

断面二次モーメント比の影響を考慮した三径間連続バリ橋の設計について

正員 深 谷 俊 明*

DESIGN OF A THREE-SPAN CONTINUOUS BEAM BRIDGE CONSIDERING THE EFFECT OF THE RATIO BETWEEN THE GEOMETRICAL MOMENT OF INERTIA

(JSCE Nov.1954)

Toshiaki Fukaya, C.E. Member

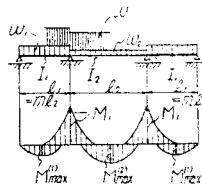
Synopsis This paper is prepared in order to clarify the effect of the ratio between the geometrical moment of inertia of the center span and that of the side span on the design of a three span continuous beam bridge and, in addition, to suggest the fundamental principle of the design in order to be satisfied with the span ratio and the girder height of the center span given in advance.

要旨 三径間連続バリ橋は、その経済性を考えて設計される場合と、立体交通・地形・等の関係から中央径間のハリ高さを小さくするために設計される場合とがある。しかし、後者については、設計方針が明らかでなく、かつ、計算も複雑なため、やむなく橋梁型式が変更される場合がある。ここに本文は、中央径間と側径間における断面二次モーメントの比が、設計に与える影響を明らかにするとともに、与えられた径間比および中央径間のハリ高さを満足するように設計する場合の基本方針を提示する。

1. 緒言 側径間の径間長・ハリ断面が相等しく、中央径間の径間長・ハリ断面とその値を異にする三径間連続バリ橋において、活荷重を等分布荷重と仮定

し、かつ、支承における断面変化が曲げモーメントに与える影響を無視した場合の正・負の最大曲げモーメント $M_{\max}^{(1)}, M_{\max}^{(2)}, M_1$ を、

著者はすでに次のように与えている¹⁾ (図-1 参照)。



$$M_{\max}^{(1)} = \frac{m^2}{8} \cdot \left[(1 + \beta r) + \frac{\left\{ 1 + r \left(\beta + \frac{1}{m^2 n} \right) \right\} \left\{ 1 + r \left(\beta + \frac{1}{m^2 n} \right) - 1 \right\}}{\left(2 + \frac{3}{mn} \right)} \cdot \frac{4 \left(2 + \frac{3}{mn} \right) (1 - \beta r)}{w l_2^2} \right] \cdot w l_2^2 = m_{\max}^{(1)} w l_2^2 \dots \dots \dots (1)$$

$$M_{\max}^{(2)} = \frac{1}{8} \left[\left\{ 1 - \frac{2 m^2 n}{2 mn + 3} \left(\beta + \frac{1}{m^2 n} \right) \right\} r + \left(1 - \frac{2}{2 mn + 3} \right) \right] \cdot w l_2^2 = m_{\max}^{(2)} w l_2^2 \dots \dots \dots (2)$$

$$M_1 = - \frac{2(mn+1)\{m^2 n(1+\beta r)+(1+r)\} - \{(1+r)+\beta r n m^3\}}{4[4(mn+1)^2 - 1]} \cdot w l_2^2 = -m_1 w l_2^2 \dots \dots \dots (3)$$

ここに

$m = I_1/I_2$ I_1, I_2 : 側・中央径間における径間長

$n = I_2/I_1$ I_1, I_2 : 側・中央径間における断面二次モーメント

$\beta = w_1/w_2$ w_1, w_2 : 側・中央径間ににおける死荷重

$r = w_2/w$ w : 活荷重

また、ハリの全断面が一様な場合および断面を異なる場合の経済的設計の基本方針についても、すでにこれを明らかにしている^{2), 3)}。しかし、実際の設計では、交通・地形・建設費・等の関係で、径間比 m およ

び中央径間のハリ高さ h_2 を小さく設計するよう、要求される場合も多い。ここに本文はこのような場合の設計方針を明らかにするとともに、実用的な図表を提示して設計計算の参考資料とするものである。

