

日から 30 日まで見学旅行をした。おもな土木関係施設作業は中央線急行電車線における軌框式軌道更新交換作業（道床以上の全交換作業）新鶴見操車場、関門トンネル、岩国駅構内にての交換器によるレール交換、奈良機関区軟水装置、豊川橋梁交換工事（山本式架換機による支間 22.3 飯桁交換）、青函水陸連絡設備、室蘭石炭埠頭、国鉄小千谷発電所及び清水トンネルであつた。各代表とも長途の旅行にもかかわらず終始熱心に見学し、関門トンネルは外人の手になつたかと筆者に質問するほど偉大な土木工事に感心し、あるいは鉄道防災工事もわれわれは日本の先天的地質に悩まされておりそれほど思っていないのに日本は自然を克服し自国は自然にコントロールされていると云う代表の談辞もあつた。総じて線路はこの激烈な輸送に処して、たとえ人工的保線、資材技術の近代化はともかくとしてよく整備されてあることに感嘆した。

VI. むすび

11 月 1 日全員再び参集して第 3 回鉄道会議議事録、視察記録の承認をなし、さらに各代表から日本の鉄道を知つた感激を語つた。短かい間に日本がかくも鉄道を発達したことはわれわれ地域内の新興独立国家の技術者を激励するものである。自国の発展のために学び得たすべてを自国の開発と復興に資したい。あるいは地球の西端小島イギリスはすでに世界一の鉄道と工業を有することは知つていたがこの東端の一小島日本に来てそれにも等しい鉄道と大工業国を発見し驚嘆することである。歴史ある民族の偉大な成果であると思う。われわれ地域の民族もこの歴史に沿ひ自国の発展に努力したい等真に感激のきわみであつた。かくて ECAFE 内陸運輸委員会第 3 回鉄道会議は無事終了したのである。

(依頼原稿・昭.29.11.20)

転波列の水理学的特性について*

—薄層流に関する研究, 第 7 報—

正員 岩 垣 雄 一**

准員 岩 佐 義 朗***

ON THE HYDRAULIC CHARACTERISTICS OF THE ROLL-WAVE TRAINS —STUDIES ON THE THIN SHEET FLOW, 7TH REPORT—

(JSCE Jan. 1955)

Yūichi Iwagaki, C.E. Member, and Yoshiaki Iwasa, C.E. Assoc. Member

Synopsis In this paper, a theory of the roll-wave trains in open channels with any cross section is developed by Dressler's method, and their hydraulic characteristics in turbulent flow are shown, comparing with those in laminar flow described in the authors' previous paper.

It must be noticed that even the Vedernikov's criterion controlling the instability of flow can be derived from this theory and the criterion for the generation roll-wave trains on slope surface can also be made clear through laminar and turbulent flows and their transition region.

The experiments on the wave characteristics of the roll-wave trains in turbulent flow are performed as well as in laminar flow, and these results are compared with the theoretical ones in good agreement.

要旨 この論文は任意の断面をもつ開水路中の転波列の理論を Dressler の方法によつて展開し、乱流におけるその水理学的特性を究明して、前論文で報告した層流の場合の特性と比較して示したものである。流れの不安定性に関する Vedernikov の限界をこの理

論からも導くことができ、また斜面上の転波列の発生限界を層流から遷移領域を経て乱流に至るすべての領域にわたつて明らかにできたことは注目すべき点である。

なお層流における場合と同様に、乱流における転波列の波としての特性についての実験を行つて、この理論による結果と比較した。その結果両者は測定範囲内ではよく一致することがわかつた。

I. 緒言

* 昭.29.5.30, 第 10 回土木学会年次学術講演会にて講演

** 京都大学助教授, 工学部土木工学教室

*** 同 講師, 同

急斜面上の流れに発生する転波列が土壤浸食と密接な関係にあるという考え方から、R.E. Horton¹⁾は山腹における雨水による転波列の問題を取り上げ、具体的に転波列の水理学的特性と土壤浸食の問題とを結びつけようと試みている。しかしながら、当時転波列の水理学的特性がまだ明らかにされていなかったため、議論の根拠が薄弱で、どうしても仮定に基づいて論ずるほかになく、従つて抽象的な結論にとどまるというそりをまぬかれなかつた。このように転波列と土壤浸食との関係を明らかにし、さらに進んで土壤の保全に対する考え方を合理化するためには、まず転波列そのものの水理学的な諸特性を明確にする必要がある。

転波列の特性のうち、とくにその発生限界を理論的に取り扱つたものは少なくないが、その他の種々の諸特性を論じたものはほとんどない。1949年に発表された転波列についての Dressler の解析法²⁾は、この問題の解明にとくに有力なものであつて、われわれはこの方法を用いて層流の場合の転波列を数学的に解析し、実験結果ときわめてよく一致する多くの特性を明らかにすることができた³⁾。後に残る問題は乱流の場合であるが、これについては Chézy 型の抵抗項を採用した Dressler の解析がある。しかしこの解析は中途で終つていて十分でなく、また Chézy の係数を一定として取扱つてあるので、解が求められて数学的には都合がよいが、実際の流れに適用するには問題がある。従つてここでは Manning 型の抵抗項を採用して、乱流の場合の転波列の諸特性を求めた。Manning 型の抵抗項を用いると基礎方程式を数値積分せざるをえないが、Chézy の係数を一定として計算するよりも合理的であると思われる。

