

ただし  $F = \sqrt{\frac{Q}{Q_0} \left( 2 - \frac{Q}{Q_0} \right)}, 0 \leq \theta \leq \theta_0$   
 $= 1, \quad \theta \geq \theta_0$

(25), (26) 式において上付号は管上面, 下付号は管下面に対するものである。また  $\theta_0$  は直管底面の延長線が曲管上面と交わる点と, 曲管中心線の曲率中心  $O$  とを結ぶ点が鉛直線となす角である (図-7 参照)。

**VII. 結 語**

以上によりはなはだ概略かつ特定の場合に限られたものではあるが, 放水管の一設計法を説明した。しかしながら紙数の都合でベルマウス曲線形, 水門, 給気孔, 塵除格子, deflector, trough 等についてはいずれも触れることができなかったことは遺憾である<sup>4)</sup>。このうちベルマウス曲線形については各種の型式が発表されているが, そのうち次式にて与えられるベルマウスは式が簡単でしかも安全なものであることがわかつている。

$$X^2/D^2 + Y^2/(D/3)^2 = 1 \dots\dots\dots (27) \quad (\text{昭} \cdot 29 \cdot 7 \cdot 3)$$

ただし  $X$  は管軸に平行,  $Y$  は管軸に直角に取った座標軸である。

Conduit opening deflector は越流水が trough の底に被害を及ぼさぬ程度に突起させればよいのであつて, ほぼ堤体下流面より 0.6~1.2 m 程度の突起が普通である。水門, 給気孔等については他の機会にゆずる。

**参 考 文 献**

- 1) Cavitation in Hydraulic Structures, A Symposium, Proceedings, A.S.C.E., Vol. 71, Sept. 1945
- 2) H.A. Thomas and E.P. Schuleen: Cavitation in Outlet Conduits of High Dams, Transactions, A.S.C.E., Vol. 107, 1942
- 3) S. Goldstein: Modern Developements in Fluid Dynamics, Oxford Press, Vol. I, p.120
- 4) C.V. Davis: Handbook of Applied Hydraulics, McGraw-Hill Book Co. Ltd., 1942

## 級数和を利用するモーメント分配法

正 員 吉 村 虎 蔵\*

### MOMENT DISTRIBUTION UTILIZING THE SUMS OF SERIES

(JSCE Feb. 1955)

Torazō Yoshimura, C.E. Member

**Synopsis** When analyzing a system of members rigidly connected in the manner of continuous beams by the method of moment distribution, we find that moments successively carried-over to the member-ends appear themselves in the geometric series. The summation formulae of such series are given; and the use of them leads us directly to the desired solution without repetition of balancing operation. The formulae are perfectly general, since properties of members, e.g., shapes and cross-sections, have been taken into account.

It is evident that the principle applies directly to any single-storied frame. As to any multi-storied frame and the like the method proves to be very useful, because the direction of carrying-over is controlled to one way only, which prevents us from the confusion arising mainly from the carrying-over to several directions.

Numerical examples given, especially the analyses of Vierendiel frames and of secondary stresses in a truss show superiority of the proposed method in its clarity, simplicity and speedity over the ones of previous authorities.

**要旨** 多辺形材, 曲線材, 変断面材等任意性状の材についてモーメント分配法の一般型を示し, これらの材を含む単層系ラーメン\*\*の群における到達モーメント和を級数和として公式化し, 従来の繰返し演算を一掃した。さらにこれらの材をもつ任意の多層ラーメン

に, 上の級数和を利用して, その解を簡単かつ迅速化し, Cross 法において経験する煩雑さ, それに起因する混乱を駆逐した。その方法によれば, フィーレンデール桁, トラスの二次応力等剛節橋梁の解法は, 従来に見られないほど簡単なものとなる。

**1. モーメント分配法の一般型**

定断面・変断面直線材, 水平弦をもつ多辺形材・曲

\* 熊本大学助教授, 工学部応用力学教室

\*\* 図-6 のごときラーメンをいう

線材<sup>(1)(3)</sup>, さらにこれらの材上にヒンチをもつ材<sup>(2)</sup>等の撓角法基本式は次の型に帰することができる。

$$\left. \begin{aligned} M_{ab} &= k_{ab}(\alpha_{ab}\theta_a + \beta_{ab}\theta_b + r_{ab}R_{ab} + \delta_{ab}\Delta l_{ab}) + C_{ab} \\ M_{ba} &= k_{ab}(\alpha_{ab}'\theta_b + \beta_{ab}'\theta_a + r_{ab}'R_{ab} + \delta_{ab}'\Delta l_{ab}) + C_{ba} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

式(1)中  $M, \theta, R, C$  の記号及び符号は学会規定に従う。 $\alpha, \beta, r, \delta, \alpha', \beta', r', \delta'$  は材の性状係数。 $\alpha + \beta = -r, \alpha' + \beta' = -r'$  の関係あり。 $\Delta l_{ab}$  は弦長変化。式(1)から本文に直接必要なもののみを示せば次のごとし。剛度修正, 検算法については省略する。

