 \rho A_0 R_0} \left( \frac{dA}{dh} \right)_0 \left( \frac{\partial \tau}{\partial u} \right)_0 \right. \\ & \left. + i \beta \frac{\alpha u_0}{A_0} \left( \frac{dA}{dh} \right)_0 \right] r + \beta^2 \left[ g \cos \theta - \frac{\alpha u_0^2}{A_0} \left( \frac{dA}{dh} \right)_0 \right] \\ & + i \beta \left[ \frac{u_0}{\rho A_0 R_0} \left( \frac{dA}{dh} \right)_0 \left( \frac{\partial \tau}{\partial u} \right)_0 - \frac{1}{\rho R_0} \left( \frac{\partial \tau}{\partial h} \right)_0 \right. \\ & \left. + \frac{\tau_0}{\rho R_0^2} \left( \frac{dR}{dh} \right)_0 \right] = 0 \end{aligned}$$

となり、これを  $r$  について解けば、

$$\begin{aligned} r = & - \left[ \frac{1}{2 \rho A_0 R_0} \left( \frac{\partial \tau}{\partial u} \right)_0 + i \beta \alpha u_0 \right] \\ & \pm \sqrt{\left[ \frac{1}{2 \rho A_0 R_0} \left( \frac{\partial \tau}{\partial u} \right)_0 + i \beta \alpha u_0 \right]^2 - \left[ A_0 \left( \frac{dA}{dh} \right)_0 \right] \right. \\ & \left. \left\{ \beta^2 \left[ g \cos \theta - \frac{\alpha u_0^2}{A_0} \left( \frac{dA}{dh} \right)_0 \right] + i \beta \left[ \frac{u_0}{\rho A_0 R_0} \left( \frac{dA}{dh} \right)_0 \right. \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left( \frac{\partial \tau}{\partial u} \right)_0 - \frac{1}{\rho R_0} \left( \frac{\partial \tau}{\partial h} \right)_0 + \frac{\tau_0}{\rho R_0^2} \left( \frac{dR}{dh} \right)_0 \right] \right\}} \dots (13) \end{aligned}$$

をうる。(12) 式の条件をこの式に適用すれば、

$$\frac{A_0}{\left( \frac{\partial \tau}{\partial u} \right)_0} \left[ \left( \frac{\partial \tau}{\partial A} \right)_0 - \frac{\tau_0}{R_0} \left( \frac{dR}{dA} \right)_0 \right] \geq u_0 - v_w \dots (14)$$

あるいは

$$\begin{aligned} & \frac{A_0}{\left( \frac{\partial \tau}{\partial u} \right)_0} \left[ \left( \frac{\partial \tau}{\partial A} \right)_0 - \frac{\tau_0}{R_0} \left( \frac{dR}{dA} \right)_0 \right] \geq \\ & - \left[ \alpha - 1 \pm \sqrt{\alpha^2 - \alpha + \left( \frac{s_0}{F^2} \right) \left( \frac{dA}{dh} \right)_0} \right] u_0 \dots (15) \end{aligned}$$

という結果が得られる。この (14) または (15) 式はせん断応力と波の速度あるいは Froude 数とによつて不安定限界の条件を示したものであるが、このままではその水理学的な意義が不明瞭であるから、水路の特性を示す抵抗法則あるいは水流の断面形などの水理学的要素を導入して、これらの式を書きかえよう。

層流領域では (4) 式および  $\alpha = 1.2$  という関係を用いれば、

$$\frac{2 M u_0}{v_w - u_0} \geq 1, \quad \text{ただし } M = 1 - R_0 \left( \frac{ds}{dA} \right)_0 \dots (16)$$

あるいは、これを Froude 数表示にして、

$$F^2 \geq \frac{s_0}{\left(\frac{dA}{dh}\right)_0} \cdot \frac{1}{4M^2 - 0.8M - 0.2} \dots\dots\dots(17)$$

