

4) 本法が不規則ラーメン, サイロ, ケーソン, ローゼ桁等広い範囲にわたつて容易に応用できることは, 本文の所説よりうかがわれる。

5) 本法では材の性状, 解の精度の要求に応じて, 適宜級数和の型を簡単にし, 計算労力をはぶくことができる。

6) 本法は単層よりも多層ラーメンになるほどその威力を発揮する。しかし単層の場合でも, 材の性状によつて到達モーメントの収斂の緩慢な場合, 影響線の計算に特に有用である。

上のように本法によつて Cross 法は改善され, 一段と単純かつ平易となり, その威力が大きく増強されたといえるであろう。

本研究に対して, 終始貴重な助言と激励を賜つた九州大学工学部村上正教授, 及び昭和 28 年度文部省内地研究の期間中多大の便宜と援助を戴いた熊本大学工学部柳本武教授並びに九州大学工学部土木工学教室に対し謹んで謝意を表する。

参考文献

1) H. Cross : Analysis of Continuous Frames

by Distributing Fixed-End Moments. Proc. ASCE., May 1930 and Trans. ASCE., Vol. 96, 1932

2) H. Cross and N.D. Morgan : Continuous Frames of Reinforced Concrete. 1951

3) L.E. Grinter : Theory of Modern Steel Structures. Vol. 2, 1937

4) 村上 正 : 特殊ラーメンの解法に関する研究 昭 27

5) 村上 正 : Studies on the Slope-Deflection Method. Memoirs, Faculty of Eng. Kyushu Univ., Vol. XIV, No.1 1953

6) L.C. Maugh : Statically Indeterminate Structures. 1951

7) W.L. Andree : Das B-U Verfahren. 1919

8) C.V. Kloucek : Distribution of Distributin. 1950

9) S. Timoshenko and D.H. Young : Theory of Structures. 1945

10) F. Bleich : Die Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke nach der Methode des Viermomentensatzes. 1918

11) 鷹部屋福平 : ラーメン新論

12) 著 者 : 剛域をもつ弾塑性ラーメンの一解法, 熊大工研究報告, 昭 28.3 (昭.29.7.16)

小判型井筒隔壁の経済的な配置

正員 柴 田 直 光*

ECONOMICAL DISPOSITION OF PARTITION WALLS OF SEMI-CIRCULAR ENDS TYPE WELLS

(JSCE Feb. 1955)

Chokukō Shibata, C.E. Member

Synopsis : Most of the cross section of wells recently constructed are of semi-circular ends. And especially for highway bridges, they have generally two partition walls.

In this paper, solutions are shown and statically indeterminate stresses are obtained in this case. And economical disposition of partition walls are determined.

要旨 最近の井筒の形状は小判型が最も多く使用され特に人道橋においては, それに 3 個の隔壁を持つているのが一般であるが, その場合の不静定力を求め解法を示すとともにその隔壁の経済的な配置を決定したものである。なお本文の概略はすでに鹿島建設技術研究所年報 (昭. 28. 12 月 発行の分) に発表済である。

井筒の周囲に等布に q なる外力が働いた場合, 各点の曲げモーメントの値をまず見出す。ここで井筒は直交する 2 つの軸に対して対称であるから, 解法はその 1/4 の断面を考えればよい (図-1)。

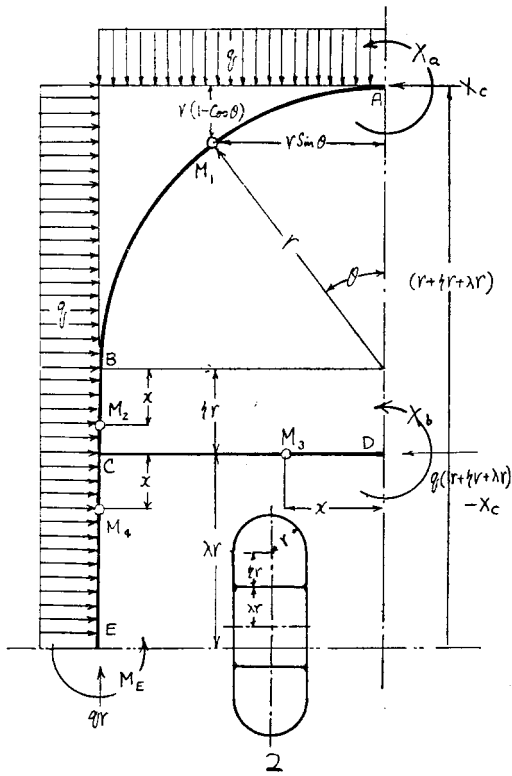
この場合不静定力は X_a, X_b, X_c の 3 つである。井筒各部の厚さ一定であるとして, ヤング係数 E も一定であるとする。厚さが一定であるから, 挿入鉄筋の影響を無視すれば, 陥率 I も一定である。また直圧力の影響による環の収縮の影響も考えない。解法は以上の仮定によつて最小働きの理論を応用する。いま内働を W とすれば,