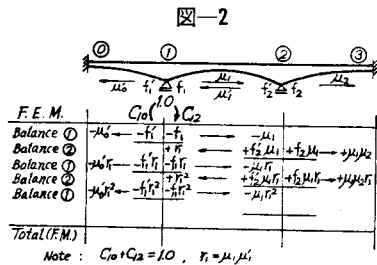
材  $ab$  の  $a$  端における剛度は  $k_{ab}\alpha_{ab}$ ,  $b$  端のそれは  $k_{ab}\alpha_{ab}'$ 。計算の各段階における固定端モーメント (F. E. M.) は次の3種となる。

$$\left. \begin{aligned} C_{ab}, & \quad C_{ba} \\ k_{ab}r_{ab}R_{ab}, & \quad k_{ab}r'_{ab}R_{ab} \\ k_{ab}\delta_{ab}\Delta l_{ab}, & \quad k_{ab}\delta_{ab}'\Delta l_{ab} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

図-1のように節点  $a$  に集まる材があつて, 周囲の端が固定のとき, 節点  $a$  に多力モーメント  $\mathfrak{M}$  を加えると, 各材の  $a$  端における材端剛度に比例して, それぞれの  $a$  端に  $\mathfrak{M} \cdot f_{ai} = \mathfrak{M} \cdot k_{ai} \alpha_{ai} / \sum_a k\alpha$  (ただし  $i=1, 2, 3$ ) が分配され, また固定端  $i$  には  $\mathfrak{M} \cdot \mu_{ai} = \mathfrak{M} \cdot k_{ai}\beta_{ai} / \sum_a k\alpha$  が到達することが式(1)より判明する。ここに  $\sum_a k\alpha$  は各材の  $a$  端における材端剛度の和である。 $f_{ai}, \mu_{ai}$  をそれぞれ, 分配率, 分配到達率とよぶ。また  $\nu_{ai} = \mu_{ai}/f_{ai}$  を到達率とよぶ。特に定断面直線材の場合は,  $\Delta l$  の項消失,  $\alpha = \alpha' = 4, \beta = 2, r = r' = -6$ 。従つて  $f_{ai} = K_{ai}/\sum K$  (ただし  $k = EI/l = EK$ ),  $\nu = 1/2$ 。

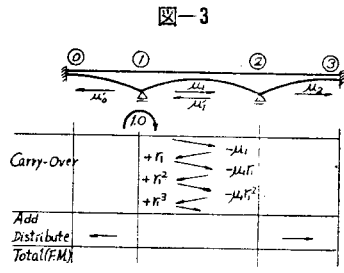
2. 連続梁における到達モーメントの級数和

(1) 到達モーメントの級数 図-2の3スパン連続梁の支点①に単位の不釣合モーメントがあるとき, これを Cross 法でバランスすれば同図のごとき演算となる。分配率  $f$ , 分配到達率  $\mu$  の添字のつけ方及びダッシュによる区別については図から知られたい。アンダーラインの値は分配モーメント, 矢は到達方向を示す。材端モーメント (F.M.) は総和欄に現われる。



このように分配・到達を毎回繰返すのは面倒であるから到達モーメントだけを挿記して,

分配を最後に行うと相当の手数がはぶかれる。この算法を図-3に示す。この図によつて到達モーメント

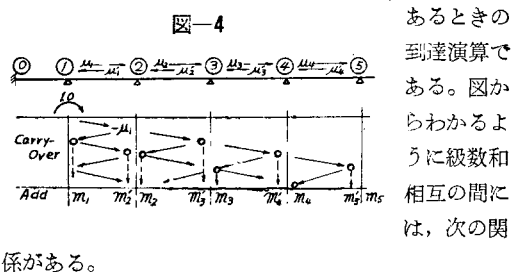


が, いずれも公比  $r_1$  の無限等比級数をなすことが明らかに観取される。材の性状のいかんを問わず  $0 < r_1 < 1$  であるから (証明略), 上の級数和は左右にそれぞれ  $r_1/(1-r_1), -\mu_1/(1-r_1)$ 。従つて到達演算を繰返さなくとも, その和は直接知られ, 計算が大いに簡単になる。

3スパン及び4スパンの場合は, 上のような演算を試みて直接, 級数を知ることができるが, 5スパン以上になると, かかる方法で級数を知ることが困難で不得策である。この場合の到達モーメントも, 上のごとき級数和の錯綜した和となり, 必ず収斂する。

(2) 用語及び記号 多スパンの場合の到達モーメント和を求めるに先立つて, 用語及び記号につき説明する。本節では, ある支点 ( $j$ ) に存在する単位の不釣合モーメントをバランスするとき, 各材端がうる到達モーメント和について考える。これは前述のごとく級数和として与えられるものであるから, 簡単に支点 ( $j$ ) に対する級数和および  $m^{(j)}$  なる記号をもつて示す。このとき支点 ( $i$ ) の右側の級数和を  $m_i^{(j)}$ , 左側のそれを  $m_i^{\prime(j)}$ , また  $(m_i^{(j)} + m_i^{\prime(j)})$  を  $U_i^{(j)}$  で示す。 $U_i^{(j)}$  は支点 ( $i$ ) に蓄積された到達モーメント和, すなわち不釣合モーメントの和である。支点 ( $j$ ) では,  $U_j^{(j)} = 1 + m_j^{(j)} + m_j^{\prime(j)}$  となる。また  $n$  スパンのときの到達モーメントの級数和の公式を単に,  $n$  スパン級数 (和の公式) とよぶ。支点番号及び分配到達率の表示法については図-4を参照されたい。