2. h_1, h_2 と n との関係

側径間・中央径間のハリ断面の、横方向寸法が一定で、縦方向寸法がハリ高さに比例する場合 (図-2 参照), I_1, I_2 は、それぞれ次のように示される³⁾。

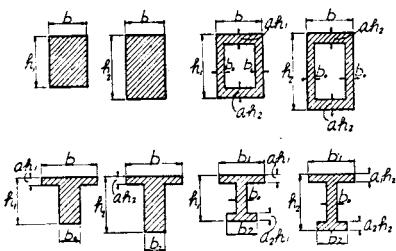
$$I_1 = K h_1^3 \quad I_2 = K h_2^3 \dots \dots \dots (4)$$

ここに K : 断面の形状から定まる定数³⁾

(4) 式から、断面二次モーメント比 $n (= I_2/I_1)$ は

* 国鉄技師、施設局特殊設計室

図-2



$$n = (h_2/h_1)^3 \dots \dots \dots (5)$$

で示され、また、(5) 式は次式のように書き換えられる。

$$h_1 = n^{-\frac{1}{3}} h_2 \dots \dots \dots (6)$$

この場合、死荷重比 $\beta (=w_1/w_2)$ と n との関係は次式で示される。

$$\beta = w_1/w_2 = h_1/h_2 = n^{-\frac{1}{3}} \dots \dots \dots (7)$$

3. $M_{\max}^{(1)} \cdot M_{\max}^{(2)} \cdot M_1$

$M_{\max}^{(1)} \cdot M_{\max}^{(2)} \cdot M_1$ は、(1)・(2)・(3) 式が示すように、それぞれ、 $m \cdot n \cdot \beta \cdot r$ の函数であらわされるが、(7) 式が成立する場合は、これを $m \cdot n \cdot r$ の函数で表示することができる。本文は、径間比が $m=0.4 \sim 0.7$ として与えられ、かつ、(7) 式が成立する場合を対象として、(1)・(2)・(3) 式の $n \cdot r$ に実際的な数値を入れて、 $m_{\max}^{(1)} \cdot m_{\max}^{(2)} \cdot M_1$ を求め、これを図表化してその一部を 図-3 (a)・(b)・(c)・(d)・(e) に示す。

図-3 (a)

$r=0$ の場合

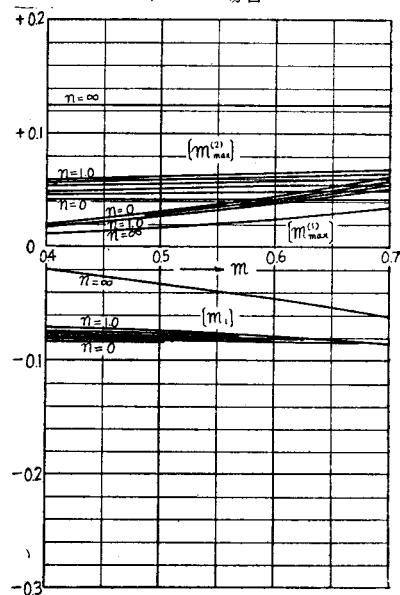


図-3 (b)

$r=0.5$ の場合

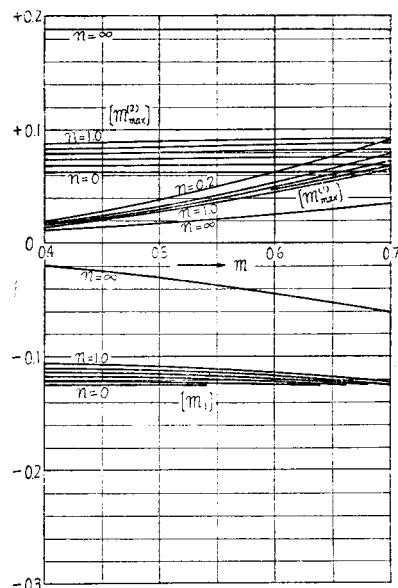
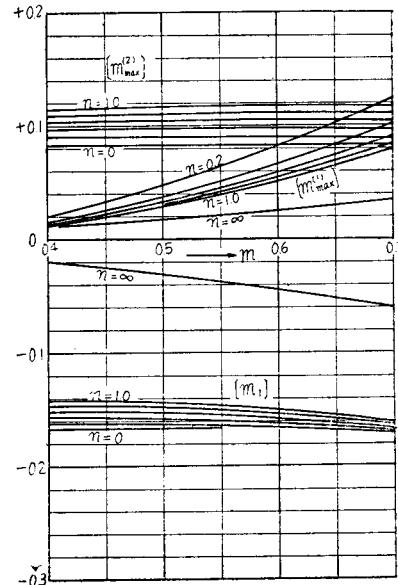


