

及び(6)式の検討とともに、この点につき研究するつもりである。

参考文献

- 1) 福田武雄：鉄筋コンクリート理論, p. 48~51 (昭.15)
- 2) 坂 静雄：鉄筋コンクリート学教程, p. 37 (昭.27)
- 3) たとえば土木学会コンクリート標準示方書, 米
国開拓局の Concrete Manual (1951), 英国の
B.S. 882(1944) 及びドイツの DIN 1045(1943)
など。
- 4) J.D. O'Keefe: "Gap-Graded Aggregates,"
Concrete and Construction Eng. V. 48, No.
5, p. 173~178, May 1953.
- 5) L.B. Mercer: "The Law of Grading for
Concrete Aggregates", ACI Journ. Proc.
V. 48, p. 360, Dec. 1951 に抄録。
- 6) H.N. Walsh: "Gap Graded Aggregates in
Concrete," ACI Journ. Proc. V. 46, p. 310,
Dec. 1949 に抄録。
- 7) 穂積 豊・板野武司：砂のモルタル強さ試験に

関する実験的考察, セメント・コンクリート,
No. 83, p. 6~16 (昭.29)

- 8) P.M. Worthington: "An Experiment on the
Theory of Voids in Granular Materials",
Magaz. of Concrete Research, No. 12, p.
121~126, Apr. 1953.
- 9) 堀 武雄：混合砂の容積, 土木学会誌 31 卷 2
号, p. 9~14 (昭.21)
- 10) D.S. Moncrieff: "The Effect of Grading
and Shape on the Bulk Density of Concrete
Aggregates", Magaz. of Concrete Resea-
rch. No. 14, p. 67~70 Dec. 1953.
- 11) C.T. Kennedy: "Design of Concrete Mi-
xes", ACI Journ. Proc. V. 36, p. 373~400,
Feb. 1940.
- 12) 太田誠一郎：コンクリートの水セメント比につ
いて, 土木技術 8 卷 5 号 p. 14 (昭.28)
同 上：砂の表面積と透水係数との関係につ
いて, 土木学会誌 36 卷 6 号, p. 263~265(昭.26)
- 13) 坂 静雄：鉄筋コンクリートの設計, p.61(昭.
17) に紹介。 (昭. 29. 9. 15)

軟弱地盤の特性に関する研究

—層状軟弱地盤の圧密沈下の近似計算法(第2報)—

准 員 梶 原 光 久*

STUDIES ON THE CHARACTERISTIC OF THE SOFT FOUNDATION —ON AN APPROXIMATE CALCULATION METHOD OF THE CONSOLIDATION SETTLEMENT OF A STRATIFIED SOFT FOUNDATION(SECOND REPORT)—

(JSCE April 1955)

Mitsuhsa Kajiwara, C.E. Assoc. Member

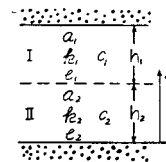
Synopsis On JSCE April 1954, the writer described on an approximate calculation method of the consolidation settlement of a stratified soft foundation for the case of drainage of the top only. In this paper he discussed and compared with the accuracy of the two approximate calculation methods for the case of drainage at both top and bottom.

要旨 さきに著者は片面透水の層状軟弱地盤の圧密沈下に関する合理的で精度の高い近似計算法を提案した(土木学会誌 39 卷 4 号)。ところで、両面透水の場合にはこの方法を適用すれば“仮想不透水層”の概念を導入するだけで近似計算が遂行できて精度もかなり良好であることがわかった。以下二層圧密の厳密解と従来の平均値法による近似解および著者の提案する近似解を比較検討した結果について述べる。

1. 二層圧密の厳密解と近似解¹⁾

図示の諸常数を有する二層の各層における圧密の基本方程式は前論文(4)²⁾で表わされる。いま、両面透水の圧密試験のような矩形荷重面の場合を考えると境界条件は表一1となる。これら境界条件を満足する

図一1 各層の諸常数



表一1 境界条件

初 期 境 界 条 件	
$z=0$	$u_2=0$
$z=h_1+h_2$	$u_1=0$
$z=h_2$	$u_1=u_2$
$z=h_2$	$k_1 \partial u_1 / \partial z = k_2 \partial u_2 / \partial z$
$t=0$	$u=q_0$ (const.)