(3) 支点 ①, ②, ③ に対する級数和 ( $m^{(1)}, m^{(2)}, m^{(3)}$ ) 図-4は支点 ① に単位不釣合モーメントの



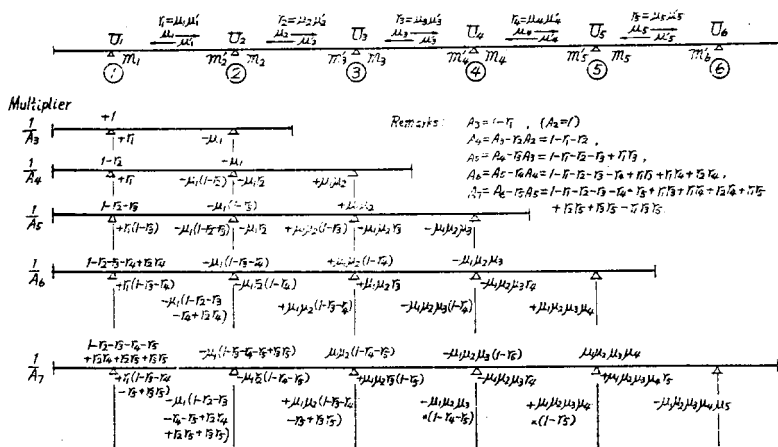
$m, m', U$  の右肩の添字をはぶいて記せば,

$$\begin{aligned}
 m_1 &= (m_2' + m_2)(-\mu_1') = -U_2 \mu_1' \\
 m_2' &= (1 + m_1)(-\mu_1) = -U_1 \mu_1 \\
 m_2 &= (m_3' + m_3)(-\mu_2') = -U_3 \mu_2' \\
 m_3' &= (m_2' + m_2)(-\mu_2) = -U_2 \mu_2 \\
 m_3 &= (m_4' + m_4)(-\mu_3') = -U_4 \mu_3' \\
 m_4' &= (m_3' + m_3)(-\mu_3) = -U_3 \mu_3 \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\dots\dots\dots
 \end{aligned} \tag{3}$$

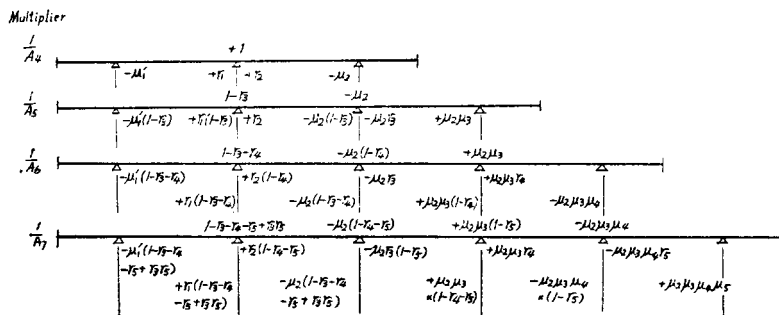
上式より  $n$  スパンの場合、 $U^{(1)}$  に関して次の連立方程式をうる。

式番号	左 辺						右 辺
	$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$\dots\dots\dots U_{n-2}$	$U_{n-1}$	
(1)	1	$\mu_1'$					1
(2)	$\mu_1$	1	$\mu_2'$				0
(3)		$\mu_2$	1	$\mu_3'$			0
(4)			$\mu_3$	1	$\mu_4'$		0
$\vdots$							$\vdots$
$n-2$					$\mu_{n-3}$	1	0
$n-1$						$\mu_{n-2}$	1
							0

表一  $m^{(1)}$  及び  $U^{(1)}$



表二  $m^{(2)}$  及び  $U^{(2)}$



支点 ②, ③ に単位不釣合モーメントあるときは、左辺はそのままで、右辺の1がそれぞれ第2, 第3式へ移される。これらを解けばそれぞれ表一1, 2, 3が得られる。表中支点上の値は  $U$ , 支点下両側の値は  $m, m'$  である。ただし  $m$  あるいは  $m'$  が支点の一方側のみにある場合は、 $U$  の記入を略した。なお表一1, 2, 3における乗数  $1/A_3, 1/A_4, 1/A_5, \dots\dots\dots$  の分母面には表一1に記入の関係がある。 $m^{(1)}$  と  $m^{(2)}$  の間には、図一4を参照して次の関係のあることが知られる(図中○印は  $m^{(2)}$  に関する到達操作における第1回目の到達モーメントなることを留意のこと)。

$$\begin{aligned}
 m_2'^{(2)} &= \{m_2'^{(1)} - (-\mu_1)\}(-1/\mu_1) = -\{m_2'^{(1)} \\
 &\quad + \mu_1\}/\mu_1 \\
 m_2'^{(2)} \text{ 以外の } m^{(2)} \text{ については,} \\
 m^{(2)} &= -m^{(1)}/\mu_1
 \end{aligned} \tag{4}$$