水路の断面が一樣でかつ任意の断面形をもつ場合、抵抗項として Chézy の係数が一般に径深の函数として表わされるとき基礎方程式を用いると、流れの不安定性に関する Vedernikov の限界⁴⁾を導くことができ、さらにこの基礎方程式から任意断面の開水路中の転波列の諸特性をも求めることがわかつた。しかし実際の計算は、実験結果と比較するため2次元の場合について行い、転波列の発生限界を層流から遷移領域を経て乱流に至るすべての領域にわたつて明らかにし、さらに波としての特性ならびに流れとしての特性を求めて、前論文で得られた層流の場合の特性と比較検討した。

II. 乱流の場合の基礎方程式

水路の底面に沿つて下流の方向に x 軸、それと直角上方に z 軸、 t を時間、 h を水深、 u を平均流速、 A を断面積、 R を径深、 θ を水路の傾斜角、 g を重力

加速度、 α を流速分布による補正係数、 C を Chézy の係数とし一般に R の函数とすれば、一樣断面水路における乱流の運動量方程式および連続式はそれぞれ、

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \alpha u \frac{\partial u}{\partial x} + g \cos \theta \frac{\partial h}{\partial x} + (1-\alpha) \frac{u}{h} \frac{\partial A}{\partial t} = g \sin \theta - \frac{gu^2}{C^2 R} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(u \cdot A) = 0 \dots\dots\dots (2)$$

によつて表わされる⁵⁾。

前報告と同様に一定の波の速度 c で伝播する進行波流れを考え、

$$\zeta = x - ct \dots\dots\dots (3)$$

とおいて変数変換を行い、 $dU/d\zeta$ および $dH/d\zeta$ を求めると、つぎのようになる。

$$\frac{dU}{d\zeta} = \frac{(U-c)g(dA/dH)\{\sin \theta - (U^2/C^2R)\}}{(dA/dH)\{\alpha U - c\}(U-c) + (1-\alpha)U \cdot c - gA \cos \theta} \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{dH}{d\zeta} = -\frac{gA\{\sin \theta - (U^2/C^2R)\}}{(dA/dH)\{\alpha U - c\}(U-c) + (1-\alpha)U \cdot c - gA \cos \theta} \dots\dots\dots (5)$$

ここに U および H はそれぞれ変数変換して波を定常化したときの流速および水深を表わす。ただし A および R はそのまま用いることにする。なお巾の広い矩形断面以外の断面では、波速 c は流れと直角の方向に変化して一定とは考えられないので、このような一般断面の場合には (3) 式によつて変換した (4) および (5) 式は無意味となるが、後で述べる Vedernikov の限界を導くのに必要なので、この場合 c として断面の平均をとるという考え方で取扱つてゆくことにしよう。

さて (4) および (5) 式から

$$(c-U)A = K = \text{const.} \dots\dots\dots (6)$$

が得られ、これを用いて (5) 式の U を消去すれば、

$$\frac{dH}{d\zeta} = -\frac{gA[\sin \theta - \{(cA-K)^2/C^2RA^2\}]}{(dA/dH)\{\alpha K^2/A^2 + (1-\alpha)c^2\} - gA \cos \theta} = -\frac{f_1(H)}{f_2(H)} \dots\dots\dots (7)$$

が得られる。ここに K は進行流量である。(7) 式は転波列の波形を求めるための基礎方程式であつて、この式から得られる解を衝撃条件によつて結合し、不連続周期解として波形を表わすということになる。

III. 衝撃条件を用いた不連続解と転波列の発生条件

(1) 基礎方程式の解 1つの波形内に支配断面があらわれ、その断面では水深は等流水深 H_0 となり、また

$$\lim_{H \rightarrow H_0} \frac{dH}{d\zeta} = \lim_{H \rightarrow H_0} -\frac{df_1}{d\zeta} / \frac{df_2}{d\zeta} \geq 0 \dots \dots (8)$$

の条件を満足しなければならないこと、および(8)式がまた転波列の発生条件となることは、前報告におい

$$U_0 = \frac{\alpha(dA/dH)_0 - \sqrt{\alpha(\alpha-1)(dA/dH)_0^2 + \{(dA/dH)_0 S_0 / F_R^2\}}}{\alpha(dA/dH)_0 - (S_0 / F_R^2)} c \dots \dots (9)$$

$$R_0 = \frac{1}{g \cos \theta F_R^2} \left[\frac{\alpha(dA/dH)_0 - \sqrt{\alpha(\alpha-1)(dA/dH)_0^2 + \{(dA/dH)_0 S_0 / F_R^2\}}}{\alpha(dA/dH)_0 - (S_0 / F_R^2)} \right]^2 c^2 \dots \dots (10)$$