$$W = \frac{1}{2EI} \int M^2 ds$$

ここに ds は軸に沿つて計られた微小長である。ここで, 3 つの不静定によつて形作られた内働を各不静定力によつて偏微分しこれを 0 と置けば, 3 つの方程

* 鹿島建設技術研究所員

図-1



式が得られる。それにはまず各部材の曲げモーメントを不静定力と外力とによつて表示する必要がある。図-1の符号に注意して、

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= X_a + (X_c - qr)r(1 - \cos \theta) \\ M_2 &= X_a + (X_c - qr)(r + x) - \frac{q}{2}x^2 \\ M_3 &= X_b \\ M_4 &= X_a + (X_c - qr)(r + \eta r) - \frac{q}{2}(\eta^2 r^2 + x^2 - 2\lambda r x) + X_b \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

また別に内働を各不静定力で偏微分したものは

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial X_a} &= \int_A^B \frac{\partial M_1}{\partial X_a} M_1 ds + \int_B^C \frac{\partial M_2}{\partial X_a} M_2 ds \\ &+ \int_D^B \frac{\partial M_3}{\partial X_a} M_3 ds + \int_C^E \frac{\partial M_4}{\partial X_a} M_4 ds = 0 \\ \frac{\partial W}{\partial X_b} &= \int_A^B \frac{\partial M_3}{\partial X_b} M_1 ds + \int_B^C \frac{\partial M_2}{\partial X_b} M_2 ds \\ &+ \int_D^B \frac{\partial M_3}{\partial X_b} M_3 ds + \int_C^E \frac{\partial M_4}{\partial X_b} M_4 ds = 0 \\ \frac{\partial W}{\partial X_c} &= \int_A^B \frac{\partial M_1}{\partial X_c} M_1 ds + \int_B^C \frac{\partial M_2}{\partial X_c} M_2 ds \\ &+ \int_D^B \frac{\partial M_3}{\partial X_c} M_3 ds + \int_C^E \frac{\partial M_4}{\partial X_c} M_4 ds = 0 \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

しかるに(1)式より

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_1}{\partial X_a} = 1 \quad \frac{\partial M_2}{\partial X_a} = 1 \quad \frac{\partial M_3}{\partial X_a} = 0 \quad \frac{\partial M_4}{\partial X_a} = 1 \\ \frac{\partial M_1}{\partial X_b} = 0 \quad \frac{\partial M_2}{\partial X_b} = 0 \quad \frac{\partial M_3}{\partial X_b} = 1 \quad \frac{\partial M_4}{\partial X_b} = 1 \\ \frac{\partial M_1}{\partial X_c} = r(1 - \cos \theta) \quad \frac{\partial M_2}{\partial X_c} = (r + x) \quad \frac{\partial M_3}{\partial X_c} = 0 \\ \frac{\partial M_4}{\partial X_c} = (r + \eta r) \end{aligned} \right\} (3)$$