同様に  $m^{(1)}, m^{(2)}, m^{(3)}$  の間には、

$$\begin{aligned}
 m_1^{(3)} &= -\{m_1^{(2)} + m_1^{(1)}\mu_1' + \mu_1'\}/\mu_2 \\
 m_3'^{(3)} &= -\{m_3'^{(2)} + m_3'^{(1)}\mu_1' + \mu_2'\}/\mu_2 \\
 \text{他の } m^{(3)} \text{ については,} \\
 m^{(3)} &= -\{m^{(2)} + m^{(1)}\mu_1'\}/\mu_2
 \end{aligned} \tag{5}$$

式(5), (6)は  $m^{(1)}, m^{(2)}, m^{(3)}$  のいずれか1組を与えて他を求める簡易算法として活用すべきである。

式(3)は、各支点上に生じた不釣合モーメントの和  $U$  を左右に1回到達させれば、その到達端の級数和が得られることを示している。図示すれば図一5のごとし。

$m^{(2)}, m^{(3)}$  についても同様で、この関係もまた多スパン級数における簡易算法及び求めた級数和の検算法として有用である。

到達モーメント和の材端モーメントへの影響は僅少であるから、 $r, \mu$  の性状によつては、その高次項を省略しても精度の高い結果が得られる。いま表一1~3の式を二項級数に展開して  $\mu$  の3次以上の項を省略すれば、表一4をうる。この計算に要する手数は

表-3  $m^{(3)}$  及び  $U^{(3)}$

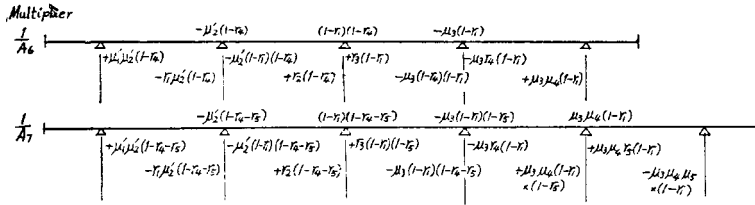


表-4  $\mu$  の 3 次項以下省略の場合の級数和

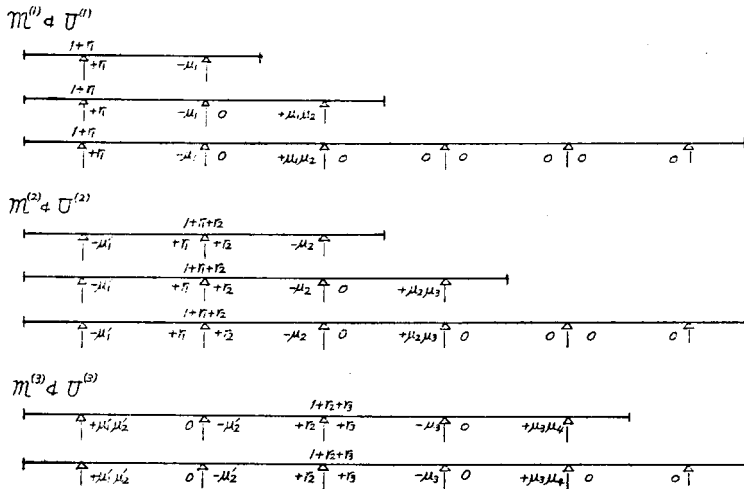
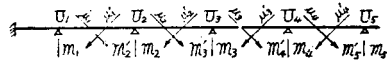


図-5

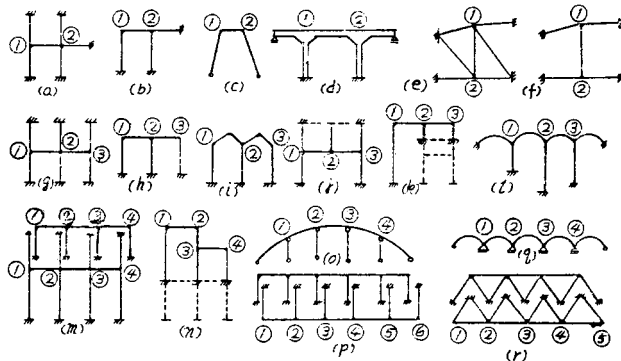


Cross 法における準備計算程度のものであつ

て、なんらの負担も感じない。

(4) 単層ラーメンへの応用  $n$  スパン連続梁の支点  $n-1, n-2, n-3$  に対する級数和はそれぞれ  $m^{(1)}$ ,  $m^{(2)}$ ,  $m^{(3)}$  との対称性から明らかで、表示の必要がなく、従つて表-1~4 は 3~7 スパン連続梁の計算に用いることができる。図-6 に示すラーメンの節点①, ②, ③, ……をバランスさせるとき、モーメントの到達

図-6



状況は、連続梁のそれと全く同じであるから、上の級数和を利用して、一挙にバランスさせることができ、今までのごとく繰返し演算が一掃される。図(a)~(f)へ3スパン級数, 図(g)~(l)へ4スパン級数, 図(m)~(r)へは多スパン級数が適用される。これらの図から、本級数和の広範囲な利用法がうかがわれるであろう。図のごときラーメンを単層系ラーメンと呼ぶこととする。

3. 建築ラーメン

Cross 法では一節点の不釣合モーメントを解除するとき、他の剛結節点の回転を拘束して分配・到達演算をなし、これを全節点がバランスするまで繰返す。このとき単層系ラーメンでは

