

直交異方性板理論の鋼道路橋への 適用に関する研究

正員 工学博士 成 岡 昌 夫*
正員 米 沢 博**

ON THE APPLICATION OF THE THEORY OF THE ORTHOTROPIC PLATE TO THE STEEL HIGHWAY BRIDGE

(JSCE May 1955)

Dr. Eng., Masao Naruoka, C.E. Member, Hiroshi Yonezawa, C.E. Member

Synopsis In the design of the highway bridge the main girder, floor beam, stringer, slab etc. have been calculated as individually independent member in conventional method but it is irrational. In this paper the application of the theory of orthotropic plate to the actual highway bridge and the result is shown in the comparison of the result of stress measurement with both method. The conclusion is that the theory of orthotropic plate is available for the rational design of highway bridge.

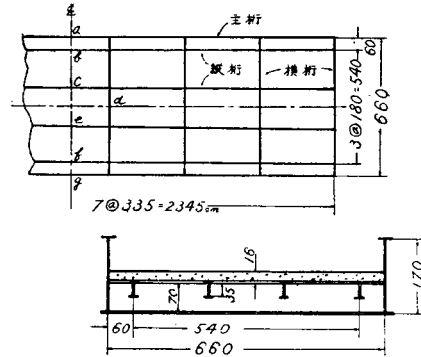
1. まえがき

鋼道路橋の設計に当つて慣用されている計算法では、桁と床版をべつべつに考えて、主桁、横桁、縦桁、床版などをそれぞれ独立の部材とみなして計算している。しかし実際の橋梁ではこれらが一体となつて荷重を受け、互いに協力しつつ、荷重を分配している。従つて載荷試験を行つた場合、従来の計算法によれば実測応力と計算応力とははなはだしく相違する。このように両者がいちじるしく相違する設計法は合理的なものとは云えないであろう。そこで桁と床版の協力作用を理論的に計算に導入する方法として、板の理論、もしくは床版の荷重分布作用を荷重分布横桁に負担せしめる格子の理論などが考えられ、種々論ぜられている。筆者もその一つとして直交異方性板理論を桁橋構造へ有効に適用しうることを二、三のべてきた¹⁾。ここでは実際に架設されている各種の鋼道路橋および模型格子桁橋の実験応力解析学的研究にあつて、慣用設計法による計算結果と、直交異方性板理論を適用した計算結果との比較検討を行つてみたいと思ふ。

2. 下路プレートガーダー橋への適用

大谷川橋(滋賀県)は図-1のようなスパン23.45 m, 有効巾員 6 m の下路プレートガーダー橋である。従来このような構造を設計する場合、1) 床版、2) 縦桁、3) 横桁、4) 主桁とそれぞれ独立に設計している。この大谷川橋の載荷試験は昭・28.6. に行われ、その結果はすでに発表されている²⁾。これによると、床版の解析に連続板理論を適用し、床版を2本の横桁上にて単純支持、縦桁上にて弾性バリ支持された一方

図-1 大谷川橋



向連続板と考へて計算を行つている。従つてこの場合には主桁及び横桁に対しては従来の計算法によつてゐる。これに反して直交異方性板理論によれば次のようである。すなわち床版、縦桁、横桁を一体と考へて、縦桁、横桁方向に板剛度の異なる直交異方性矩形板が相対する2辺は2本の主桁にて弾性バリ支持され、他の相対する2辺は橋台上で単純支持されているとみなして解析を行つると、構造全体を1枚の矩形板として、比較的簡単に相互の協力作用を含めた理論的解析を行つる利点がある。いま主桁、縦桁方向の板剛度(以下 D_x とする)には縦桁間隔(以下 λ とする)を圧縮突縁有効巾とした T 形バリの曲げ剛さを λ にて割つたものとする。つぎに横桁方向の板剛度(以下 D_y とする)は、 D_y のとり方として種々考へられる。いまの場合 D_y は各縦桁への荷重分配を決める分配係数のようなものとみなして、一応横桁のみの曲げ剛さを横桁間隔で割つたものを D_y として計算を行つ。実際には D_y が相当変化しても、曲げモーメントの計算結果にあまり大きな影響を与えぬようである。 $D_x/D_y=0.71$