図-3 (c)

$r=1.0$ の場合



$M_{\max}^{(1)} \cdot M_{\max}^{(2)} \cdot M_1$ は、図-3 から $m_{\max}^{(1)} \cdot m_{\max}^{(2)} \cdot M_1$ を選び、これに $w l_2^{2*}$ を乗じて求められるので、その計算はきわめて簡単である。 $M_{\max}^{(1)} \cdot M_{\max}^{(2)} \cdot M_1$ は、もちろん、原則として影響線から求めなければならない。

* w : 活荷重+ハリ以外の死荷重（たとえば舗装・道床・軌道重量・等）

l_2 : 中央径間長

曲げモーメントによってハリにおこる最大応力が許容応力度に等しい場合、曲げモーメント M とハリ高さ h との間には、次式の関係がある³⁾。

$$h = CM^{\frac{1}{r-1}} \quad \dots \dots \dots (11)$$

ここに C : 断面の形状および許容応力度から定まる定数³⁾ ((17) 式参照)

r : 断面の形状から定まる指数³⁾

側・中央径間のハリ断面が、図-2 に示す関係にあり、(7) 式が成立する場合、 r は $r=3$ となるので³⁾ h_2 が与えられるとき、 h_2 は次式を満足しなければならない。

$$h_2 = C(M_{\max}^{(2)})^{\frac{1}{2}} = C(m_{\max}^{(2)} w l_z^2)^{\frac{1}{2}} = \omega \cdot C \cdot w^{\frac{1}{2}} I_2 \quad \dots \dots \dots (12)$$

ここに

$$\omega = \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\left\{ 1 - \frac{2m^3n}{2mn+3} \left(n^{-\frac{1}{3}} + \frac{1}{m^3n} \right) \right\} r + \left(1 - \frac{2}{2mn+3} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \dots \dots \dots (13)$$

(12) 式の $C \cdot w \cdot I_2$ は、設計にあたり与えられる値であるので、 h_2 は ω を求ることにより、(12) 式から計算することができる。図-4(a)・(b)・(c)・(d)・

図-4 (a)

$r=0$ の場合

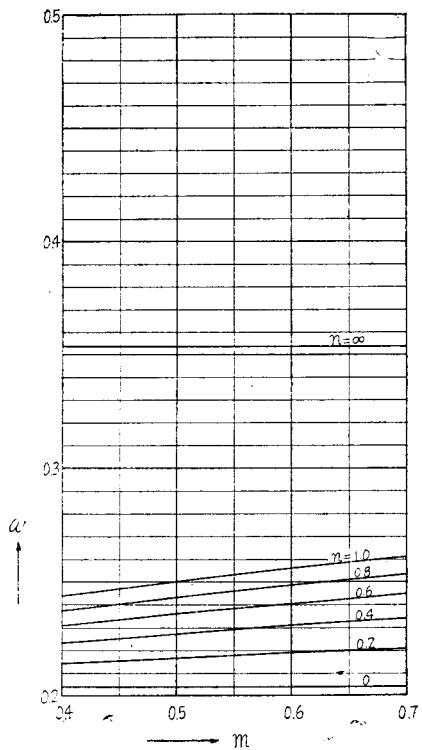


図-4 (b)

$r=0.5$ の場合

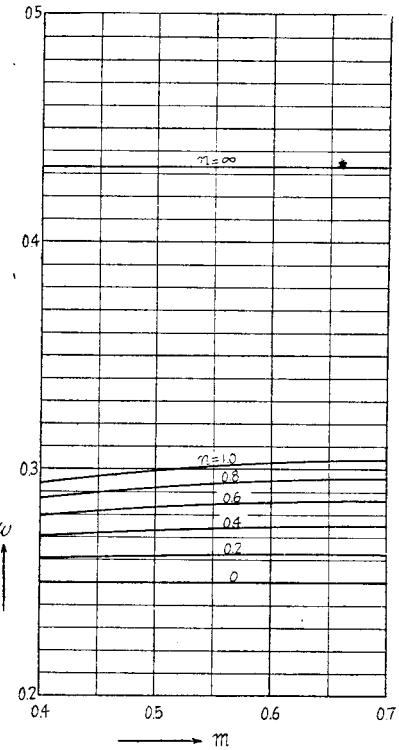


図-4 (c)