(4) 式の解として次の u_1, u_2 が得られる。

$$\left. \begin{aligned}
 u_1 &= \sum_1^{\infty} C_n e^{-TN_n} \sin A_n \cdot \sin \mu A_n \left(1 + \nu - \frac{z}{h_2} \right) \\
 u_2 &= \sum_1^{\infty} C_n e^{-TN_n} \sin \mu \nu A_n \cdot \sin A_n \frac{z}{h_2}
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 A_n は

* 徳島大学助教授, 工学部土木工学教室

$$\left. \begin{aligned}
 G(A) &= \sigma \cos A \cdot \sin \mu \nu A \\
 &\quad + \sin A \cdot \cos \mu \nu A = 0 \\
 \text{の根であり,} \\
 C_n &= 2 q_0 \frac{\sigma \sin \mu \nu A_n + \sin A_n}{\sigma A_n \sin^2 \mu \nu A_n + \mu \nu A_n \sin^2 A_n} \\
 N_n &= A_n^2
 \end{aligned} \right\} (2)$$

である。また各層の圧密度は次のとおりである。

$$\left. \begin{aligned}
 U_1 &= 1 - \frac{2}{\mu \nu} \sum_1^{\infty} \frac{\sin \mu \nu A_n (\sigma \sin \mu \nu A_n + \sin A_n)}{A_n^2 (\sigma \sin^2 \mu \nu A_n + \mu \nu \sin^2 A_n)} \\
 &\quad \times (1 - \cos \mu \nu A_n) e^{-T N_n} \\
 U_2 &= 1 - 2 \sum_1^{\infty} \frac{\sin \mu \nu A_n (\sigma \sin \mu \nu A_n + \sin A_n)}{A_n^2 (\sigma \sin^2 \mu \nu A_n + \mu \nu \sin^2 A_n)} \\
 &\quad \times (1 - \cos A_n) e^{-T N_n} \\
 U_r &= \frac{U_1 h_1 + U_2 h_2}{h_1 + h_2}
 \end{aligned} \right\} (3)$$

両面透水の単一層として圧密度を近似的に求める場合には、(9)式で得られた平均値を用い、厚さが $(h_1 + h_2)/2$ の片面透水として計算すればよい。

2. 計算例

次に計算例によつて厳密解、平均値解を比較検討しよう。

例 1-a 前論文の例 1 と同じく、 $\nu = h_1/h_2 = 1$, $k_2/k_1 = 4$, $a_2/a_1 = 4/9$, $e_1 = e_2 \therefore c_2/c_1 = 9$

i) 厳密解：(18)~(20) に従つて u , U_r を計算しそれらを plot したのが 図-2.3 の実線である。図-2 を観察すれば、もちろん接触面では $k_1 \partial u_1 / \partial z = k_2 \partial u_2 / \partial z$ が成立しているから II 層を層厚置換して $u-z$ 曲線を描けば点線のようになり、接触面で滑らかな曲線となる。従つてこの置換層における間隙水圧曲線は置換層厚の 1/2 の深さを通る軸に関する放物線のようにも考えられる。

ところが、両面透水であるからある深さを境としてそれぞれ上下方向に透水が行われており、任意の時間において $\partial u / \partial z = 0$ なる深さが必ず存在しなければならない。図-2 においては、 $z/h_2 \approx 1.35$ くらいであるが時間によつて多少変動して一定ではない。

ii) 平均値単一層法：(9) による平均値を用い、単一層両面透水として取扱う場合の前論文 (10) 式に相当する式は次のとおりである。

$$\frac{T}{T_{av}} = \frac{c_2}{4 c_{av}} (\nu + 1)^2 \dots \dots \dots (4)$$

この例では $T = 4.0625 T_{av}$ となるから前論文 表-1 を利用すれば $T-U$ 関係が得られ 図-3 の鎖線が求められる。誤差の最大は約 26% で片面透水の場合より小さいが、厳密解よりのかけ離れは大体同じくらいである。