* 京都大学教授, 工学研究所

** 山口大学助教授, 工学部土木工学教室

の直交異方性矩形板が主桁 ($I=2.3 \times 10^6 \text{ cm}^4$) で、弾性バリーで支持されており、 $H^2=D_x \cdot D_y$, $\nu_x=\nu_y=0$ として、W. Cornelius の式³⁾ によつて 図-1 の a (主桁), b, c (縦桁), d (横桁) 点 (それぞれのスパン中央断面である) の曲げモーメントの影響線をそれぞれスパン中央線上 (a~c に対し) 及び横桁 (d に対し) 線上の荷重に対して求めたものを 図-2 a~d の実線にて示す。さらに前輪に相当する位置の荷重による a, b, c, d 点の曲げモーメントの影響線 (これを 図-2 の点線で示す) を求めて、両者をあわせて、載荷自動車荷重に対する曲げモーメントをうるわけである。さらに図には慣用計算法による値が示してあり、これと比較するといちじるしい相違のあることがわかる。い

ま 図-3 のようにダンパー並びにトラックが載つた場合の a, g (主桁), b, e, f (縦桁), d (横桁) 点の応力比 (測定値に対する理論値の比を%にて表わしたものを) を表-1 に示す。直交異方性板理論によると、慣用計算法にくらべて相当よい結果が得られ、特に縦桁についてそのことが云いえる。その他解析の途中で判明した特長をのべると次のようである。

1) 連続板理論で解く場合は、主桁に近接する2辺は最外側縦桁で弾性バリー支持として解くため、外側縦桁の M_x が内側縦桁の M_x より大きくなるに反し、直交異方性板理論による結果はその逆になる。

2) 横桁直上や隣接スパン上に荷重がのるときも縦桁の M_x は正になり、縦桁を連続バリーとして解く場合

図-2 (a) 主桁 a 点の M_x の影響線

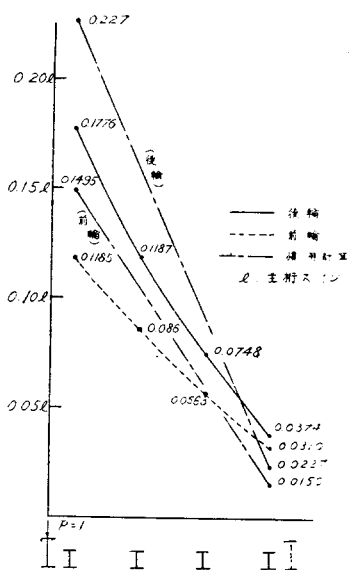


図-2 (b) 縦桁 b 点の M_x の影響線

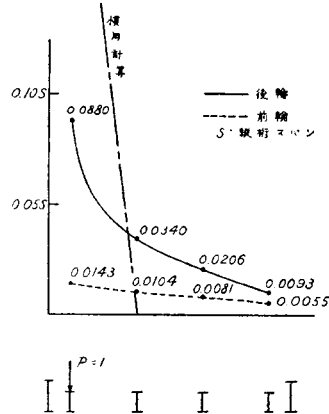


図-2 (c) 縦桁 c 点の M_x の影響線

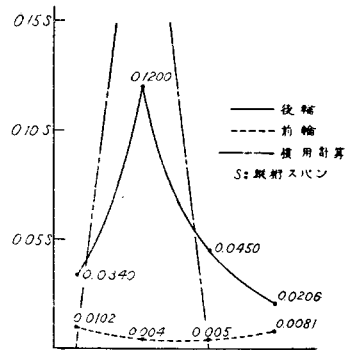
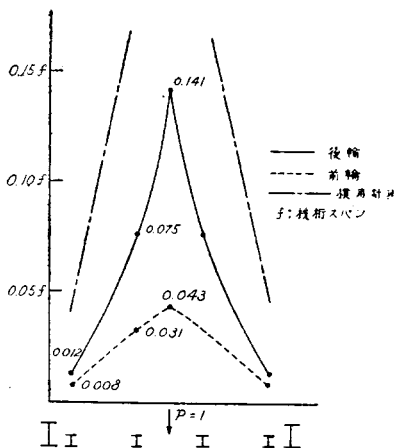