が得られ、2次元流れではすでに石原教授<sup>12)</sup>らによつて求められている結果と一致することがわかる。

乱流領域においては(7)式を用いると、(14)および(15)式はそれぞれ、

$$\frac{M(1+b)u_0}{a(v_w - u_0)} \geq 1 \dots\dots\dots(18)$$

あるいは、

$$\frac{M(1+b)}{a} \geq \alpha - 1 \pm \sqrt{\alpha^2 - \alpha + \left(\frac{s_0}{F^2}\right) \left(\frac{dA}{dh}\right)} \dots\dots\dots(19)$$

という結果になる。ここに(16)~(19)式における上側の不等号は不安定を、下側の不等号は安定の条件を示している。これらの式は任意の断面形状をもつた水路内における水流が(5)式の抵抗法則に支配される時の不安定限界を決定する条件式であり、とくに(18)式は平均流速と波の速度とによつて表示した Vedernikov の条件と一致し、また(19)式は Froude 数および流速分布による補正係数とによつて表示したものである。

最近著者<sup>9), 10)</sup>は H.A. Thomas<sup>7)</sup>, および R.F. Dressler<sup>8)</sup>の転波列の概念にもとづき、任意断面水流における転波列の波形維持条件を(5)式で表わされる抵抗法則を用いて求めたが、その結果は上述の不安定限界の条件式と全く一致することがわかり、このことは転波列の発生が水面の不安定性に原因しているものと考えてよいであろう。

以上は流れの自由表面の不安定性に関して理論的に解析したもので、これらの理論の妥当性を立証するためには実験結果と比較する必要があるが、この不安定限界を見出すための実験はきわめて困難である。1951年に行われた石原教授らの転波列の発生限界に関する実験<sup>12)</sup>、さらに M.S. Priest らの実験<sup>13)</sup>は層流領域において観察により得られたものであつて、その実験結果は上述の理論値にくらべてかなり大きい。この原因として、眼に見えるまで擾乱が発達するためには、ある程度不安定の領域にあることが必要であると説明されている。

3. 不安定限界条件に及ぼす水路特性の影響

不安定限界の条件を Froude 数をもつて表示すれば、層流領域では(17)式により表わされ、乱流領域では(19)式より、

$$F^2 \geq \frac{s_0}{\left(\frac{dA}{dh}\right)_0} \cdot \frac{1}{M^2 \left(\frac{1+b}{a}\right)^2 - 2(\alpha-1)M \left(\frac{1+b}{a}\right) - (\alpha-1)}$$

$$\dots\dots\dots(20)$$

となる。従つて安定、不安定の判別を Froude 数によつて表示しようとすれば、その限界 Froude 数は水流の断面形状、抵抗法則および流速分布の補正係数の函数となる。ここでは主として乱流領域におけるこれらの水路特性の影響を考察する。ただし、 $(dA/dh)_0 \neq 0$  であるから、(20)式より

$$M \left(\frac{1+b}{a}\right) = \alpha - 1 \pm \sqrt{\alpha^2 - \alpha}$$

という関係があれば、限界 Froude 数は無限大となり、流れは常に安定となることがわかる。

(1) 抵抗法則 普通に用いられる Chézy 型および Manning 型の場合には、それぞれ容易に

$$\text{Chézy: } F^2 \geq \frac{s_0}{\left(\frac{dA}{dh}\right)_0} \cdot \frac{4}{M^2 - 4(\alpha-1)M - 4(\alpha-1)} \dots\dots\dots(21)$$

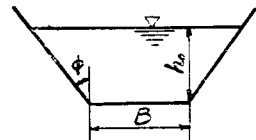
$$\text{Manning: } F^2 \geq \frac{s_0}{\left(\frac{dA}{dh}\right)_0} \cdot \frac{9}{4M^2 - 12(\alpha-1)M - 9(\alpha-1)} \dots\dots\dots(22)$$

の条件式が導かれ、 $\alpha$  および断面形状に特定の値を代入するときは、これまでの多くの人々によつて得られた結果と一致する<sup>11), 12), 13)</sup>。