となり、また進行流量は(9)および(10)式を用いて(6)式から求めることができる。ここに $F_R = U_0 / \sqrt{g R_0 \cos \theta}$ であり、 s_0 は支配断面における潤辺を表わす。

(7) 式を $\zeta=0$ で $H=H_0$ となるように積分すれば、転波列の水面形が得られるが、前述のように Chézy の係数 C が一定で、しかも 2次元の場合以外は一般に積分することができない。従つて数値積分によつて計算するしか方法がない。

(2) 不連続周期解 (7) 式を積分することによつて得られる H と ζ の関係は、転波列の最小波高点から最大波高点までの部分の水面形を表わすものであつて、波形を表わす不連続周期解を求めるためには、衝撃条件によつて隣同志の H_n および H_{n+1} の2つの水面形を結合してやらなければならない。この衝撃条件を任意断面の場合に拡張すれば、

質量保存の式;

$$-\rho A_b(c - U_b) = -\rho A_f(c - U_f) = M \dots \dots (11)$$

運動量保存の式;

$$M\{(c - U_f) - (c - U_b)\} \\ = \rho g \cos \theta \{A_f(H_f - H_{Gf}) - A_b(H_b - H_{Gb})\} \dots \dots (12)$$

となる。ここに H_G は底面から断面の重心までの距離であつて、添字の f および b はそれぞれ最小波高点および最大波高点における値を示し、 ρ は水の密度を表わす。さらに衝撃におけるエネルギー消費の割合は、

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{Mg \cos \theta}{2 A_f A_b} \{A_b^2(H_b - H_{Gb}) - A_b A_f(H_b + H_{Gb}) + A_b A_f(H_f + H_{Gf}) - A_f^2(H_f - H_{Gf})\} \dots \dots (13)$$

によつて表わされる。また(12)および(6)式から最大波高と最小波高との関係は

$$K^2\{(1/A_b) - (1/A_f)\} \\ = g \cos \theta \{A_f(H_f - H_{Gf}) - A_b(H_b - H_{Gb})\} \dots \dots (14)$$

となる。なおさらに衝撃の断面においては、

$$\zeta(H_{n+1}) = \lambda + \zeta(H_n) \dots \dots (15)$$

$$\zeta_{H_n}(H_b) = \zeta_{H_{n+1}}(H_f) \dots \dots (16)$$

て述べた。

支配断面においては $f_1=0$, $f_2=0$ であるということから、この断面における流速 U_0 , 径深 R_0 を求めると、

の関係が成立しなければならない。ここに λ は波長であり、 ζ_{H_n} および $\zeta_{H_{n+1}}$ はそれぞれ隣同志の水面形 H_n および H_{n+1} を表わす式で、(15) 式の $\zeta(H_n)$ および $\zeta(H_{n+1})$ に等しく、 $\zeta(H_n)$ は(7)式を $\zeta=0$ で $H=H_0$ になるように積分することによつて求められ、(15) 式の関係から順次 $\zeta(H_{n+1})$, $\zeta(H_{n+2})$, …… が得られる。以上の関係式を用いることによつて、不連続周期解を図式的あるいは試算的に求めることができる。

(3) 転波列の発生条件 前述のごとく、発生した転波列がその波形を維持してゆくためには(8)式を満足しなければならない。この条件が転波列の発生条件に等しくなるということは、前報告³⁾においてすでに述べた。(7)式を用いて(8)の条件式を計算すれば、

$$\frac{m U_0}{2c} \left\{ \frac{2R_0}{C_0} \left(\frac{dC}{dR} \right)_0 + \frac{2}{m} + 1 \right\} \geq 1 \dots \dots (17)$$

および

$$\frac{2\alpha K^2 (dA)^2}{A_0^3 (dH)_0^2} + g \cos \theta \left(\frac{dA}{dH} \right)_0 \left\{ 1 - \frac{A_0 (d^2 A / dH^2)_0}{(dA/dH)_0^2} \right\} > 0 \dots \dots (18)$$

ただし

$$m = 1 - R_0 (ds/dA)_0$$

である。(18)の条件式は断面積 A が H^n に比例するという場合には常に満足されるから、このような断面形の水路の場合には転波列の発生条件は(17)式のみによつて表わされる。

いま流速を Vedernikov と同様に $U_0^a = \beta R_0^{(1+b)}$ $\sin \theta$ と表わせば、Chézy の係数 C_0 は

$$C_0 = \beta^{\frac{1}{a}} R_0^{\frac{2(1+b)-a}{2a}} (\sin \theta)^{\frac{2-a}{2a}} \dots \dots (19)$$

となり、従つて

$$\frac{R_0 (dC)}{C_0 (dR)_0} = \frac{R_0 dC_0}{C_0 dR_0} = \frac{2(1+b)-a}{2a}$$