到達方向が一方に定まるが、多層ラーメンでは多方向となるため、演算がわづらわしく混乱が生じがちで、Cross 法は2層以上のラーメンになるとその威力を急激に失うように思われる。この混乱は全く計算者に帰せるべきものとはいえ、改善を要する点である。

前節の級数和を用いると、単層系ラーメンは一挙にバランスさせることができる。また多層ラーメンでは、一層を図-6 (a)(b)(g)(h)(m) 等のごとく柱端を拘束し、スパン数に応じた級数和によつて、その層を同時にバランスさせ、上下の拘束端へモーメントを送る。このモーメントは到達した節点がる新たな不

釣合モーメントにはかならない。同様にして順次各層をバランスさせて、柱端の到達モーメントが微小になるまで演算を続ける。このように級数和を利用すれば、一層は同時にバランスさせることができ、到達方向は上下方向だけになるから、前記のような混乱が生ぜず、操作も簡明でしかもバランス終了までの操作回数が非常に少なくなる。

図-7 (a) の2層4スパンラーメンを例にとろう。変形が対称的であるから、対称軸上の梁端を固定と考えて片側

半分だけを解けばよい。

**準備計算** 図(c)に分配率を各材端に記入, 分配到達率は分配率の1/2, 矢印上に記入。3スパン級数(表一)より各層の級数和を求め図(b)に記入。この図は以下のバランス演算に際して指針となるものである。以上の諸値は%で示されている。固定端モーメントは $(1/12)ql^2=1000$ とおく。

**第1層バランス** 図-6(a)のごとく考えて第1層をバランス。到達モーメント和を級数和より計算して, 材①-②の両端に記入。例えば節点①の解除により, 左右端にそれぞれ $-1000 \times 2.6\% = -26, -1000 \times (-19.3\%) = +193$ 。

節点②の解除では, 不釣合モーメントが $+1000 - 1000 = 0$ であるから左右ともに0, その下の線は第1層のバランスが一回終了したことを示す。つぎに2階柱頭へ到達モーメントをおくる。たとえば左柱頭へは $-(-1000 - 26) \times 12.5\% = +128*$ , 右柱頭へは $-(+1000 - 1000 + 193) \times 9.1\% = -18*$ , 柱端への到達モーメントには図のごとく\*をつけることとする。

**第2層バランス** 第2層柱脚を図-6(b)のごとく拘束し, 級数和から到達モーメント和を計算して, 材③-④の両端に記入。すなわち節点③に対して左右にそれぞれ $-52, +277$ 。節点④に対してそれぞれ $+4, -1$ をうる。拘束柱端への到達モーメントは左右柱脚にそれぞれ $+184*, -32*$ 。

**第1層バランス** このときの節点①, ②の不釣合モーメントはそれぞれ上の $+184*, -32*$ であり, 上と同様にしてこれらをバランスさせる。

このような操作を到達モーメントが微小になるまで繰返す。バランスが終れば, 到達モーメント和(C.M.)を求め, これと固定端モーメントとの和を分配し(D.M.), 固定端モーメント(F.E.M.)と合算して材端モーメント(F.M.)を求める。

図-8は同じラーメンのCross法による解を示す。Cross法では図のごとく節点②, ③を5回解除, 節点①, ④を3回解除, 計16回の操作。図-7の方法では第1及び第2層のバランスがそれぞれ2回と3回, 計5回である。到達操作が簡明で, しかも, その回数が非常に少なく, 結果は隣部屋教授の撓角法による値<sup>11)</sup>と一致するのをみる。かくして前述のごとくCross法改善の目的が達せられたわけである。

図-8 Cross法による解

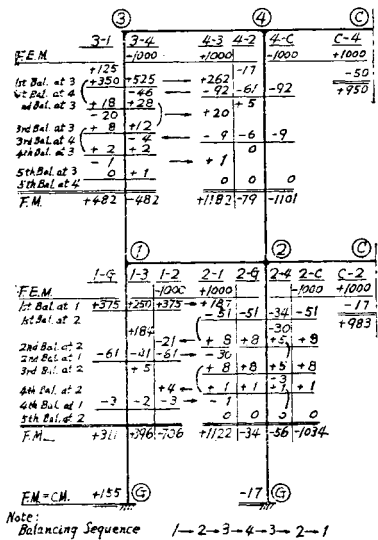
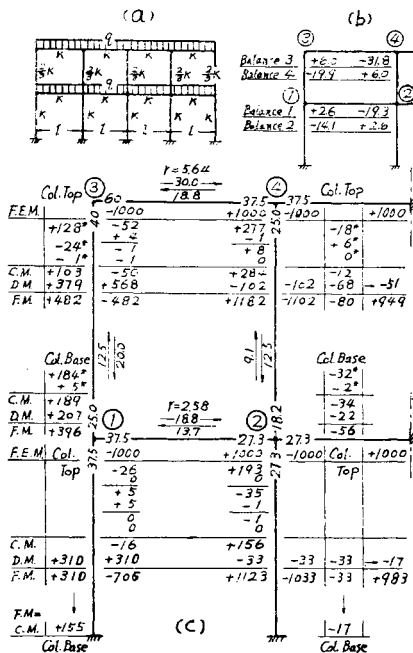