図-2 (d) 横桁 d 点の M_y の影響線



と全く逆になる。

3) 横桁の M_y が横桁直上に後輪がある場合 (荷重③) と縦桁スパン中央に後輪がある場合 (荷重②) で、慣用計算法では応力に相当な差を生ずるに反して、直交異方性板理論ではほとんど等しくなる。

などであつて、測定結果はこれらの理論的解析に対して直交異方性板理論の正しいことを示している。

図-3 大谷川橋載荷状態

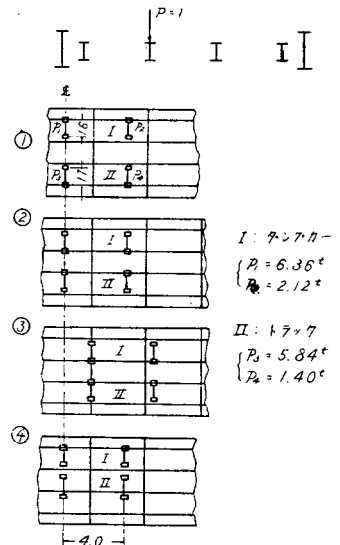


表-1 大谷川橋応力比(%)

	①		②		③		④		
	A	B	A	B	A	B	A	B	
主桁	a	52	62	60	71	54	58	60	71
	g	58	68	60	71	50	54	51	64
縦桁	b	37	107	38	95	∞	112	47	105
	e	60	103	63	104	—	—	52	107
	f	38	102	42	109	∞	127	290	118
横桁	d	40	52	46	65	27	64	48	71

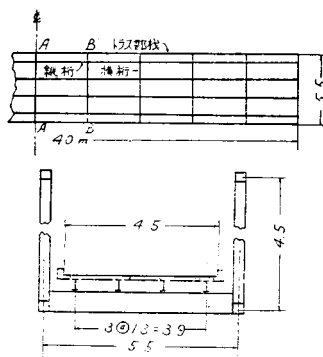
A: 慣用計算 B: 直交異方性板理論

以上の計算結果から直交異方性板理論をこのような下路プレートガーダー橋に適用して有効なことがわかったが、なお横桁方向の D_y のとり方や、実際は横桁のみが主桁に支持されて、床版は主桁に支持されていない点をいかに取扱うかなど研究すべき問題は多くあり、これらの厳密な研究によつて、さらによい結果が得られるものとする。また同形式(主桁、横桁、縦桁、床版よりなる)の上路プレートガーダー橋に適用しても好結果が得られるであろう。

3. トラス橋の床組への適用

トラス橋の床組では縦桁の設計が一番問題になる。慣用計算法では縦桁のみを独立のハリとみなし、曲げ剛さの小さい縦桁と床版の協力作用を無視して設計するため、載荷試験の結果によると実測応力が慣用計算応力にくらべて非常に過小なものとなる。さらに縦桁と床版が合成桁として作用することや、縦桁とトラスの弦材の協力作用が考えられないことなどのため、この傾向はますます大きくなるわけである。

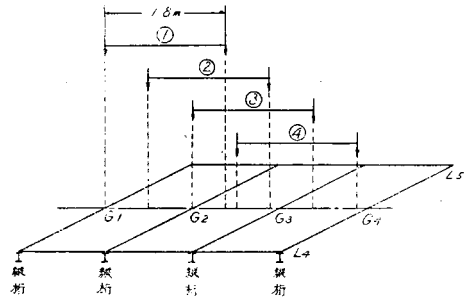
ここでは両国橋(山口県、広島県の県境を流れる小瀬川に架設)のポニートラス橋の測定結果を例にとつて比較してみよう。この橋は 図-4 のようなスパン 40m、有効巾員