であるから、(17)の条件式は

$$V_e = \frac{(1+b)m U_0}{a(c - U_0)} \geq 1 \dots \dots (20)$$

となる。 V_e は Vedernikov 数であつて、(20)式は流れの不安定性に関する Vedernikov の限界と全く一致する。(20)の条件式を実際に適用する場合、 c の値がわからないのでそのまま使用できない。そこで c

を消去するため(9)式を用いれば、条件式はつぎのよう
に書きかえられる。

$$V_e = \frac{(1+b)m\left(\frac{dA}{dH}\right)_0}{a\left\{(\alpha-1)\left(\frac{dA}{dH}\right)_0 + \sqrt{\alpha(\alpha-1)\left(\frac{dA}{dH}\right)_0^2 + \frac{S_0}{F_R^2}\left(\frac{dA}{dH}\right)_0}\right\}} \geq 1 \dots (21)$$

巾の広い水路、あるいは2次元流れでは、(21)式は

$$\frac{1+b}{a\{\alpha-1+\sqrt{\alpha(\alpha-1)}+(1/F^2)\}} \geq 1 \dots (22)$$

となり、Manning型の流速公式を用いれば、 $a=2$ 、 $1+b=4/3$ であるから、(22)式はさらに

$$F \geq 3/\sqrt{25-21\alpha} \dots (23)$$

となる。ここに $F = U_0/\sqrt{gH_0 \cos \theta}$ である。

また Chézy 型の流速公式を用いれば、 $a=2$ 、 $1+b=1$ であるから条件式として、

$$F \geq 2/\sqrt{9-8\alpha} \dots (24)$$

が得られる。(23)、(24)式において $\alpha=1$ とおけば G.H. Keulegan および G.W. Patterson⁶⁾、ならびに H. Jeffreys⁷⁾、R.F. Dressler²⁾ の導いた発生限界式と一致する。動粘性係数を ν 、Reynolds 数を $R_{e0} = U_0 H_0/\nu$ 、Manning の粗度係数を n と表わせば、 $F = U_0/\sqrt{gH_0 \cos \theta}$ は

$$F^2 = \tan \theta \cdot R_{e0}^{1/5} \cdot \nu^{1/5} \cdot n^{-9/5} \cdot \sin \theta^{-1/10} \cdot g^{-1} \dots (25)$$

と書きかえられるから、乱流の場合の限界式として(23)式を用い、 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2/\text{sec}$ とすれば、限界に関係する要素は α 、 θ 、 R_{e0} および n となる。

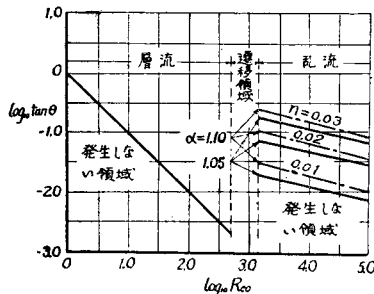
図-1は縦軸に $\log_{10} \tan \theta$ 、横軸に $\log_{10} R_{e0}$ をとり、層流領域ではすでに得られた限界式⁸⁾

$$F \geq 1/\sqrt{3} \dots (26)$$

により、また乱流領域では α および n の値をパラメーターとして(23)式により発生限界を示したものである。

図-1 勾配と Reynolds 数との関係であらわした転波列の発生限界

Fig.1 Criteria for the generation of roll-wave trains shown by the relation between bed slope and Reynolds Number.

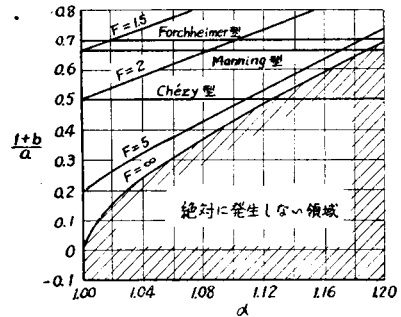


遷移領域内では一般には Manning 型の流速公式は適用されず、 $(1+b)/a$ の値が非常に小さく、勾配のいか

んによつては負の値をとる場合がある⁹⁾。図-2は(22)式の発生限界式から F をパラメーターとして $(1+b)/a$ と α の関係

図-2 流速公式と流速分布による補正係数との関係であらわした転波列の発生限界

Fig.2 Criteria for the generation of roll-wave trains shown by the relation between velocity formula and momentum correction factor.