つぎに特殊な抵抗法則として、 $b = -1$ ,  $a \neq 0$  という場合を考えてみよう。これは流速が径深に無関係で、せん断応力は径深に比例する場合であつて、このような抵抗法則は層流と乱流との間の遷移領域内ではしばしば現われることがわかつている<sup>14)</sup>。(20)式より明らかのように、 $\alpha = 1$  に対しては  $F = \infty$ ,  $\alpha > 1$  に対しては  $F$  は実数根を有しないことから、この場合は常に流れは安定であるということがいえる。なおこの条件は勾配には無関係であることから、勾配は直接には何ら不安定性に関与しないことがわかる。

(2) 断面形状 これは2次元流れでは問題とならないが、3次元的な解析では重要な要素となる。任意断面では(17)あるいは(20)式によつて考察すればよいが、簡単のため実際の水路によく用いられる図-1のような梯形断面を考える。この場合、明らかに、

図-1 梯形断面  
Fig. 1 Trapezoidal section



$$A_0 = Bh_0 + h_0^2 \tan \theta, \quad s_0 = B + 2h_0 \sec \phi, \quad R_0 = A_0/s_0, \\ M = (B^2 \cos \phi + 2h_0 B \sin \phi + 2h_0^2 \tan \phi) / (B \cos \phi + 2h_0 (B + 2h_0 \tan \phi)),$$

という関係があるから、結局不安定条件は

$$F^2 \geq \frac{\cos \phi + \frac{2h_0}{B}}{1 + 2\frac{h_0}{B} \tan \phi} \times \frac{1}{M^2 \left(\frac{1+b}{a}\right)^2 - 2(\alpha-1)M \left(\frac{1+b}{a}\right) - (\alpha-1)} \quad (23)$$

となる。梯形断面の特殊な場合として、 $\phi \rightarrow 0$  とすれば矩形断面となるから、この場合には

$$F^2 \geq \frac{1}{M_r} \cdot \frac{1}{M_r^2 \left(\frac{1+b}{a}\right)^2 - 2(\alpha-1)M_r \left(\frac{1+b}{a}\right) - (\alpha-1)} \quad (24)$$

と表わされる。ここに、 $M_r = 1 / \left(1 + \frac{2h_0}{B}\right)$  である。さらに三角形断面の場合は  $B \rightarrow 0$  とすればよいから、条件式は

$$F^2 \geq \frac{1}{\sin \phi} \cdot \frac{4}{\left(\frac{1+b}{a}\right)^2 - 4(\alpha-1)\left(\frac{1+b}{a}\right) - 4(\alpha-1)} \quad (25)$$

となる。

(3) 流速分布による補正係数 実用的な問題や浅海波理論などでは  $\alpha=1$  とみなして取り扱っているが、実際は  $\alpha$  は 1 に近い値であつて、厳密には 2 次元流の場合 1 から 1.2 までの間の値をとることがわかつている<sup>11)</sup>。層流領域においてはこの値が 1.2 で、乱流領域では速度分布が対数分布則に従うとすれば、

$$\alpha = 1 + 6.25 \frac{\tau_0}{\rho u_0^2}$$

と表わされ、 $\tau_0 / \rho u_0^2 = 1/100 \sim 1/225$  程度であることから、ほぼ 1.05 近傍の値としてよい。さらに転波列をともなう流れにおいて著者らの実験結果は、層流では 1.2、乱流では 1.05~1.10 として計算した結果とよく一致した。このような流速分布の特性を表わす  $\alpha$  の値は、流れの不安定限界に対しては他の水路特性と同様に重要な要素であることが (20) 式から理解され、この  $\alpha$  の影響を検討する必要がある。

以上の考察にもとづいて、これらの水路特性の影響を図によつて説明しよう。図-2 は  $\alpha=1.05$  としたときの矩形断面に対する不安定限界を、水深と水路巾との比をパラメーターとして Froude 数と流速公式の指数との関係で示し、さらに図-3 は三角形水路における同様の関係を、その側壁の傾斜角をパラメーターとして示したものである。図より明らかなように、一般に矩形とくに広矩形断面では流れは不安定となりやすく、流速公式の指数が大きければ大きいほど、不安

図-2 矩形水路の流れにおける不安定発生限界に及ぼす摩擦抵抗法則の影響

Fig. 2 Relation of laws of frictional resistance to the instability criterion of flow in rectangular channels.