図-7



このようにして一般に本法は, 単層系ラーメンより以上に, 多層のものに対して威力をもつことが推察されるであろう。

節点に移動を生ずる矩形ラーメンは, 次の数段階に分けて解く。まず節点移動を拘束して材上の荷重だけによる材端モーメント  $M_0$  を求める。次に柱の部材角,  $R_1, R_2, R_3, \dots$  を一つずつ与えた場合の材端モーメント  $M_1, M_2, M_3, \dots$  を求める。その計算の出発点は, 部材角に應ずる固定端モーメントすなわち式(2)中の  $k\tau R, k\tau' R$  であり, 定断面直線材では柱の両端ともに,  $-6EKR$  である。  $M_1, M_2, M_3, \dots$  はそれぞれ  $R_1, R_2, R_3, \dots$  を係数としてもつからそれらを決

定するには剪力方程式を用いる。かくして  $M_1, M_2, M_3, \dots$  を確定し、それらの重畳によつて材端モーメントが求まる。さて第1段の  $M_0$  の計算はすでに例示した。部材角を許した場合の解法も、固定端モーメントが異なるだけで、結局演算は前の例と全く同じである。

弦長変化を生ずる材を含む場合についても同様。

このように本法では、節点に移動ある場合も、そうでない場合も同じ操作で解を一貫する。従つて上の数段階の計算は別個に分ける必要がなく、級数和の利用によつて、同一図上で機械的に進められる。この方が、逐次調整法\* によるよりも理解が容易で、いたづらに演算を錯綜させることなく、かえつて良策かと思ふ。

4. 剛節橋梁

剛節橋梁の解に本法を適用するには、次の2種の方法がある。その一は図-6 (p) (r) のごとく上弦材、下弦材に多スパン級数を適用して到達操作を前例のごとく上下に行う方法である。その二は図-6 (e) (f) のごとく腹材に3スパン級数を適用して到達操作を左右すなわち水平方向に繰返す方法である。前者を弦材系級数、後者を腹材系級数とよぶ。一般には前者は多スパン級数を用いること及び端柱材の剛度が大きいため、その材端を往復する到達モーメントの収斂が緩慢であり、適用級数及び操作回数に両面からみて、後者に劣るが、後述のごとく弦材系級数が有利なこともある。

(1) フィーレンディール桁 格間数  $n$  個の場合

は、上弦格点の水平変位1と中間格点の鉛直変位  $(n-1)$  個の計  $n$  個の変位を生ずる。従つてこれらの変位を一つづつ与えた  $n$  段階に分けて、それぞれの場合の材端モーメントを求め、それらの重畳によつて解をうる。スパン数を問わず  $n$  個の変位は水平剪力の釣合条件1と、中間鉛直材に近接してその両側に考えた鉛直断面内の剪力の釣合条件  $(n-1)$  個の計  $n$  個より求めることができる。しかしながら一般に橋梁は左右対称構造であるから図-9に示す方法で、解の労力をはぶくことができる<sup>7)</sup>。従つて対称フィーレンディール桁の解は、片側半分の解すなわち図-10 (a)のごとき1スパン多層ラーメンの解を考えればよいこととなる。

図-9

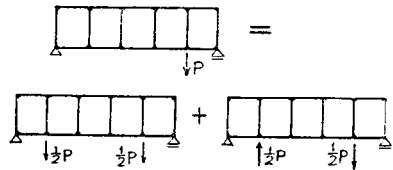


図-10

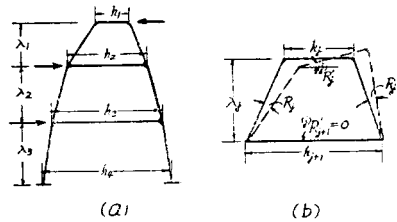


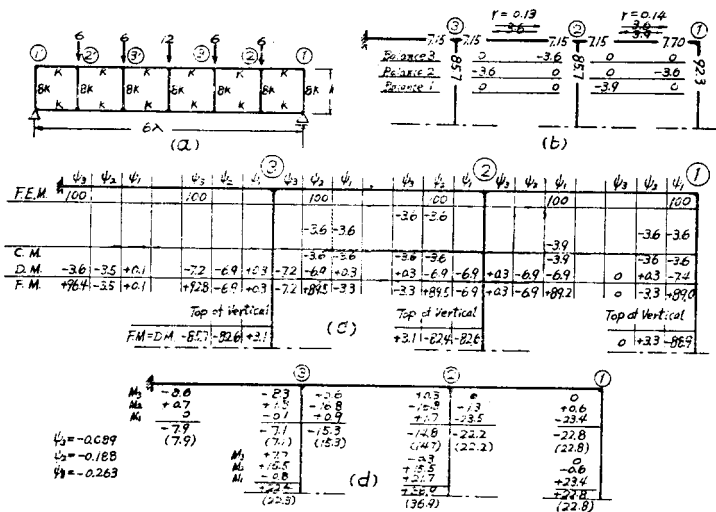
図-10 (a) のラーメンにおいて、第  $j$  格間にだけ部材角  $R_j$  を許したとき、その格間の上下弦材の部材角はともに  $R_j$  なること及びこのときの第  $i$  鉛直材 ( $i < j$ ) の部材角  ${}^{(i)}R_i'$  は次の式にて与えられることを知る。

$${}^{(i)}R_i' = -R_j \times (h_{j+1} - h_j) / h_i$$

図 (b) はこのときの第  $j$  格間を示す。上式によれば、曲弦の場合、各格間に一つづつ部材角を与えたときの弦材端及び鉛直材端の固定端モーメントが全く機械的に求まる。平行弦のときは、矩形ラーメンの場合と同様に上式は0となる。