4.5m の橋梁で試験自動車には 14.8t トラック(前輪 4.2t、後輪 10.6t)を使用し、後輪載荷点並びに歪測定点は横桁 A, B 間の縦桁のスパン中央断面で、載荷状態を 図-

5 に示す。この床組を解析する場合、床版、縦桁、横桁を一体として解くことが理想的であるが、これにはトラスメンバーによる支持条件の決定が困難で、前述の下路プレートガーダー橋のように簡単には支持条件

図-5 トラス橋の荷重状態



が決まらない。ここでは一応横桁 A, B にて単純支持され、他の 2 辺は自由、または外側縦桁と curbstone を含めた弾性バリにて支持される直交異方性板として解く 2 つの方法が考えられる。自由辺とする場合と、弾性バリ支持とする場合の両者の解析を行つたが、縦桁の曲げモーメントに大差はないので、ここでは端辺自由とした場合につきのべよう。

縦桁方向の D_x は大谷川橋と同様にとり、 D_y には床版の板剛度を取り、 $D_x/D_y=5.9$ (弾性比 $n=8$ とする)として計算を行う。 図-5 の各載荷状態(前輪は他のパネル上にある)に対して、慣用計算法による計算応力、および直交異方性板理論による計算応力に対する応力比を求めると表-2 のようになる。またある一つの荷重状態に対して、各桁が負担する荷重の全荷重に対する百分比(荷重分配比と呼ぶ)を表-3 に示す。これは測定値に対しては応力より、各方法による計算値に対しては、各桁の曲げモーメントの和を求めることにより容易に求められる。この場合特に慣用計算法による応力比はきわめて小さく、平均約 30% になる。直交異方性板理論では平均約 60% になり、相当よくなるが、なお 40% の不足を生ずる。これは床版、縦桁とトラス下弦材との協力作用が無視されていることもその理由の一つで、これをなんらかの形で境界条件に加味すれば、さらによい結果をうるであろう(下弦材と床版、縦桁が協力していることは、下弦材の応力比が約 70% であるに対し、他の部材では 85~90% であつたことから判断される)。つぎに荷重分配比は、直交異方性板理論による結果は非常によく測定による荷重分配比と一致しておる。また参考までに連

表-2 両国橋縦桁応力比(%)

	①		②		③		④	
	A	B	A	B	A	B	A	B
G1	23	64	31	65	∞	70	∞	75
G2	34	55	31	55	22	59	33	66
G3	42	73	23	56	36	60	33	57
G4	∞	62	∞	78	31	58	23	66

A: 慣用計算 B: 直交異方性板理論

表-3 両国橋縦桁荷重分配比 (%)

	①				②				③				④			
	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D	A	B	C	D
G 1	42	56	40	48	27	31	27	28	17	0	15	17	10	0	9	7
G 2	30	26	33	30	29	29	29	30	29	47	31	36	20	22	22	20
G 3	22	18	19	17	30	40	30	29	30	29	30	33	29	27	31	26
G 4	6	0	8	5	14	0	14	13	24	24	24	14	41	51	38	47

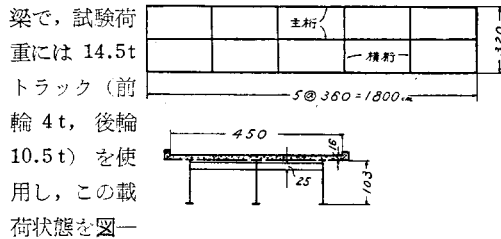
A: 測定値 B: 慣用計算 C: 直交異方性板理論 D: 連続板理論

連続板理論による結果を表-3に示す。これは弾性バリアに支持される連続板の理論にもとずき、5本桁の場合の N.M. Newmark の求めた表を準用したもので、直交異方性板理論による結果はこれよりもよい近似を示している。