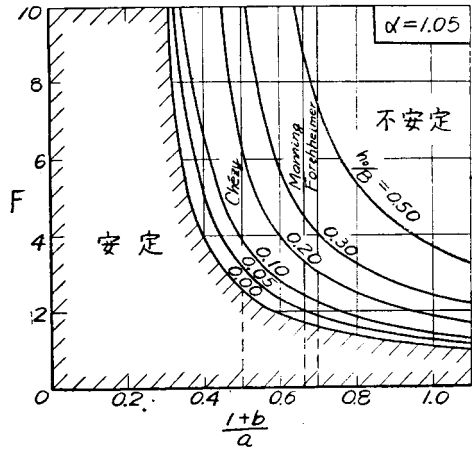
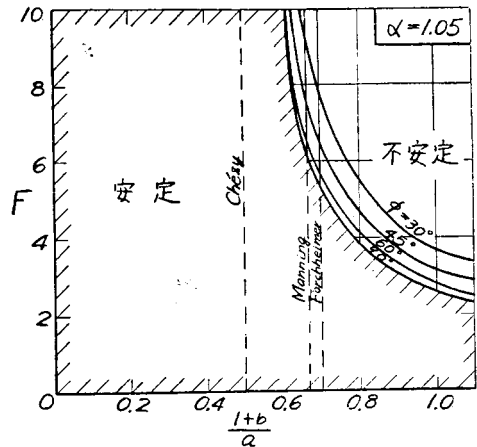


図-3 三角形水路の流れにおける不安定発生限界に及ぼす摩擦抵抗法則の影響

Fig. 3 Relation of laws of frictional resistance to the instability criterion of flow in triangular channels



定となることわかる。これに反して三角形断面水流における流れは安定の領域が広く、Chezy・型の法則に支配される流れでは常に安定であつて、Froude 数が無限大となつても不安定とはならない。同様の関係を水路断面に関する要素と Froude 数との関係として、パラメーターに流速公式を用いて図示したものが、図-4、図-5 である。また図-6 は  $\alpha$  が不安定限界に及ぼす影響をみるために、広矩形断面内の流れについて、流速公式の指数をパラメーターとして示したもので、一般に  $\alpha$  が大きくなればなるほど、流れは不安定になりやすいことがわかる。

図-4 矩形水路の流れにおける不安定発生限界と  $h_0/B$  との関係

Fig. 4 Relation of  $h_0/B$  to the initial instability of flow in rectangular channels

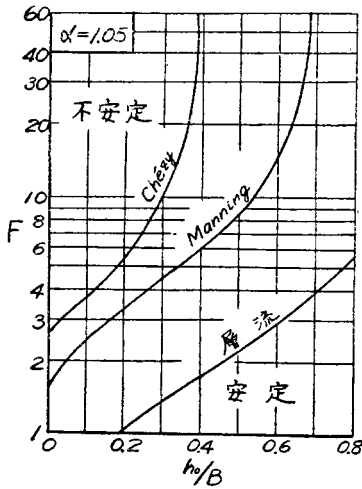
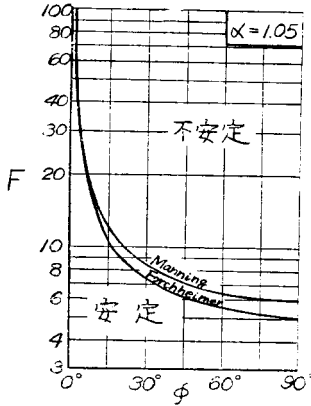


図-5 三角形水路の流れにおける不安定発生限界と  $\phi$  との関係

Fig. 5 Relation of  $\phi$  to the initial instability of flow in triangular channels.