例 1-b 例 1-a と $a_2/a_1 = 4/1.96$ だけ違わせて、 $c_2/c_1 = 1.96$ と c_2/c_1 の値を大巾に小さくして、その影響を観察しよう。

i) 厳密解：同様にして得られたのが 図-4.5 の実線であるが、 $u-z$ 曲線において $\partial u / \partial z = 0$ なる深さは $z/h_2 \approx 1.2$ で例 1-a と同じく時間とともに変動する。前例に比較して c_1 が c_2 より大きいから $\partial u / \partial z = 0$ なる深さが、II 層に接近することは明らかであるが、このことは著者の提案方法の検討に大いに役立つのでわざわざ取扱つたのである。

ii) 平均値単一層法：(4) 式によつて計算すれば $T = 1.8625 T_{av}$ で $U-\log T$ 曲線として 図-5 の鎖線が得られる。最大誤差は約 17% で $T = 0.4$ 付近に生ずる。

図-2 間隙水圧曲線(例 1-a)

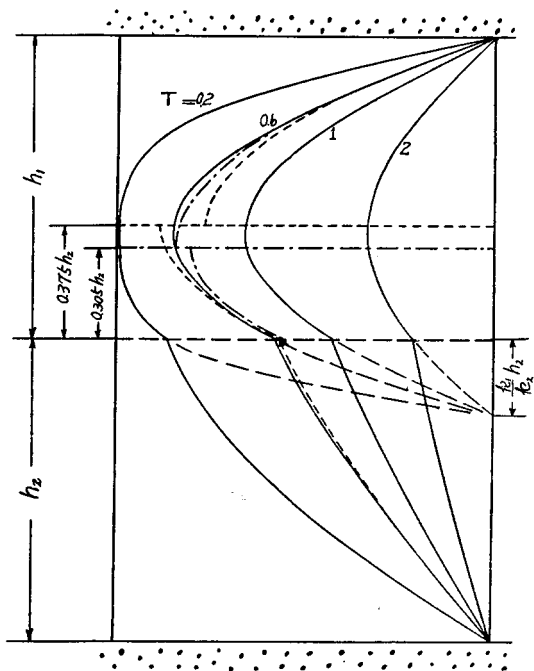


図-3 圧密度曲線(例 1-a)

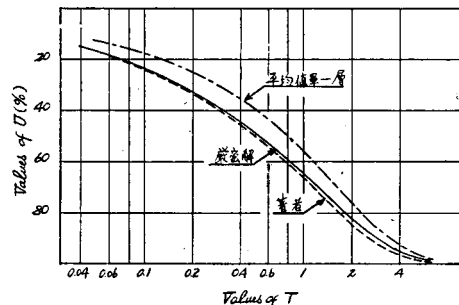


図-4 間隙水圧曲線 (例 1-b)

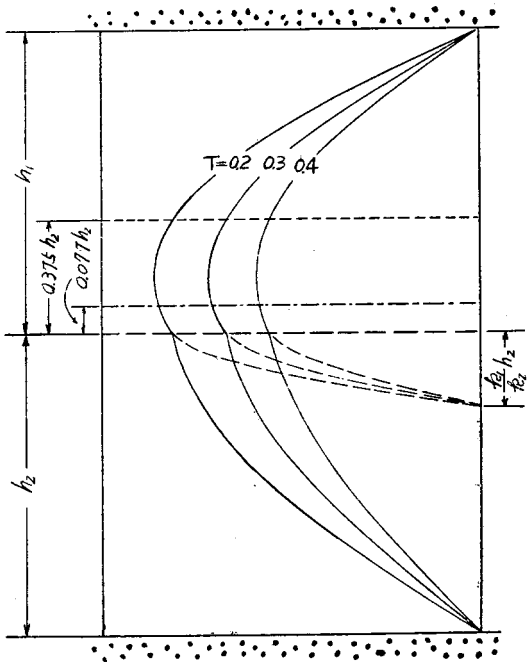


図-5 圧密度曲線 (例 1-b)