を示したものであつて、例えば $F=2$ という流れの場合には、 $F=2$ の曲線より下の領域では転波列が発生しないことを表わすものである。この図から明らかに Chézy 型の流速公式が適用されるような流れでは、Froude 数が2以下では転波列は発生せず、また Froude 数が5の場合は α の値が $1 \sim 1.11$ の間では発生するが、それ以上になると消滅することがわかる。さらに同図で“絶対に発生しない領域”とは、Froude 数の非常に大きい値をもつような流れの場合でも発生しないという領域を示す。また $(1+b)/a$ の値が負であると転波列は絶対に発生しないということがわかり、負でなくても0に近い小さい値であると、 F の値が非常に大きくなければ発生しないということになり、さらに流速分布による補正係数 α の値も発生限界に大いに関係し、この値が大きければ大きいほど、発生しにくくなるということがわかる。遷移領域内では α の値は乱流における値から急激に増大し、層流の値である1.2に近づくから、 $(1+b)/a$ の値の減少とともに遷移領域内では転波列が発生しないか、あるいは非常に発生しにくいということになる。

いま $\log_{10} \tan \theta = -1.5$ ($\tan \theta = 0.0316$) の勾配の場合について、転波列発生の様態を考察してみよう。図-1において、流量を0から漸次増加して、 R_{e0} の値を0から次第に大きくしてゆくと、 $\log_{10} R_{e0} = 1.5$ の点で転波列が発生し始める。さらに流量を増大してゆ

き, R_{e0} の値が 500 程度になつて遷移領域内に入ると, 転波列は前述の理由によつて消滅してしまうか, あるいは発生が顕著でなくなる。なお流量を増加して, R_{e0} の値が 1500 程度となり, 遷移領域を脱して乱流領域内へ入ると, $n=0.01$ で $\alpha=1.10$ および $\alpha=1.05$ の場合には再び波列が発生し始めるが, n の値が 0.02, 0.03 の場合には波列はまだ発生しない。しかしながら流量をさらに増して, R_{e0} の値を大きくしてやると, 漸次 $n=0.02$ の場合から発生をはじめるといふことになる。このことから, 粗度が大きいと転波列が発生しにくいということがわかり, 非常に興味ある結果が得られる。以上の事実は実験によつて*

$$\frac{d\zeta'}{dH'} = \frac{H'^3 + \{(\alpha K'^2/H_0'^2) - H_0'\}H'^2 - \alpha K'^2}{H'^3 - \{H_0'^{1/3}/(H_0' - K')^2\}H'^{5/3} + \{2K'H_0'^{1/3}/(H_0' - K')^2\}H'^{2/3} - \{K'H_0'^{1/3}/(H_0' - K')^2\}H'^{-1/3}} \dots (27)$$

が得られる。 H_0' は (10) 式から

$$H_0' = \frac{1}{F^2} \left\{ \frac{\alpha - \sqrt{\alpha(\alpha-1) + (1/F^2)}}{\alpha - (1/F^2)} \right\} \dots (28)$$

となり, K' は (9), (10), (6) 式および (26) 式から

$$K' = \frac{1}{F^2} \left\{ \frac{\alpha - \sqrt{\alpha(\alpha-1) + (1/F^2)}}{\alpha - (1/F^2)} \right\}^2 \times \left\{ 1 - \frac{\alpha - \sqrt{\alpha(\alpha-1) + (1/F^2)}}{\alpha - (1/F^2)} \right\} \dots (29)$$

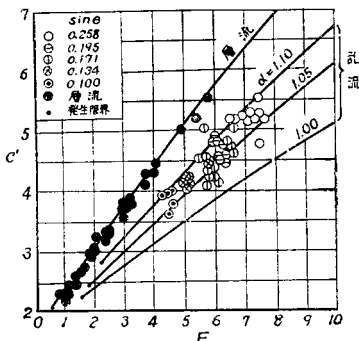
となるから, (27) 式において $d\zeta'/dH'$ は F および α を与えれば, H' のみの函数となり, 従つて数値積分を行つて ζ' と H' との関係を求めることができる。また 2 次元流れの乱流の場合は衝撃条件 (11), (12) およびエネルギー消費の割合を示す (13) 式も, 層流の場合と全く同一となる。

(1) 波としての特性

$$c' = c/(gq_0 \cos \theta)^{1/3} \dots (30)$$

とおけば, 波の速度は (9) 式および (6) 式から無次元表示として,†

図-3 無次元波速と Froude 数との関係
Fig.3 Relation between dimensionless wave velocity and Froude Number.



*容易に確認することができる。

IV. 2 次元流れにおける水理学的特性

これまで任意断面の場合について述べてきたが, 実験結果との比較および層流における特性との比較のため, 2 次元流れの場合について種々の特性を求めてみよう。この場合には式は非常に簡単になり, 層流の場合と同様に,

$$\left. \begin{aligned} H' &= (g \cos \theta / c^2) H, & H_0' &= (g \cos \theta / c^2) H_0 \\ \zeta' &= (g \cos \theta / c^2) \zeta \tan \theta, & K' &= (g \cos \theta / c^2) K \end{aligned} \right\} \dots (26)$$

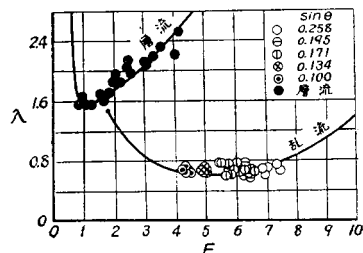
とおいて無次元量 H' , H_0' , ζ' および K' を用いると, (7) 式より,

$$c' = \{ \alpha - 1 + \sqrt{\alpha(\alpha-1) + (1/F^2)} \}^{1/3} K'^{1/3} \dots (31)$$