4. 合成桁構造への適用

直交異方性板理論の主桁並列式の桁橋構造への適用については、すでに模型実験につき述べ⁴⁾、なお神崎橋に対してもこの理論による解析を示したが⁵⁾、ここでは、両国橋の側スパンの合成桁への適用結果をのべる。被試験橋梁は図-6のようなスパン18m、有効巾員4.5mの橋

図-6 両国橋合成桁橋部分



梁で、試験荷重には14.5tトラック（前輪4t、後輪10.5t）を使用し、この載荷状態を図-7に示す。後輪載荷点、ひずみ測定点はいづれもスパン中央断面である。荷重分配用と称して用いられている高さ25cmのI形断面の横桁を無視して、前と同様

図-7 合成桁橋の載荷状態

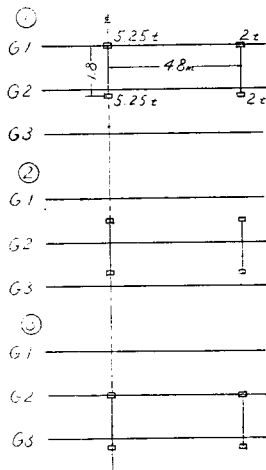


図-8 (a) 合成桁の耳桁の M_x の影響線 ($l =$ 主桁スパン)

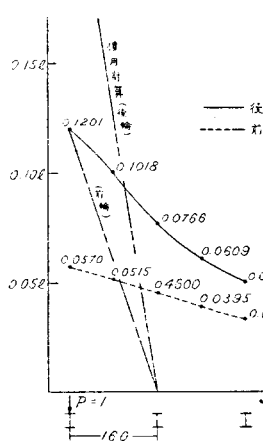


図-8 (b) 合成桁の中桁の M_x の影響線 ($l =$ 主桁スパン)

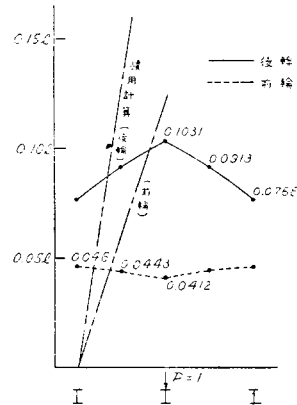


表-4 両国橋合成桁応力比 (%)

	①		②		③	
	A	B	A	B	A	B
G 1	64	81	69	53	∞	73
G 2	53	65	46	57	50	68
G 3	340	72	69	62	69	85

A: 慣用計算 B: 直交異方性板理論

表一5 両国橋合成桁荷重分配比 (%)

	①			②			③		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
G1	42	50	38	29	25	31	24	0	26
G2	31	44	35	35	44	35	32	50	35
G3	27	6	27	36	31	34	44	50	39

A: 測定値 B: 慣用計算 C: 直交異方性板理論

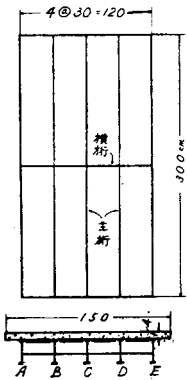
比, 荷重分配比とも好結果をうる。以上の解析にさらに横桁の影響をなんらかの形で加味すれば, D_y が増加し従つて M_x が減少して, さらによい応力比をうるわけであるが, ここでは省略する。

つぎに荷重②の場合(後輪が床版のスパン中央)の荷重直下の M_y を求めると, 床版のスパン曲げモーメントをうる。床版の実測応力と計算応力との比は, 直交異方性板理論によれば 92% であるに対し, 新式方書案の連続板の計算式に従えば 42% であつて, 直交異方性板理論が実状によくあつることがわかる。このように直交異方性板理論によれば床版と桁を離して設計する必要はなく, 床版の曲げモーメントが同時に求まるわけである。