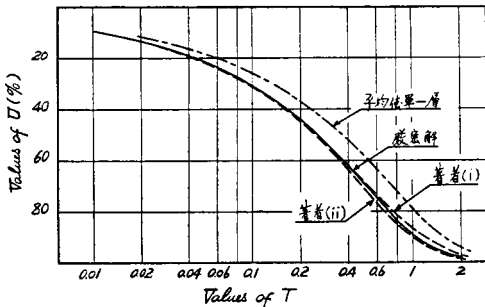
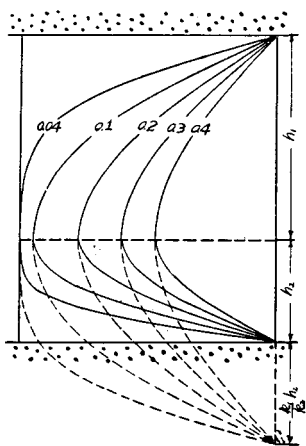


図-6 間隙水圧曲線(例 2-a)



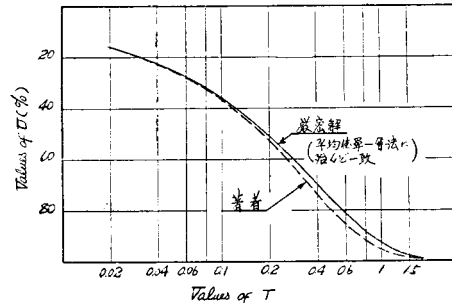
例 2-a 前論文の例 2 と同じデータである。

i) 厳密解: u, U_r の値を plot したのが 図-6.7 で $u-z$ 曲線は接触面で $\partial u/\partial z=0$ である。このことは、各層を片面透水の単一層と考えるとべつべつに計算して最後に加えたものにほとんど等

しいことから理解できる。

ii) 平均値単一層法: (4) 式によれば $T=T_{av}$ となり前論文 表-1 をそのまま利用できる。その結果は 図-7 の実線とほとんど一致している。

図-7 圧密度曲線 (例 2-a)



3. 著者の提案する近似計算法

図-2, 4, 6 において置換層の間隙水圧曲線は連続曲線であるが、例-2 a を除けば置換層厚の 1/2 の深さを通る軸に関する放物線であるとは言いがたい。それは層厚置換の手続きを層厚と透水係数のみに関係させているが、計算例からわかるように、圧密の進行は圧密係数 c に大いに関係するからである。また、 $\partial u/\partial z=0$ なる深さは時間とともに変動することも図より明らかであるが、その変動はわづかであり、その変動が圧密度に及ぼす影響は後述のようにあまり大きくないところから、ここでは変動しないものとする。従つて $\partial u/\partial z=0$ なる層を考慮することができるから、これを“仮想不透水層”と呼ぶことにすればこの不透水層で二部分に分離できるから問題は単一層、二層の片面透水に帰着する。さて、問題は仮想不透水層の決定であるが、図-2, 4, 6 において適当に仮想不透水層を設置すれば、上下対称ではなくてもそれを軸とするべつべつの放物線に近いようである。このように考えると両面透水の圧密度の近似計算法が導入できよう。

仮想不透水層の位置の決定

i) 置換層厚の 1/2 に相当する深さ: 基準層を I 層にとれば仮想不透水層の位置は基準層の表面から z_0 の深さにあるものと仮定する。

$$z_0 = \frac{h_1}{2} \left(1 + \frac{k_1}{k_2} \frac{h_2}{h_1} \right) \dots \dots \dots (5)$$

従つて、(5) 式を軸とする放物線を描き、それらを層厚だけでも戻して単一層片面透水あるいは二層片面透水として近似計算を行えばよい。しかし、(5) 式は c に無関係に決定されるから仮想不透水層に到達する時間は一般には食い違いを生じ、例えば $T=0.6$ における間隙水圧曲線のようなになる (図-2)。また、例 1-a と例 1-b を比較すれば、 a_2/a_1 だけ異なり、従