によつて表わされる。ここに q_0 は単位巾流量 $H_0 U_0$ である。ところが (29) 式から K' は α と F のみの函数であるから, c' もまた α と F のみの函数であることがわかる。図-3 は α をパラメーターとして c' と F との関係を示したものであるが, 層流の場合と同じアルミニウム水路で行つた実験結果は図にプロットしたとおりであつて, 転波列をともなる乱流の場合には α として 1.05 あるいはそれより少し大きい値をもつことがわかる。この図には比較のために, 前報告³⁾ において得られた層流の場合の結果をもあわせて図示しておいた。これらから乱流の場合の c' は層流におけるものより約 20% 小さい値をとることがわかる。なお層流の場合の特性は前報告³⁾ においてすべて $I_R = 1/\tan \theta \cdot R_{e0}$ の函数として表わされているが, $I_R = 1/3F^2$ と書きかえられるのでこの論文ではすべて特性は Froude 数の函数として取扱ひ, 乱流の場合との比較ができるようにした。

波形, 波長, 最大波高および周期についても, (27) 式の数値積分を行つてからは, 前報告で層流の場合を

図-4 無次元波長と Froude 数との関係
Fig.4 Relation between dimensionless wave length and Froude Number.



求めたと同様な方法で計算される。図-4, 5, 7 は α

図-5 無次元最大波高と Froude 数との関係

Fig.5 Relation between dimensionless maximum wave height and Froude Number.

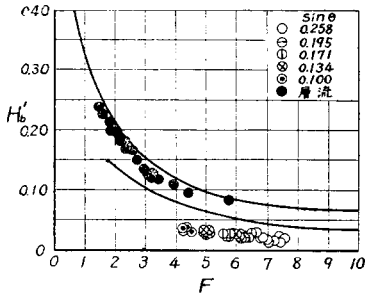
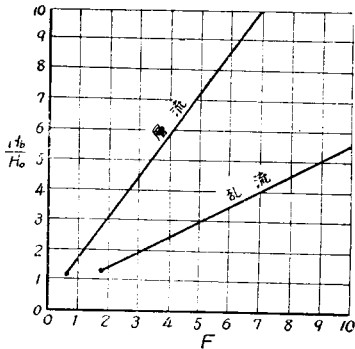


図-6 最大波高と等流水深の比と Froude 数との関係

Fig.6 Relation between ratio of maximum wave height to normal depth and Froude Number.

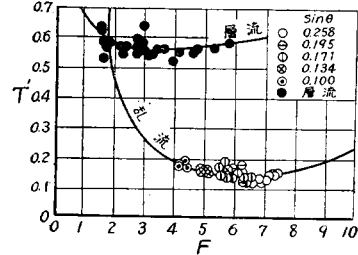


= 1.05 の場合についてそれぞれ無次元表示した波長 $\lambda' = (g \cos \theta / c^2) \lambda \tan \theta$, 最大波高 $H_b' = (g \cos \theta / c^2) H_b$ および周期 $T' = \lambda' / c'$ と Froude 数との関係を示したものであつて、乱流の場合の実験値が層流の場合の値とあわせてプロットされている。図-4 に示す λ' と F との関係は、層流の場合と乱流の場合とは、数値的にもまた変化の様様もかなり違つてゐることがわかる。図-5 の H_b' と F との関係においては、層流、乱流の場合とも変化の様様はよく似ており、ただ乱流の場合が層流の場合に比して約 30% 小さい。また乱流の場合に実験値が理論値の約 50% 程度しかないのは、表面張力の影響のみならず、実験水路の長さの不足あるいは底面の不整などが原因になつてゐるとも考えられる。図-6 は最大波高と等流水深との比を示したものであり、乱流の場合は層流の場合の約 40% 程度ではあるが、Froude 数が 5 になると乱流でも最大波高が等流水深の 3 倍にもなる。図-7 は T' と F との関係を示したもので、乱流の場合も層流の場合と同

様に、 T' の値は実験範囲ではあまり変化しないが、層流の場合に較べて値が非常に小さくなつてゐる。しかし実際の周期は、層流の場合 0.5 秒前後であつたが乱流の場合実験値の中に 1 秒を越えるものがあつた。

図-7 無次元周期と Froude 数との関係

Fig.7 Relation between dimensionless period and Froude Number.