(2)式に(3)式及び(1)式を代入し、図-4に示された限界によつて積分し、これを X_a, X_b, X_c の各未知量で整理し、さらに

$$X_a = qr^2 K_a \quad X_b = qr^2 K_b \quad X_c = qr K_c \dots (4)$$

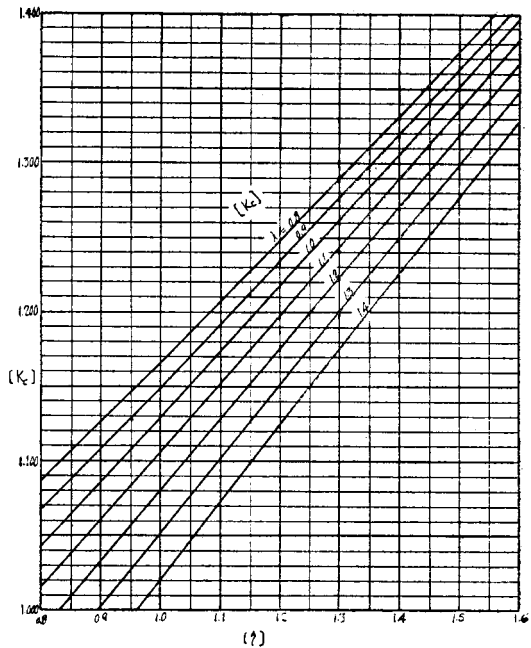
を代入すれば次の4つの方程式をうる。

$$\begin{aligned} K_a \left[\frac{\pi}{2} + \eta + \lambda \right] + K_b \lambda + (K_c - 1) \left[\frac{\pi}{2} - 1 \right] \\ + \eta + \frac{1}{2} \eta^2 + (1 + \eta) \lambda - \left[\frac{1}{6} \eta^3 + \frac{\lambda}{2} \eta^2 \right. \\ \left. - \frac{1}{3} \lambda^3 \right] = 0 \dots (5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_a \lambda + K_b (1 + \lambda) + (K_c - 1) (1 + \eta) \lambda \\ - \left[\frac{\lambda}{2} \eta^2 - \frac{1}{3} \lambda^3 \right] = 0 \dots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_a \left[\left(\frac{\pi}{2} - 1 \right) + \eta + \frac{1}{2} \eta^2 + (1 + \eta) \lambda \right] + K_b (1 + \eta) \lambda \\ + (K_c - 1) \left[\left(\frac{3}{4} \pi - 2 \right) + \eta + \eta^2 + \frac{1}{3} \eta^3 \right. \\ \left. + (1 + \eta)^2 \lambda \right] - \left[\left(\frac{\lambda}{2} \eta^2 - \frac{1}{3} \lambda^3 \right) (1 + \eta) + \frac{1}{6} \eta^3 \right. \\ \left. + \frac{1}{8} \eta^4 \right] = 0 \dots (7) \end{aligned}$$

図-2



ここでわれわれは以上の3式から K_a, K_b, K_c を求めることができれば(4)式によつて各不静定力を見出すことができるわけである。

(5) (6) (7) 式から λ を消去すれば

$$\begin{aligned} \dagger\dagger K_a & \left(1 + \frac{\pi}{2}\eta + \frac{\eta^2}{2}\right) + (K_c - 1) \left[\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \right. \\ & \left. + \frac{\eta^2 \left(\frac{1}{6} + \frac{\pi}{16}\eta + \frac{1}{24}\eta^2\right) + \frac{\lambda}{1+\lambda} \left[\frac{\eta^2}{2} - \frac{\lambda^2}{3}\right] \left(1 + \frac{\pi}{2}\eta + \frac{1}{2}\eta^2\right) - \frac{1}{24}\eta^4 \right]}{\left(\frac{\pi^2}{8} - 1\right) + \frac{\pi}{4}\eta + \eta^2 + \frac{\pi}{6}\eta^3 + \frac{1}{12}\eta^4 + \frac{\lambda}{1+\lambda} \left(\frac{\pi}{4} + 2\eta + \frac{\pi}{2}\eta^2 + \frac{1}{3}\eta^3\right)} \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$K_a = \frac{-(K_c - 1) \left[\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) + \eta \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) + \frac{1}{2}\eta^2 + \frac{\eta^3}{6} \right] + \frac{1}{24}\eta^4}{1 + \frac{\pi}{2}\eta + \frac{\eta^2}{2}} \dots\dots\dots (10)$$

$$K_b = K_a \left(\frac{\pi}{2} + \eta\right) + (K_c - 1) \left(\frac{\pi}{2} - 1 + \eta + \frac{1}{2}\eta^2\right) - \frac{1}{6}\eta^3 \dots\dots\dots (11)$$

(10), (11) 式の K の値はすでに η と λ との函数であるから、これを図表によつて求めることができる(図-2, 3)。これらの値を(4), (1)式に代入すれば、井筒軸線上各点の曲げモーメントを見出すことができる。その要領を 図-4 に示した。