つて前者では $c_2/c_1=9$ に対して後者では $c_2/c_1=1.96$ で小さくなっている。この理由は前述のとおりであるが、この点を全然無視しているのは大きな欠陥である。極端な場合を考えると、 c の値のいかんによつては (5) 式で計算した軸の位置が正しい軸の存在する他の層にある場合も起りうる。

ii) 圧密到達時間の相等しい深さ：I 層側からの圧密の到達と II 層側からのそれとが始めて遭遇する深さを仮想不透水層の位置と考える。この位置はその時間だけに対応するものであるが計算例だけから推察すればその変動はきわめて小さく、またその変動の圧密度に及ぼす影響はきわめて僅少であるから、この方法で決定された軸の位置は実用的には合理的であろう。

さて、図-8 に示される資料から仮想不透水層の位置を決定する計算方法を示そう。

I 側の圧密が接触面に到達する時間 $t_1=h_1^2/12c_1$

II 側の圧密が接触面に到達する時間 $t_2=h_2^2/12c_2$

$$t_1 \cong t_2 \text{ i.e. } \frac{c_2}{c_1} \left(\frac{h_1}{h_2} \right) \cong 1 \dots\dots\dots (6)$$

に応じて、仮想不透水層は I 層、接触面、II 層にある。そこで、(6) 式の判定に基づいて仮想不透水層の存在する層を I 層とし接触面から不透水層までの深さを h_0 とすれば $z_0=h_1-h_0$ となる。 z_0 への到達時間を t_0 とすれば $t_0=z_0^2/12c_1$

$$\therefore T = \frac{c_2}{h_2^2} t_0 = \frac{1}{12} \left(\frac{c_2}{c_1} \right) \left(\frac{z_0}{h_2} \right)^2 \dots\dots\dots (7)$$

一方、II 層側からの圧密が仮想不透水層に到達する時間は同じく t_0 でなければならぬから

$$T = \frac{c_2}{c_1} \left(\frac{h_0}{h_2} \right)^2 T_0 \text{ ただし } T_0 = \frac{c_1}{h_0^2} t_0$$

ところで、この T_0 は前論文 (13) の T にほかならない。この場合 (13) と 図-8 とは符号が異なるから 図-8 に合わせれば

$$\nu^2 = \left(\frac{h_2}{h_0} \right)^2, \quad c = \nu^2 = \frac{c_1}{c_2}, \quad r = \frac{k_2}{k_1}, \quad \xi = \frac{h_0}{h_2}$$

$$\therefore T = \frac{1}{12} \left[\frac{2\xi + r\xi^2}{cr} + 2 \left(1 - \frac{1}{cr^2} \right) \left\{ 3 \log(1+r\xi) + \frac{2}{1+r\xi} \right\} + \frac{4}{cr^2} - 3 \right] \dots\dots\dots (8)$$

(7) を (8) に等しく置き、 $\nu_0=h_1/h_2$ と置けば

$$\frac{(\nu_0 - \xi)^2}{c} = \frac{2\xi + r\xi^2}{cr} + 2 \left(1 - \frac{1}{cr^2} \right) \times \left\{ 3 \log(1+r\xi) + \frac{2}{1+r\xi} \right\} + \frac{4}{cr^2} - 3 \dots\dots\dots (9)$$

(9) 式を解いて ξ を求めれば 仮想不透水層の位置

が決定できる。

4. 著者の提案する方法による計算例

例 1-a

i) (5) 式によつて仮想不透水層の位置を求めれば $z_0=0.625h_1$, i.e. $z_0/h_2=1.375$ で厳密解の $\partial u/\partial z \cong 0$ なる深さにはほぼ近い。この不透水層に関して $T=0.6$ に対する $u-z$ 曲線を描けば 図-2 の点線となるが、不透水層が接触面にもつと近づけば食い違いが少なくなるであろうことはすぐわかる。

ii) (6) 式から $c_2/c_1(h_1/h_2)^2=9>1$ となり 仮想不透水層は I 層に存在する。そこで (9) 式

$$9(1-\xi)^2 = 4.5(\xi + 2\xi^2) + 6.04429 \log_{10}(1+4\xi) + \frac{1.75}{1+4\xi} - 0.75$$