(2) 流れとしての特性 転波列をともなる流れが、それをともなわぬ等流状態にくらべていかに変化するかを考察しよう。

流速および流量は、層流の場合と同様に $U' = U/c$, $q' = (q \cos \theta / c^3) q$ として無次元表示すれば、

$$U' = 1 - (K'/H'), \quad q' = H' - K' \dots\dots\dots (32), (33)$$

となり、また摩擦速度 U^* も $U^* = U^*/c$ として無次元にて表わせれば、 $U/U^* = H^{1/3} / \sqrt{g \cdot n}$ の関係式を用いて、

$$U^{*2} = c'^{-2/3} n'^2 \{1 - (K'/H')\}^2 \cdot H'^{-1/3} \dots\dots\dots (34)$$

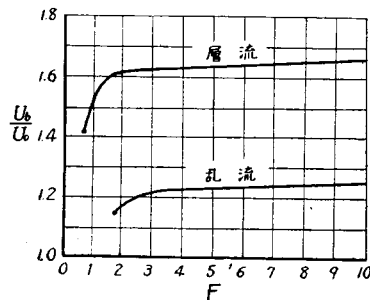
$$n'^2 = g^{10/9} q_0^{-2/9} (\cos \theta)^{1/9} \cdot n^2 \dots\dots\dots (35)$$

と表わすことができる。(32), (33) 式より、最大流速および最大流量は波頂においてあらわれることがわかり、また最大摩擦速度 U^*_{max} は波頂より少し上流側 $H' = 7K'$ の点であられ、無次元表示で $U^*_{max} = (6/7)c'^{-1/3} n' / (7K')^{1/3}$ をもつことがわかる。

図-8 および 9 はそれぞれ最大流速と等流流速の比ならびに最大流量と等流流量の比を示し、図-10 は最

図-8 最大平均流速と等流平均流速の比と Froude 数との関係

Fig.8 Relation between ratio of maximum mean velocity to normal mean velocity and Froude Number.



大摩擦速度と等流摩擦速度の比を表わしたものである。図-8 から最大流速は層流では等流流速の 1.6~1.65 倍程度にもなるにかかわらず、乱流の場合ではせいぜい 1.2~1.25 倍程度であり、また図-9 から乱流における流量比は層流の場合の約 30% 程度であるが、Froude 数が 10 近くなると乱流でも最大流量が等流流量の約 7 倍にもなることがわかる。しかし最大摩擦速度は図-10 からわかるように、層流の場合 $F > 1$ で等流における値の 1.01 倍程度であるが、乱流の場合には $F=3$ で 1.1 倍、 $F=10$ で 1.03 倍というように、層流の場合にくらべてかなり大きくなっている。

図-9 最大流量と等流流量の比と Froude 数との関係

Fig.9 Relation between ratio of maximum discharge rate to normal discharge rate and Froude Number.

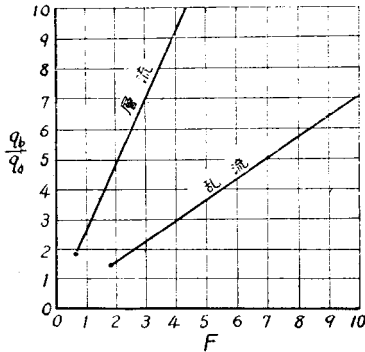
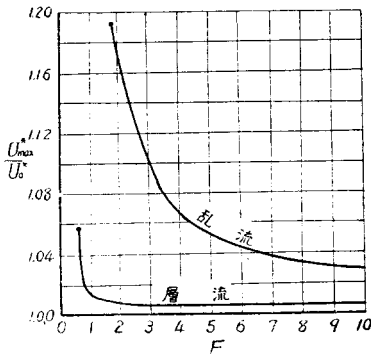


図-10 最大摩擦速度と等流摩擦速度の比と Froude 数との関係

Fig.10 Relation between ratio of maximum friction velocity to normal friction velocity and Froude Number.



衝撃におけるエネルギー損失を、一波長当りの損失にて表わし、かつ $P' = P/\rho Kc^3$ と表わして無次元化すれば、(13) 式から層流の場合と同じ表示式

$$P'/\rho' = (1/\rho') (H_b' - H_f')^3 / 4 \cdot H_f' \cdot H_b' \dots (36)$$

となる。この計算結果は図-11 のとおりであつて、層流の場合をも書き添えておいた。

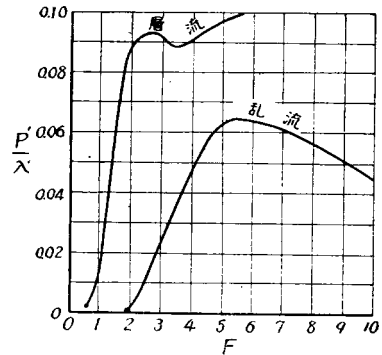
以上流れとしての特性が明らかにされたが、これらの関係を用いて乱流における土砂輸送に及ぼす転波列の効果を考察してみよう。

微細な泥砂に対しては、衝撃による攪乱と流れそれ自身をもつ乱れをも加えて、泥砂を浮遊させる効果の大きいことが推察されるが、泥砂の流送が多くなると摩擦抵抗が増大し、従つて α の値が大きくなるので、転波列が消滅するか、またはあまり顕著でなくなることが考えられる。しかしながら等流の掃流力程度でわずかに動くような大きさの細砂またはそれ以上の大きい砂礫に対しては、図-10 からわかるように U_{max}^*/U_0^* の値が層流の場合よりかなり大きく、また砂礫に与える Impulse も、Froude 数が増すと層流の場合と同様、等流のときに較べて非常に大きくなるので、砂礫の間けつ的な流送が顕著になるものと思われる。

これらのことについては、今後さらに詳細な実験を行つて、定量的にその効果を把握したいと考えている。

図-11 衝撃における 1 波長当りの無次元エネルギー損失と Froude 数との関係

Fig.11 Relation between dimensionless energy loss per wave length at the shock and Froude Number.