4. 結 論

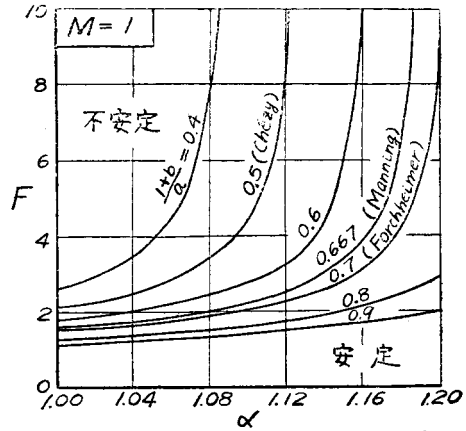
定常等流状態の水 flow の安定性を、その流れに加えられた微小擾乱波の時間的な発達あるいは減衰の過程を調べる、いわゆる微小振動法により解析した結果、流れの不安定限界の条件が Vedernikov の条件と全く一致することを知り、またこの限界と水路の特性との関係を調べることによつてつぎのことがわかつた。

(1) ただ流れが不安定とならないためには、適用される流速公式の指数が小さいほど安定である。

(2) 2次元流れにおける流れは最も不安定となり

図-6 2次元流れにおける不安定発生限界に及ぼす  $\alpha$  の影響

Fig. 6 Effects of  $\alpha$  on the initial instability of two dimensional flow in rectangular channels.



やすく、矩形水路では巾が狭いほど安定である。また三角形断面の水流では、Chézy の流速公式が適用される場合はつねに安定である。

(3) 流速分布による補正係数が大きいほど不安定の限界 Froude 数は大きくなる。

著者は不安定限界点を正確に測定する詳細な実験を行つて、以上の理論的結果の妥当性を検討したいと考えている。

最後に本研究に対し終始御指導を仰いだ石原教授および岩垣助教授に深く感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) H. Jeffreys : The flow of water in an inclined channel of rectangular section, Phil. Mag., Ser. 6, Vol. 49, 1925.
- 2) G.H. Keulegan and G.W. Patterson : A criterion for instability of flow in steep channels, Trans. Amer. Geophys. Union, 1940.
- 3) V.V. Vedernikov : Conditions at the front of a translation waves disturbing a steady motion of a real fluid, (Comptes Rendus) Doklady Akademiya Nauk SSSR, Vol. 48, 1945.
- 4) R.F. Dressler and F.V. Pohle : Resistance effects on hydraulic instability, Comm.on Pure and Applied Math., Vol. 6, No. 1, 1953.
- 5) A. Craya : The criterion for the possibility of roll wave formation, Proc. of the Gravity Wave Symposium, National Bureau of Standards, 1951.
- 6) F.F. Escoffier : A graphical method for investigating the stability of flow in open channels or in closed conduits flowing partly full, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 31, No. 4, 1950.

- 7) H. Thomas: The propagation of waves in steep prismatic conduits, Proc. of Hydraulic Conference, Univ. of Iowa Studies in Engineering, Bull. 20, 1940.
- 8) R.F. Dressler: Mathematical solution of the problem of roll-waves in inclined open channels, Comm. on Pure and Applied Math., Vol. 2, No. 2-3, 1949.
- 9) 石原藤次郎・岩垣雄一・岩佐義朗: 急斜面上の層流における転波列の理論—薄層流に関する研究, 第5報, 土木学会論文集第19号, 昭29.4.
- 10) 岩垣雄一・岩佐義朗: 転波列の水理学的特性, 土木学会誌に投稿中
- 11) 岩垣雄一: 開水路水流の基礎方程式について—薄層流に関する研究, 第6報, 土木学会誌 第39巻, 10号, 昭29.10.
- 12) 石原藤次郎・岩垣雄一・石原安雄: 薄層流に関する研究(第3報)—雨水波列について—, 土木学会誌, 第36巻1号, 昭26.1.
- 13) M.S. Priest and A. Baligh: Free-surface instability of liquids in steep channels, Trans. Amer. Geophy. Union, Vol. 35, No. 1, Feb., 1954.
- 14) 石原藤次郎・岩垣雄一・合田健: 薄層流に関する研究(第1報), 土木学会論文集第6号, 昭26.