これらの値を(1)式の M の値に代入すれば

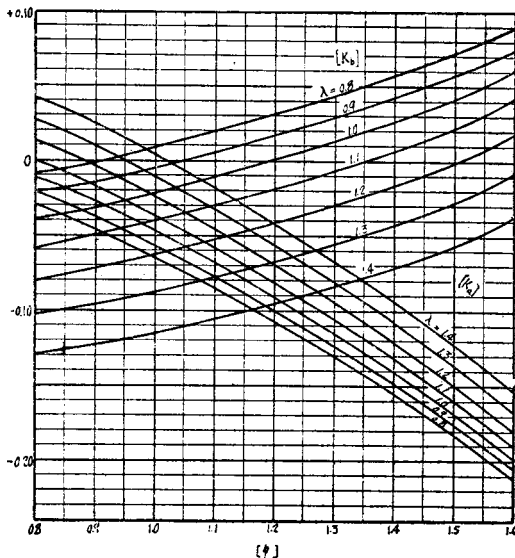
$$M_1 = qr^2 [K_a + (K_c - 1)(1 - \cos \theta)] \dots\dots\dots (12)$$

$$M_2 = qr^2 \left[K_a + (K_c - 1) \left(1 + \frac{x}{r}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{r}\right)^2 \right] \dots\dots\dots (13)$$

$$M_3 = qr^2 K_b \dots\dots\dots (14)$$

$$M_4 = qr^2 \left[K_a + (K_c - 1)(1 + \eta) - \frac{1}{2}\eta^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{r}\right)^2 + \lambda \left(\frac{x}{r}\right) + K_b \right] \dots\dots\dots (15) \dagger\dagger\dagger$$

図-3



$$\dagger + \eta \left(\frac{\pi}{2} - 1\right) + \frac{1}{2}\eta^2 + \frac{1}{6}\eta^3 - \frac{\eta^4}{24} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

(5) (6) (7) (8) 式を適当に使用して、 K_c, K_a, K_b を見出すと、次の値である。††

††† 一般に M_2 の最大値は K_a より常に大である。この値を M_{2max} としてこれを求めれば

$$\frac{dM_2}{dx} = 0 = \frac{1}{r}(K_c - 1) - \frac{x}{r^2}$$

$$\therefore \frac{x}{r} = K_c - 1$$

$$\begin{aligned} \text{ゆゑに } M_{2max} & = qr^2 \left[K_a + (K_c - 1) \right. \\ & \left. + \frac{1}{2}(K_c - 1)^2 \right] \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

次に M_4 の最大値 M_{4max} は $x/r = \lambda$ のところでおきるから、(15)式にこの値を代入すれば

$$M_{4max} = qr^2 \left[K_a + (K_c - 1)(1 + \eta) - \frac{1}{2}(\eta^2 - \lambda^2) + K_b \right] \dots\dots\dots (17)$$

図-4

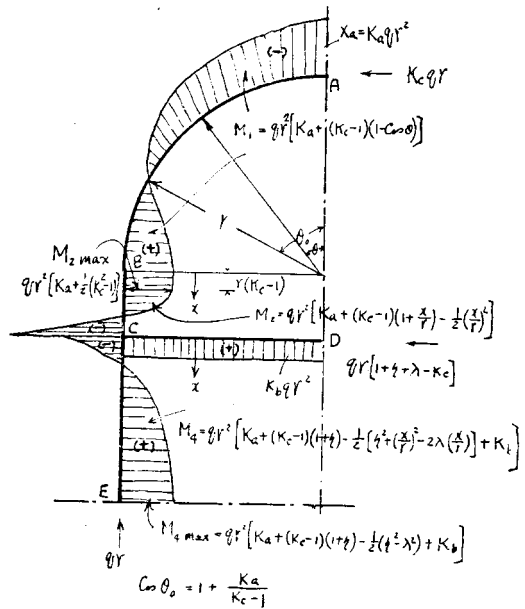
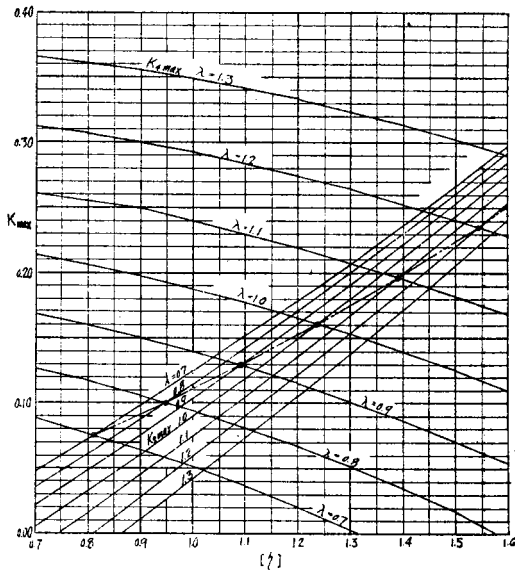