$r=1.0$ の場合

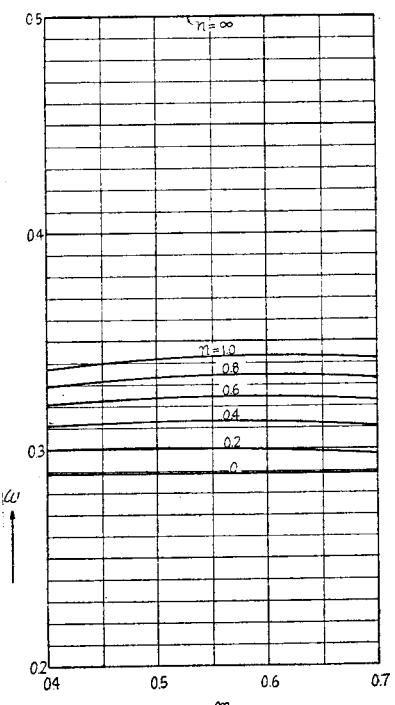


図-4 (d)
 $r=1.5$ の場合

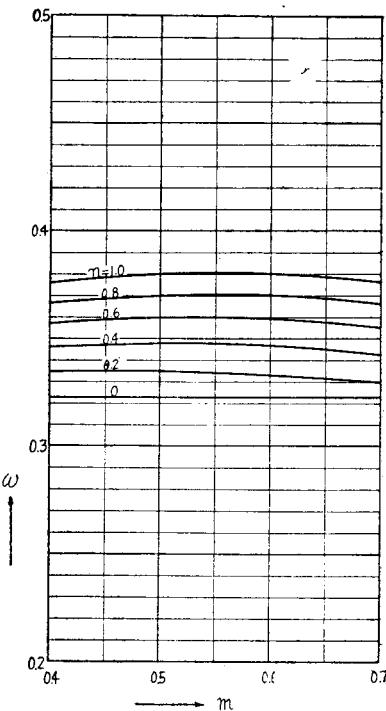
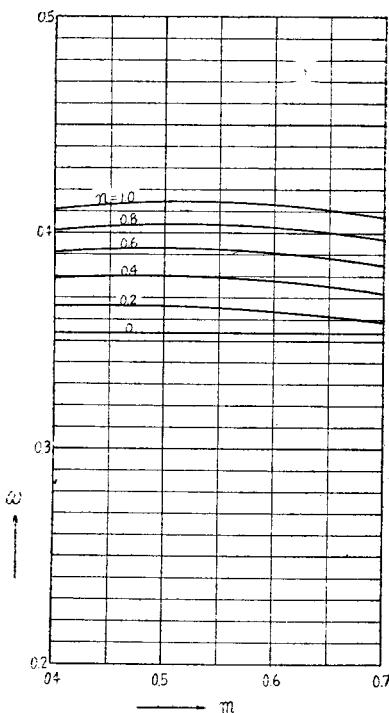


図-4 (e)
 $r=2.0$ の場合



(e) は、(13) 式の $m \cdot n \cdot r$ に数値を入れて ω を図表化したものである。 h_2 が許容応力度・荷重・断面の形状・径間比とともに与えられる場合、 ω は (12) 式から (14) 式のよう求められる。

$$\omega = \frac{h_2}{Cl_2 \sqrt{w}} \quad \dots \dots \dots (14)$$

この ω と与えられた $m \cdot r$ に応じた n を図-4 から求めることにより、ハリ高さが h_2 で、最大応力が許容応力度となる断面を定めることができる (7. 例題 参照)。