を満足する ξ を求めると $\xi=0.305$ となる。 $T=0.6$ に対する $u-z$ 曲線は 図-2 の鎖線となり食い違いはわづかになつてはいるが、(9) 式によつて求めた仮想不透水層を利用してもそこにおける u は必ず食い違う。これは近似計算法で時間に無関係に仮想不透水層を設ける大きな欠陥であるが、仮想不透水層の位置の多少の変動が間隙水圧曲線及び特に圧密度に対してあまり大きな影響を及ぼしそうにないことが i) ii) の $T=0.6$ に対する $u-z$ 曲線から推察できる。

以上のようにして、なんらかの方法で仮想不透水層の位置が決定されれば圧密度の計算は容易である。

i) に基く 時間-圧密度

a) 仮想不透水層のない側か

らの圧密 $z_2=0 \sim h_2$

$$T = \frac{1}{12} \left(\frac{z_2}{h_2} \right)^2 \dots\dots\dots (10)$$

$$U_2 = \frac{1}{3} \left(\frac{z_2}{h_2} \right)$$

$$z_2 = h_2 \sim (h_2 + h_0)$$

$$T = \frac{1}{12} \left[\frac{2\eta + r\eta^2}{cr} + 2 \left(1 - \frac{1}{cr^2} \right) \left\{ 3 \log \left\{ (1+r\eta) + \frac{2}{1+r\eta} \right\} + \frac{4}{cr^2} - 3 \right\} \right] \dots\dots\dots (11)$$

$$U_2 = \frac{1}{3} \frac{1+3r\eta+3(r\eta)^2}{(1+r\eta)^2}$$

$$U_2' = \frac{\eta}{3\xi} \frac{(r\eta)^2}{(1+r\eta)^2}$$

$$T \geq (T_{h_2+h_0})_{\eta=\xi}$$

$$T = T_{h_2+h_0} + \frac{1}{6} \left\{ \frac{2+3r\xi}{1+r\xi} + \frac{\xi}{cr} \times \frac{3(1+r\xi)^2 - (r\xi)^2}{1+r\xi} \right\} \log \frac{q_0}{u_t}$$

$$U_2 = 1 - \frac{u_t}{3q_0} \frac{2+3r\xi}{(1+r\xi)^2}$$

図-8

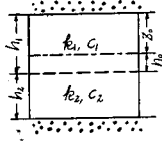
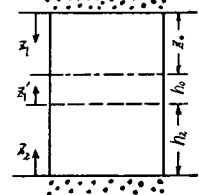


図-8



$$U_1' = 1 - \frac{u_t}{3 q_0} \frac{3(1+r\xi)^2 - (r\xi)^2}{(1+r\xi)^2} \quad (12)$$

ただし $\eta = \frac{z_1'}{h_2}$

(10)~(12) 式によつてすべての $T-U_0, U_1'$ 関係が計算できる。

b) 仮想不透水層のある側からの圧密

$z_1 = 0 \sim z_0$

$$\left. \begin{aligned} T &= \frac{c_2}{h_2^2} t = \frac{c_2}{h_2^2} \frac{z_1^2}{12 c_1} = \frac{c_2}{12 c_1} \left(\frac{z_0}{h_2} \right)^2 \left(\frac{z_1}{z_0} \right)^2 \\ U_1'' &= \frac{1}{3} \left(\frac{z_1}{z_0} \right) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} T &\geq \frac{c_2}{12 c_1} \left(\frac{z_0}{h_2} \right)^2 \\ T &= \frac{c_2}{3 c_1} \left(\frac{z_0}{h_2} \right)^2 \left(\frac{1}{4} + \log \frac{q_0}{u_t} \right) \\ U_1'' &= 1 - \frac{2}{3} \frac{u_t}{q_0} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