図-5



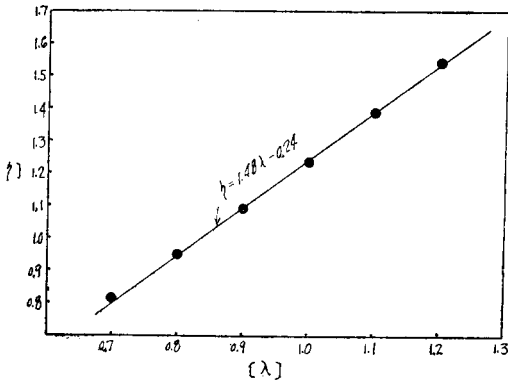
(16), (17) 式を図表で示せば 図-5 である。

これによれば M_{1max} は η が大きくなれば小さくなるが M_{2max} の方は η が大きくなれば、それに従つて大きくなる。そこで、この両曲線の同一 λ の交点を押え、その点の η を求めると、それは K_{1max} と K_{2max} とが等しい場合の λ と η との関係を示していることになる。

この関係を図から拾つて、新しく λ と η との関係図表を作ると、図-6 をうる。これによると、 η と λ とは直線的な関係があるとみてさしつかえないようである。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \eta &= 1.48\lambda - 0.24 \\ \text{または} \quad \lambda &= 0.675\eta + 0.162 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

図-6



K_{1max} と K_{2max} とが等しいということは、その場合の K 値が最小の値であることを意味することは 図-5 から明らかである。

もし隔壁の設計位置が (18) 式によつて決定されるならば、その場合の最大の K の値は 図-5 から η の値だけによつて鎖線上で求めることができる。またこの値は

$$K = -0.032 + 0.087\eta + 0.0562\eta^2 \dots\dots\dots (19)$$

によつても求められる。

いま 図-7 における符号を用いるものとすれば

$$A = 2r(1 + \eta + \lambda) \quad B = 2r \quad \frac{A}{B} = 1 + \eta + \lambda$$

$$\frac{D}{B} = \lambda$$

これらの関係と (18) 式とを組合わせると

$$\frac{D}{A} = 0.4 - \frac{0.3}{\left(\frac{A}{B}\right)} \dots\dots\dots (20)$$

すなわち隔壁間隔 D は A の何分の一くらいかということ (20) 式で見出すことができる。

図-7

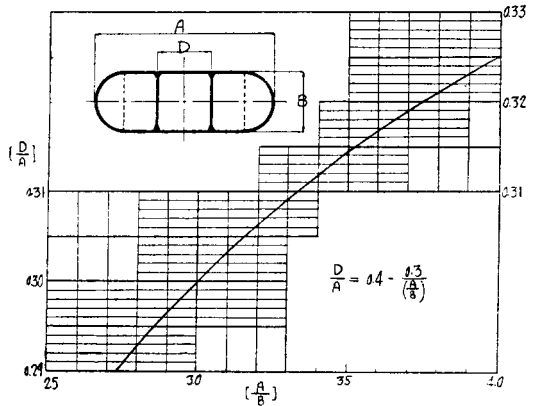


図-7 は (20) 式を図表に示したものであるが、これによると D を A の $1/3$ くらいにとつた場合、 K の値すなわちモーメントが、最小になることを示している。

D/A の値が約 $1/3$ であるということははなはだ常識的な値である。筆者はこの解析の面倒な計算から別に突飛な結果をうることを期待してはなかつたけれども、この平凡な結果を得て、それはあまりにも常識的なと思わず自語したものであつた。

(昭.29.7.12)