逆対称変形の場合は、材の剛度修正と鉛直材にだけ部材角を与えたときの鉛直材の部材角間の関係――

図-11



\* Grinter<sup>3)</sup> の用語 “Successive correction” による。節点と移動と回転の操作を交互に繰返す方法。

$r_1/h_1 = R_2/h_2 = R_3/h_3 = \dots =$  上弦格点の水平変位 —— を考慮すればよい。

図-11 (a) に示すフィレンディール桁は左右対称変形の上に、鉛直材が逆対称変形をなすから、弦材系級数で解けば腹材系級数によるよりも簡単である。鉛直材剛度を  $3/2$  修正すれば、4 スパン級数によつて一回でバランスがすむ。図 (b) に  $f, \mu, r$  及び級数和を  $\%$  で示す。本例では  $r, \mu$  が非常に小さいので級数和は  $\mu$  の 1 次項だけをとつた (表-4 からさらに  $\mu$  の 2 次項を省略)。図 (c) は到達・分配演算。部材角  $R_1, R_2, R_3$  を別個に与えた場合の計算を同一図上で行つた。前述のごとくこのような演算は多層ラーメンにおいても利用できる。ただし  $-6EKR_i = 100\psi_i$ , ( $i=1, 2, 3$ ) とおく。剪力方程式をとして  $\psi_3 = -0.089$ ,  $\psi_2 = -0.188$ ,  $\psi_1 = -0.263$ 。

図(d)は材端モーメントでカッコ内は Kloucek<sup>9)</sup> の値。

このように、材の性状係数及び変形条件を考慮して級数系を選べば、 $\mu$  の 1 次項だけをとつて簡単に精度の高い結果をうることができる。

(2) トラスの二次応力 トラスの二次応力もまたフィレンディール桁と同様古くから種々の方法で解かれ、Cross もすでに扱っているが、多層ラーメンに経験するわづらわしさがあつた。本法によれば、腹材系級数が用いられること及び腹材の剛度が弦材のそれに比して小なるため、計算当初だけ級数計算が必要であるが、後には微小となり、到達モーメントは弦材上だけを走ることとなる。これらの 2 点から演算が簡単で、迅速に材端モーメントを求めることができる。

図-12 (a) のトラスを考えよう。一般の例にもれず部材角は一次応力によるトラスのたわみから求まる。このために Williot 図がしばしば用いられるが、Cross の示した方法が便利と思う。ここではすでに計算されたものを借用した<sup>9)</sup>。図 (b) は  $f, \mu, r$  及び腹材系級数とを  $\%$  で示す。図 (c) はバランス操作で大要次のとおり。まづ ⑤-④をバランス、到達は上方へ弦を通して  $+174^*$ ,  $+47^*$ , 斜材を通して  $+20^*$ 。次に ③-②をバランス、到達は、上方へ  $+102^*$ ,  $+44^*$ 。①をバランス、到達は上方へ  $+73^*$ ,  $+30^*$ 。④-②をバランス、このときの到達は前回の不釣合モーメントと合わせて下方へ、 $+120^*$ ,  $15^*$ ,  $+35^*$ , 以下同様。カッコ内は Timoshenko の計算値。

このように本法は、古来の多数の方法にみられなかつたような簡明き迅速さで、フィレンディール桁及びトラスの二次応力等を処理する。しかも前者では弦材剛度に制限を与えない一般的な解が与えら

れる。

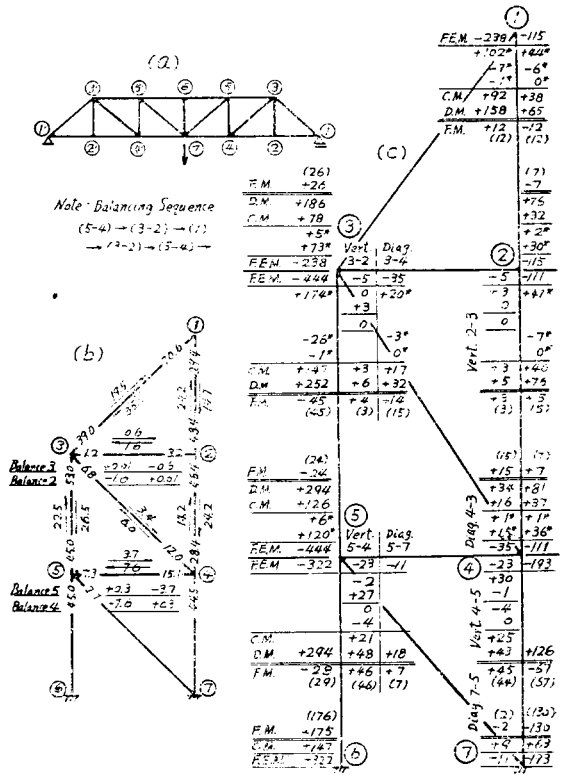
5. 結 語

1) 村上正教授の示した撓角法第 1 種公式よりモーメント分配法の一般型を示し、これを基礎として単層系ラーメンの到達モーメント和を級数和として公式化し、繰返し演算を一掃した。