5. 格子合成桁への適用

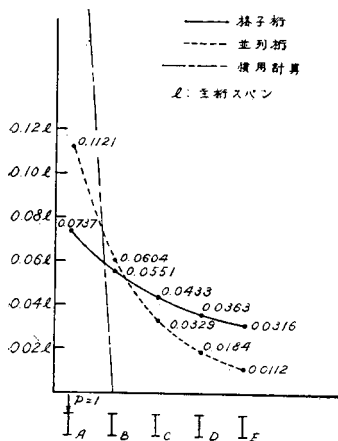
近時格子桁構造の研究がさかんになり, この構造の解法としておもに格子理論が研究されている。しかし格子桁の床版が合成された格子合成桁の場合は, 床版の連続性や桁のよじれなどの影響を格子理論に入れることは, 計算を複雑ならしめ, また桁, 横桁の数が多くなつた場合は特に計算が困難である。それに反して, 直交異方性板理論に

図一9 格子合成桁 模型図

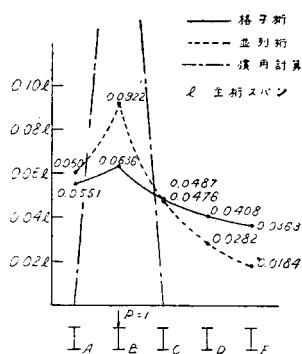


よると, これらのことに関係なく, ほとんどの場合が1枚の板として同様に扱ひうる利点がある。現在のところわが国では実際の格子桁橋梁が架設されていないので, 一応 図一9 のような模型の格子合成桁について行つた実験結果と比較してみたいと思う。主桁寸法は上下フランジ 8×60, ウェブ 6×120, 横桁は上下フランジ 8×50, ウェブ 6×80 で, 床版厚は 4 cm である。主桁の D_x のとり方はこれまでと同様であるが, この模型の場合のように横桁の数のきわめて少ない場合は, 横桁方向の D_y が問題になるであろう。ここではひとまず主桁間隔 λ を横桁の圧縮突縁有効巾とする T 形バリの曲げ剛さを λ で割つたものを D_y とした。 $D_x/D_y \approx 2.15$ として, W. Cornelius の式により主桁の 1/2 点において, 各桁のスパン中央断面の曲げモーメント(主桁 1本あたり)の影響線を求めると, 図一10 a, b, c のようになる。図一10 で実線は横桁1本の格子合成桁, 点線は全く同一寸法で横桁をのぞいた並列合成桁の場合を示す。合成桁を並列にしただけの構造にくらべて, 1本の横桁の挿入により, いかにか荷重分配が多く行われるかがよくわかる。図一10 の影響線及びその他の計算により, B桁とD桁のスパン中央に各 4.9t 载荷したときの, 各桁の 1/2 点, 1/4 点のたわみと, 主桁下フランジの応力の測定値, および直交異方性板理論による計算値, 格子理論による計算値を表一6.7 に示す。直交異方性板理論による値は, 大体において格子理論に近い値を示し, 横桁1本のような場合でも直交異方性板理論を適用してよい結果が得られることがわかる。横桁方向の D_y や H, λ などのとり方を適当にすれば, さらによい結果をうるであろう。なお格子桁構造に対する直交異方性板理論の適用については, さらに種々理論的及び実験的研究を行うつもりである。

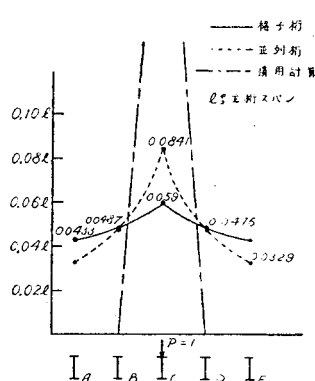
図一10 (a) 耳桁(A)の M_x の影響線



図一10 (b) 中桁(B)の M_x の影響線



図一10 (c) 中桁(C)の M_x の影響線



表一6 格子合成桁たわみ (mm)