6. 係 数 C

鉄筋コンクリートにおいて、許容応力度・曲げモーメントが与えられて、有効高さ d を求める場合に使用する C_1 が (11) 式に示す C であり³⁾、この値は鉄筋コンクリートに関する著書に掲載されているので⁴⁾、本文はこれを省略して、鋼橋に多く用いられる I 形断面に関する係数 C について述べる。図-5 において、断面二次モーメントは (4) 式から次のように示される。

$$I = Kh^3 \quad \dots \dots \dots (4')$$

ここに

$$K = \frac{1}{3} [b(\eta_t^3 + \eta_c^3) - (b-t)\{(\eta_t - a_2)^3 + (\eta_c - a_1)^3\}] \quad \dots \dots \dots (15)$$

$$\eta_t = \frac{t + (b-t)(a_2^2 + 2a_1 - a_2^2)}{2[t + (b-t)(a_1 + a_2)]} \quad \dots \dots \dots (a)$$

また

$$\eta_t = \frac{\sigma_t}{\sigma_t + \sigma_c} \quad \dots \dots \dots (a')$$

$$\eta_c = 1 - \eta_t \quad \dots \dots \dots (b)$$

$$\text{また } \eta_c = \frac{\sigma_c}{\sigma_t + \sigma_c} \quad \dots \dots \dots (b')$$

なお、 $\sigma_c \cdot \sigma_t$ は次式で示される。

$$\frac{M}{I} \eta_c h = \sigma_c \quad \frac{M}{I} \eta_t h = \sigma_t \quad \dots \dots \dots (16)$$

従つて C は、(11)・(4')・(16) 式から次式のように誘導することができる。

$$C = \sqrt{\frac{\eta_t}{K \sigma_t}} = \sqrt{\frac{1}{K(\sigma_c + \sigma_t)}} \quad \dots \dots \dots (17)$$

いま、一例として $\sigma_t = 1300 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_c = 1100 \text{ kg/cm}^2$ として与えられる場合の $K \cdot C$ の値を求める。

(a) 式を整理すれば

$$(a_1 - \eta_c)^2 - (a_2 - \eta_t)^2 + (\eta_t - \eta_c) \frac{b}{b-t} = 0 \quad \dots \dots \dots (a'')$$

となる。上式において

$$a_1 - \eta_c = A_1 \quad a_2 - \eta_t = A_2 \quad \dots \dots \dots (d)$$

とし、また、(a')・(b') 式から

$$\eta_t - \eta_c = \frac{\sigma_t - \sigma_c}{\sigma_t + \sigma_c} = \frac{1300 - 1100}{1300 + 1100} = 0.083 \dots (e)$$

となるので、(a'') 式は、(d)・(e) 式から次のように示される。

$$A_1^2 - A_2^2 + 0.083 \frac{b}{b-t} = 0$$

従つて

$$|A_2| = \sqrt{A_1^2 + 0.083 \frac{b}{b-t}} \dots (f)$$

ここに A_1 は、(d) 式において a_1 を仮定して求められ、また、 A_2 は (f) 式からこれを求めることができる。図-6 は、 $b=300, 350, 400, 450, 500 \text{ mm}$ $t=9, 21, 16, 20 \text{ mm}$ の組み合わせによる a_1 と a_2 との関係を (f) 式から求めて、図表化したものである。

また、(15)・(17) 式は、次式のように書き換えられる。

$$K = \frac{1}{3} [0.255 26 + (b-t)(A_1^3 + A_2^3)] \dots (15')$$

$$C = 0.0204 \sqrt{\frac{1}{K}} \dots (17')$$

上式の $b \cdot t$ に、図-6 と同じ組み合わせの数値を入れて、 $K \cdot C$ を図表化したのが図-7 である。これらの図の利用については、例題によつて説明する。