2) 多層ラーメンでは、各層に上の級数和を利用して、到達操作を上下に行い、Cross 法におけるごとき混乱を除き、操作を簡明にし、その回数をも非常に少なくすることができた。問題によっては、級数和を柱 (垂直方向) に適用し、左右に到達操作してもよい。節点移動を生ずる場合も、そうでない場合も、操作は全く同様で、演算は同一図上で機械的に進めることができる。

3) 剛節橋梁には、3 スパン級数が適用できるため、操作が簡単である。剪力方程式の数を減ずるために、B-U 法<sup>9)</sup> を用いる。また曲弦の場合の弦材、鉛直材の部材角間の関係を与えて、固定端モーメントの計算を容易にした。トラスの二次応力の解では、腹材剛度が弦材のそれに比して小なるためもつと操作が簡単になる。このようにして従来の多数の方法にみられない簡明迅速な解が得られる。

図-12



4) 本法が不規則ラーメン, サイロ, ケーソン, ローゼ桁等広い範囲にわたつて容易に応用できることは, 本文の所説よりうかがわれる。

5) 本法では材の性状, 解の精度の要求に応じて, 適宜級数和の型を簡単にし, 計算労力をはぶくことができる。

6) 本法は単層よりも多層ラーメンになるほどその威力を発揮する。しかし単層の場合でも, 材の性状によつて到達モーメントの収斂の緩慢な場合, 影響線の計算に特に有用である。

上のように本法によつて Cross 法は改善され, 一段と単純かつ平易となり, その威力が大きく増強されたといえるであろう。

本研究に対して, 終始貴重な助言と激励を賜つた九州大学工学部村上正教授, 及び昭和 28 年度文部省内地研究の期間中多大の便宜と援助を戴いた熊本大学工学部柳本武教授並びに九州大学工学部土木工学教室に対し謹んで謝意を表する。

#### 参考文献

1) H. Cross : Analysis of Continuous Frames

by Distributing Fixed-End Moments. Proc. ASCE., May 1930 and Trans. ASCE., Vol. 96, 1932

2) H. Cross and N.D. Morgan : Continuous Frames of Reinforced Concrete. 1951

3) L.E. Grinter : Theory of Modern Steel Structures. Vol. 2, 1937

4) 村上 正 : 特殊ラーメンの解法に関する研究 昭 27

5) 村上 正 : Studies on the Slope-Deflection Method. Memoirs, Faculty of Eng. Kyushu Univ., Vol. XIV, No.1 1953

6) L.C. Maugh : Statically Indeterminate Structures. 1951

7) W.L. Andree : Das B-U Verfahren. 1919

8) C.V. Kloucek : Distribution of Distributin. 1950

9) S. Timoshenko and D.H. Young : Theory of Structures. 1945

10) F. Bleich : Die Berechnung statisch unbestimmter Tragwerke nach der Methode des Viermomentensatzes. 1918

11) 鷹部屋福平 : ラーメン新論

12) 著 者 : 剛域をもつ弾塑性ラーメンの一解法, 熊大工研究報告, 昭 28.3 (昭.29.7.16)

## 小判型井筒隔壁の経済的な配置

正 員 柴 田 直 光\*

### ECONOMICAL DISPOSITION OF PARTITION WALLS OF SEMI-CIRCULAR ENDS TYPE WELLS

(JSCE Feb. 1955)

Chokukō Shibata, C.E. Member

**Synopsis :** Most of the cross section of wells recently constructed are of semi-circular ends. And especially for highway bridges, they have generally two partition walls.

In this paper, solutions are shown and statically indeterminate stresses are obtained in this case. And economical disposition of partition walls are determined.

**要旨** 最近の井筒の形状は小判型が最も多く使用され特に人道橋においては, それに3個の隔壁を持つているのが一般であるが, その場合の不静定力を求め解法を示すとともにその隔壁の経済的な配置を決定したものである。なお本文の概略はすでに鹿島建設技術研究所年報(昭.28.12月発行の分)に発表済である。

井筒の周囲に等布に  $q$  なる外力が働いた場合, 各点の曲げモーメントの値をまず見出す。ここで井筒は直交する2つの軸に対して対称であるから, 解法はその1/4の断面を考えればよい(図-1)。

この場合不静定力は  $X_a, X_b, X_c$  の3つである。井筒各部の厚さ一定であるとして, ヤング係数  $E$  も一定であるとする。厚さが一定であるから, 挿入鉄筋の影響を無視すれば, 陥率  $I$  も一定である。また直圧力の影響による環の収縮の影響も考えない。解法は以上の仮定によつて最小働きの理論を応用する。いま内働を  $W$  とすれば,

$$W = \frac{1}{2EI} \int M^2 ds$$

ここに  $ds$  は軸に沿つて計られた微小長である。ここで, 3つの不静定によつて形作られた内働を各不静定力によつて偏微分しこれを0と置けば, 3つの方程

\* 鹿島建設技術研究所員