	l/2 断面			l/4 断面		
	a	b	c	a	b	c
A 桁	4.37	4.99 (88)	4.65 (96)	2.85	3.45 (83)	3.20 (89)
B 桁	4.84	5.09 (95)	5.20 (93)	3.17	3.49 (91)	3.60 (87)
C 桁	4.91	5.11 (96)	5.35 (92)	3.17	3.50 (91)	3.70 (86)

a: 測定値 b: 直交異方性板理論 c: 格子理論
(): 測定値に対する比の%

表一7 格子合成桁応力 (kg/cm²)

	l/2 断面			l/4 断面		
	a	b	c	a	b	c
A 桁	1105	1360 (81)	1270 (87)	520	751 (70)	550 (95)
B 桁	1245	1570 (80)	1410 (87)	500	740 (68)	710 (70)
C 桁	1225	1450 (85)	1440 (85)	600	740 (81)	730 (82)

6. 結 言

a: 測定値 b: 直交異方性板理論 c: 格子理論 (): 応力比 (%)

直交異方性板理論を各種の実在橋梁と模型格子桁橋梁に適用し、測定値と理論値の比較検討を行つてみたが、この理論を計算にとり入れて、満足すべき結果の得られることがわかつた。主桁、横桁、縦桁、床版などを一体とみなし、1枚の矩形板について解けば、ほとんどの形式の道路橋構造の解析が行いうるわけである。あらかじめ D_x/D_y と a/b (矩形の2辺の比) の適当な間隔の値に対して、 M_x, M_y, w などの影響面を

求めておけば、それが実際の各種構造の設計にいつでもそのまま使用できる。しかしこのままではなお設計者にとって不便な点もあるので、これらの影響面をもとにして簡易計算公式の誘導を行うつもりである。またここで用いた D_x, D_y, H, ν や境界条件のとり方で、実用上さしつかえはないようであるが、細部にわたつてはなお研究すべき点が多々あると考える。

筆者は慣用計算法では設計の合理化を期待することは困難であると考えたもので、その意味において本文が橋梁設計に対する合理的考え方の一助となりうれば幸いである。

最後に各橋梁の測定にあたり、多大の御援助を頂いた関係各方面の方々に感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 1) M. Naruoka: *Memoris of the Faculty of Eng., Kyoto Univ., Vol., 16, No. '2, p. 49 (1954)*
米沢 博: 土木学会誌, 第 39 卷, 第 1 号, 同第 10 号
小西・成岡・大村: 第 2 回日本道路会議論文集 p. 133 (昭 29)
- 2) 木村・成岡・大村: 第 2 回日本道路会議論文集 p. 181 (昭 29)
- 3) W. Cornelius: *Stahlbau, Bd. 21, H. 2, 3, 4, S. 21, 42, 60 (1952)* 4), 5), 1) 参照 (昭. 29. 10. 12)

ハリ及びアーチの応力状態に及ぼす支持条件の影響について (端面傾斜の影響)

准 員 森 忠 次*

ON THE BEHAVIOR OF STRUCTURES DUE TO SUPPORTING CONDITIONS OF THEIR END PLANES

(JSCE May 1955)

Chūji Mori, C.E. Assoc. Member

Synopsis In order to analyse the structures of which end planes are not perpendicular to their gravity axes, the author assumes that the stresses near the end of structures are distributed similarly as in the other part of the structures, and then presents a formula by which the strain energy near the end of the structures can be computed. It is shown by photoelastic experiments that this formula may be used in practice satisfactorily, and the effects of non-radial abutment on the stress distribution in arches are discussed in details.

1. 緒 言

従来ハリまたはアーチなどの構造計算を行う場合、端面は構造物の重心線に垂直な平面であると仮定している。しかし実際にはしばしば端面が重心線と傾斜し

て支持されることがある。例えばアーチダムにおけるアーチ要素のアバットメントは必ずしも半径方向の条件を満足していない。このような場合慣用計算法は明らかに不合理であり、この端面の支持条件を計算過程に導入しなければ正確な応力計算を行うことができな

* 京都大学講師, 工学部土木工学教室