(13), (14) 式によつてすべての $T-U_1''$ 関係が計算でき、従つて $T-U_1'$ 関係が得られる。(10)~(14) の関係式は矩形荷重面に対してのみ適用できるもので、そうでない実際の場合の応力状態に対しては図式計算が威力を発揮する²⁾。しかし、ここでは厳密解との比較上計算式を示して検討したにすぎない。

さて、以上の式を用いて計算した結果を plot したのが 図-3 の点線であるが厳密解にほとんど一致しているといつても実用的にはなんらさしつかえない程度で誤差の最大は約 3% で、平均値法の 24% に比較すれば問題にならない。片面透水の場合と同じように平均値法が圧密の初期で大きい誤差を生じてかけ離れがはなはだしいのに比較しこの場合には圧密の初期ではほとんど一致している。

ii) に基づく時間-圧密度: $z/h_2 = 1.305$ に基づいて時間-圧密度関係を計算すれば $z/h_2 = 1.375$ の場合とほとんど同じである。この場合の誤差は約 4% である。これを要するに、 z/h_2 が 0.07 くらい変動しても圧密度にはあまり影響を及ぼさないようである。

例 1-b

例 1-a との差違は c_2/c_1 が激減して 1.96 であるが (5) 式によれば例 1-a と同じく $z_0 = 0.375$ である。一方 (9) 式によつて計算を行えば $\xi = 0.077$ となる。厳密解によれば $\xi = 0.1 \sim 0.2$ である。さて、i) に基づいた結果を plot したのが 図-5 の点線〔著者 (i)〕でほとんど厳密解に一致し最大誤差約 2% で、平均値法の最大誤差約 17% である。ii) に基づ

いたのが同図の点線〔著者 (ii)〕でこれもきわめて精度良好で誤差約 2.5% となっている。

以上 2 例を観察すれば特に例 1-b では i), ii) の仮想不透水層の位置は ξ の値で約 0.3 も異なるのに圧密度には大きな差異が現われないのは片面水の場合の置換不透層の位置の決定に際して c に無関係に処理して誤差が比較的小さいことと関連があることがわかる。

例 2-a

i), ii) のいずれによつて計算しても仮想不透水層はちよつと接触面上にある。従つて片面透水の単一層問題に帰着し圧密度の計算はきわめて簡単に 図-7 の点線で示される。最大誤差は約 6.5% で平均値法に比較すれば精度は悪いが実用的には十分の精度ではなからうか。

5. 結 語

二層両面透水の圧密沈下を算定する場合、“仮想不透水層”の概念を導入し単一層、二層片面透水問題として処理した。仮想不透水層の位置の決定には (5), (9) 式を提案した。(5) 式は簡単ではあるが、合理的決定は期しがたく極端に異なる場合も起りうる。(9) 式は単一層と二層の近似的な圧密到達距離から導かれたもので比較的合理的である。しかし、若干の計算例からの推察ではあるが仮想不透水層の位置の多少のズレは圧密度に対して大きな影響を及ぼさないようである。従つて (5) 式の計算結果が (6) 式を満足すればこれを採用し、そうでなければ多少面倒でも (9) 式を採用すればよいのではあるまいか。

さて、比較計算の結果は例 2-a を除けば著者の提案方法が平均値法に比較してきわめて優れている。例 2-a は平均値法に比べれば多少劣るが最大誤差はわづかに 6.5% で実用計算としては許されるべき程度である。

以上、第 1, 第 2 報を総合すれば著者の近似計算法は合理的で誤差が少なく実用価値は十分であると思う。

なお、本研究は文部省科学研究助成費の援助による研究の一部である。

参 考 文 献

- 1) Hamilton Gray : Simultaneous consolidation of continuous layers of unlike compressible soils, Proceedings ASCE., Vol, 70, 1944, No. 2, p. 149
- 2) 著者 : 層状軟弱地盤の圧密沈下の近似計算法, 土木学会誌 39 卷 4 号, p. 209 (昭.29.9.30)