### 学会備付図書雑誌(外国)一覽(7)

(昭29.10.~昭30.3.間に受付の分, ただし土木に關係少なきためまたは紙面の都合により省略せるものあり, 雑誌中号を追つて受付のものは雑誌名の次に受付当初よりの年次と~の記号とを付して示す)

#### ◎国際関係

- Hydraulic Research 1953, International Association for Hydraulic Research, Vol. 9 (1954)
- International Association for Hydraulic Research, Register of Members 1-1-1954
- International Association for Bridge and Structural Engineering, Publications, XIV. Vol. 1954
- ◎アメリカ
- Transactions of A.S.C.E., Vol. 119, 1954
- Zoning and Civic Development (Construction and Civic Development Department, Chamber of Commerce of the U.S.) 1950
- Civil Engineering 1949. 7~ ○Engineering News-Record 1949. 9~ ○Journal of the American Concrete Institute 1950~ ○The Scientific Monthly 1951~

#### ◎イギリス

- Department of Scientific and Industrial Research (D.S.I.R.) 關係

#### Building Research

- Report of the Building Research Board for the Year 1953
- Building Research Station  
Its History, Organization and Work (1954)
- National Building Studies Special Reports  
No. 23 (1954) A Study of Concreting Methods on Housing Sites

#### Road Research

- Technical Papers  
No. 31 (1954) The Durability of Road Tar  
No. 32 (1954) Vehicle Headlighting: Visibility and Glare

○Proceedings of the Institution of Civil Engineers 1952~

#### ◎フランス

- Annals des Ponts et Chaussées 1952~
- Bulletin, Société des Ingénieurs Civils de France 1953~ ○Mémoires de la Société des Ingénieurs Civils de France 1952~

#### ◎インド

- Publication of the Indian Roads Congress: Government of India Ministry of Transport, Roads Wing. Road Research Bulletin No. 2 Report on Experimental Surfacing Tested on the Road Test Track at Majherhat, Alipore, Calcutta (1942~1947)

#### ◎スイス

- Bulletin S.I.A. 1952~ ○Schweizerische Bauzeitung 1953. 7~

#### ◎スペイン

- La Industria del Cemento en España (Madrid 1953)

- Cemento Revista Técnica Fabricación Investigación y Aplicaciones del Cemento y del Hormigón Año XXII. No. 248 (1954)~Año XXIII. No. 250 (1955)

- Informes de la Construcción 1952. 4~

#### ◎中国

- 水利通訊 第1巻第6期中華民國43年10月 同巻第11期44年3月

#### ◎ポーランド

- Rozprawy Inżynierskie X~XVIII (XIII, XV 欠) (1954)

- Archiwum Mechaniki Stosowanej 1952~ ○Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences, Classe Quatrième 1953~

付記 学会備付図書雑誌(外国)一覽(6)は40-4. p. 186~187に掲載

## ◎ メキシコだより ◎

このたび、ユネスコ技術援助計画に参加し、3月末に日本を出発、パリにおける本部との打合せを済ませ、ニューヨーク経由で、4月初旬よりメキシコにきている。パリの本部では、メキシコにおける任務内容やそれに関連した政策、事務上の打合せ、その他ユネスコ本来の使命や実績について説明があり、寸時も空費せず、まことに行届いた取扱いを受けた。パリでは大学やシャトーにある国立水理研究所を訪問したがその報告は省略する。

さて当国における小生の使命は、小生担当の水文学の分野において、先着の英人気象学者、Dr. Fournier d'Alb と協力しつつ、当国立大学における Applied Science Institute の設立計画に参加し、関連各官公庁、研究所における現今までの研究成果を調査し、今後当国の経済発展に最も寄与しようと思われる問題を見出し、研究指導を行うと同時に、上記研究所計画にその研究動向をとり入れてゆくことであり、ユネスコより提供予定の研究用器機や外国留学生割当ての審査申請も重要任務となつている。