V. 結 論

前報告³⁾で述べた転波列の基礎概念にもとづき、不連続周期解として転波列の波形を表現するという方法で解析すると、平均流量、勾配および流体の動粘性係数、乱流の場合にはさらに粗度および流速分布による補正係数が与えられると、その水理学的諸特性はすべて一義的に決定されることがわかつた。またこの現象の解析法としては、この方法が十分合理的であることを実験によつて確認することができた。

以上の事実はきわめて興味のあることで、実際の水工学上への応用、たとえば砂防工事その他土壌の安定に関する問題、あるいは急勾配水路の計画、設計上の

問題などに寄与するところが少なくないであろう。われわれは今後こういった問題への応用について研究を続けてゆきたいと考えている。

最後にこの研究を行うに当つて終始御指導御鞭撻を賜つた石原教授並びに実験および計算に助力していただいた大学院学生中西秩君に厚く感謝し、またこの研究は文部省科学研究費の補助により行われた研究の一部であることを附記して、感謝の意を表する次第である。

参考文献

- 1) R.E. Horton: "Rain wave-trains," Trans. Amer. Geophy. Union, 1938.
- 2) R.F. Dressler: "Mathematical solution of the problem of roll-waves in inclined open channels", Communications on Pure and Applied Mathematics, Vol. II, No. 213, 1949.
- 3) 石原藤次郎・岩垣雄一・岩佐義朗: "急斜面上の層流における転波列の理論", 土木学会論文集, 第 19 号, 昭.29

- 4) V.V. Vedernikov: "Conditions at the front of a translation waves disturbing a steady motion of a real fluid" Acad. Sci. U.R.S.S., Vol. 48, No. 4, 1945.
- 5) 岩垣雄一: "開水路水流の基礎方程式について、薄層流に関する研究 第 6 報", 土木学会誌に投稿中
- 6) G.H. Keulegan and G.W. Patterson: "A criterion for instability of flow in steep channels", Trans. Amer. Geophy. Union, 1940.
- 7) H. Jeffreys "The flow of water in an inclined channel of rectangular section", Phil. Mag., Ser. 6, Vol. 49, 1925.
- 8) 石原藤次郎・岩垣雄一・石原安雄: "薄層流に関する研究 (第 3 報), 雨水波列について" 土木学会, 第 36 卷, 第 1 号, 昭.24.
- 9) 石原藤次郎・岩垣雄一・合田健: "薄層流に関する研究 (第 1 報)", 土木学会論文集, 第 6 号, 昭.26.

(昭.29.6.21)

橋脚地盤の基礎係数値とその橋脚の振動性状に及ぼす影響について

正 員 後 藤 尚 男*

ON THE FOUNDATION COEFFICIENT AND ITS VIBRATION EFFECTS TO THE BRIDGE PIERS

(JSCE Jan. 1955)

Hisao Gotō, C. E. Member

Synopsis As the first, the author has researched experimentally the foundation coefficient $K(x)$ in the ground around the bridge piers, which is important in the design of the bridge piers and the well constructions due to the lateral forces, and then studied the effects of $K(x)$ to the vibration characteristics of the bridge piers by the corroborative system. That is, while he researched $K(x)$ statically and dynamically by using the model piers in the field, he investigated the records of the vibrations test of the model piers, and took some considerations into the relation between $K(x)$ and vibration characteristics, mainly, in the view of the earthquake-proof design.

要旨 橋脚、井筒等の横方向の設計計算で直接必要な橋脚地盤の基礎係数値 $K(x)$ を実験的に決定すると同時に、この $K(x)$ が橋脚の振動性状に及ぼす影響を実証的な方法で研究したものである。すなわち現地の橋脚地盤で模型橋脚を用いて、 $K(x)$ を静的並びに動的実験から決定すると同時に、振動性状を解明し、しかる後 $K(x)$ と橋脚の振動性状との関係について、

主として耐震学的な見地から若干の考察を進めた。

1. 緒 言

橋梁の耐震性を動力学的に解明する目的で、著者は従来しばしば基礎地盤を考慮した橋脚の振動性状を取扱ってきた¹⁾。最近でも著者は先論文²⁾で乾燥砂の基礎係数値 $K(x)$ 分布を室内模型実験で研究し、次いで前論文³⁾ではこのような $K(x)$ を考慮した橋脚の振動性状特に固有周期を算出する各種の解法を提示した。先論文⁴⁾からは乾燥砂に関する $K(x)$ の定性的

* 京都大学助教授，工学部土木工学教室

**以下先論文とは参考文献 3) をさすものとする。