二世建築家、新井氏等の計画設計になる当大学都市は、さすがに世界一と言われるだけあつて、その規模と壮麗さにおいて目を見張らせるものがある。現総長、Dr. Carrillo は土質力学の教授で、その他関係各教授とも研究所設立計画について懇談した。始めには水文気象をとりあげ、だんだんいろいろな研究室を増設してゆきたいとのことである。すでに水資源省やメキシコ盆地流域水文委員会、主都政府を訪問し、近日中に農務省や電力委員会にも行く予定である。メキシコ市には水道はあつても飲用不可で、飲水の配達会社が別であり、下水道は完備しているが、処理場はなく、現在促進汚泥法を試験中とのこと。全国的に問題となるのはやはり発電水力とかんがい、大きいダムを建設し、河川開発を盛んに進めている。局地的に雨量の少ない所がかなりあり、Arid zone の農地化も緊急問題で、反面また雨期には洪水を生ずる所もあり、水文事情はきわめて複雑である。只今までのところ関係各方面と打合せた上で、次の2項目をとりあげた。

(1) 現在メキシコ市は地盤沈下のために非常に困つており、市内の地下水汲出しがその原因の一つであるとされている。また人口増加にともなう水道拡張用の水源を探しているが、地表水が利用できないので、これ以上沈下を生ぜしめないように、郊外地で別の地下水脈を探すのが急務であり、当局では $Cs^{137}$ を tracer に用いて大規模な現地調査を行う計画を持つている。初めての試みで勝手がわからないらしく、小生の

参加、援助を希望しているのでこれに対して私は次の3点を特に考究されたい旨を伝えた。(a) 使用する Isotope の M.P.C.; ほとんど人家のない地域であつても、飲料井の汚染や実験従事者への放射能防御に万全の策を採用すべきこと。(b) 採水計測技術; 当地の Background は、普通の  $\beta, \gamma$  計数器によれば 120 cpm 位できわめて高く、勢い高濃度の tracer を用いざるをえなくなる、これを解決するために鉛とパラフィンで遮へいするような Dip type の計数管を試作中とのことだが、いずれにしろ Scaler は Predetermined type のものを用いる予定で、計数後の整理は非常に興味ある問題となり、また採水法にも注意を要すること。(c) 測定結果の水理、水文学的解釈; 最終目的たる水脈、水量の判定に際し、時間濃度曲線や濃度等高線の測定結果につき、地下水流に関する流体力学の理論がどの程度まで適用できるか、また降水、蒸発、滲透能、地下水保有能などに関した水文学的な解釈に審重を期すべきこと。

(2) 水文観測は全国的に広く行われているが、その記録を統計的に整理し、実態を把握、推測して計画、設計、管理上に役立てるまでにはいたっていないようである。たとえば、確率洪水の問題にしろ、ここ3年ほど前から Hazen や Foster の方法が適用されている程度で、近代推計学的方法は未紹介の状態である。ちょうど持参した最近の日本や米国の文献を見せたところ、大いに感心した様子であつた。手初めに、わが国の「流量要覧」に相当する当国の日流量表を入手し、統計的な解析を進めているが、今後は代表的な水力、かんがい計画地点を2, 3選定し、降雨に始まる一連の実例につき究明し、確率渇水の問題も取扱いたいと考えている。たとえば発電水力につき、機器類を除いた建設面では、すでに独力で行うだけの技術を持つている、とのメキシコ技術者の自信は十分認めらるべきではあるが、上記のような基本問題につきわれわれの研究成果を紹介し、少しでも日本の技術を広めることに役立てたいと考えている。

最後にこうした任務を遂行するに当り、英語などの国際語以外に、受入国の国語、当地では西語、を十分マスターしておくのが先決問題であると痛感した。私自身、現在大いに練習中であるが、今後この種の海外活動を希望される方々にくれぐれも御忠告申上げておきたいと思う。当地はきわめて親日的で、気候もよく、住みやすい所ではあるが、職務上いろいろと気をつかわねばならぬことも少なくない。しかし、この環境に甘えず、怖ぢず、何とか所期の任務を達成したいものと念願している。

(México D.F. において、

岩井重久記、昭.30.5.7.)