1. 例題

例題 1 下記の設計条件で、矩形断面を有する鉄筋コンクリート三径間連続パリ橋の、側・中央径間ににおける断面を求む。

活荷重（衝撃を含む） 700 kg/m^2

死荷重（ハリの自重を除く） 100 kg/m^2

図-6

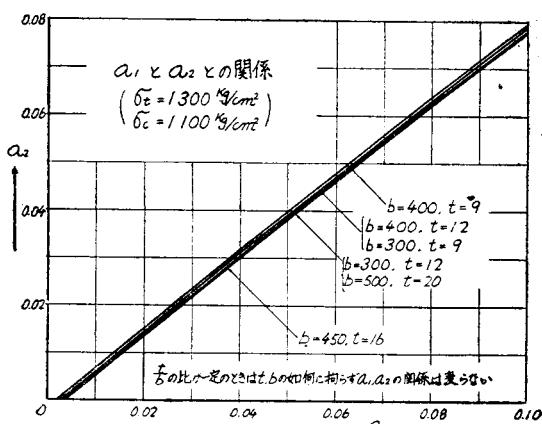
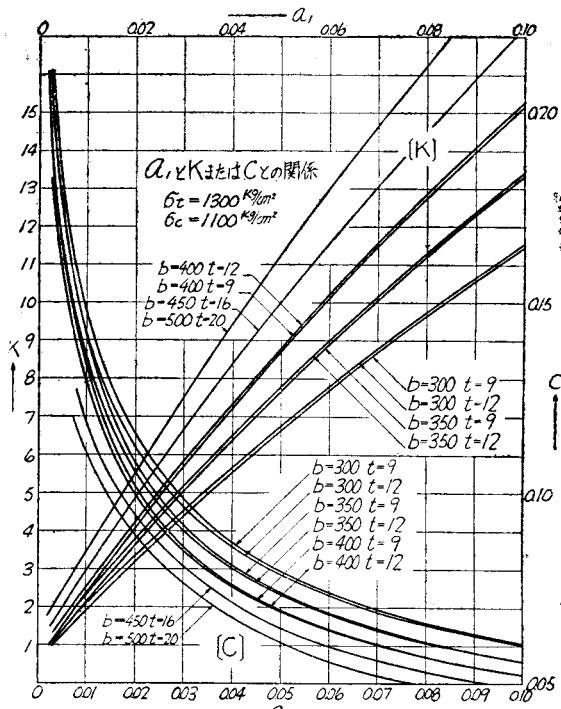


図-7



径間割 $9 \text{ m} + 15 \text{ m} + 9 \text{ m}$

許容応力度 $\sigma_{ca}=50 \text{ kg/cm}^2$

$\sigma_{sa}=1200 \text{ kg/cm}^2$

55 cm

中央径間のハリ高さ

解 巾 1 m を考えて

$$r = \frac{w_2}{w} = \frac{2400 \times 1 \times 0.55}{700 + 100} = 1.65$$

$\sigma_{ca}=50 \text{ kg/cm}^2, \sigma_{sa}=1200 \text{ kg/cm}^2$ の場合 $C_1 = 0.00345^{\circ}$ となるので、 ω は (14) 式から次のように求められる。

$$\omega = \frac{0.55}{0.00345 \times 15 \sqrt{700+100}} \approx 0.376$$

$m=9/15=0.6 r=1.65 \omega=0.376$ の場合、 n は

図-4 (d)・(e) から

$r=1.5 m=0.6 \omega=0.376$ にたいし $n=0.90$

$r=2.0 m=0.6 \omega=0.376$ にたいし $n=0.35$

となるので、 $r=1.65$ の場合は補間法で

$$n=0.73$$

が求められる。従つて、 h_1 は (6) 式から

$$h_1 = 0.73^{-\frac{1}{3}} \times 55 = 61.61 \text{ cm}$$

が得られる。次に $M_{max}^{(2)}$ は、図-3 (d)・(e) から

$$r=1.5, m=0.6, n=0.73$$
 にたいし $m_{max}^{(2)}=0.138$

$\tau = 2.0 \ m = 0.6 \ n = 0.73$ にたいし $m_{\max}^{(2)} = 0.167$
となるので、 $\tau = 1.65$ の場合は補間法で

$$m_{\max}^{(2)} = 0.142$$

が求められ、また (2) 式から

$$M_{\max}^{(2)} = 0.142 \times 800 \times 15^2 = 25600 \text{ kgm}$$

が得られる。なお、 $\sigma_{ca} = 50 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\sigma_{sa} = 1200 \text{ kg/cm}^2$ の場合、 $C_2 = 0.0000277^{(1)}$ が求められるので、 A_s は

$$A_s = 0.0000277 \sqrt{25600 \times 100} = 44.3 \text{ cm}^2$$

となる。従つて、この場合

$$A_s = 12\varphi 22 = 45.61 \text{ cm}^2$$

として配筋すればよい。側径間における鉄筋量も同様に求められるが、本文はこれを省略する。

(検算)

$$d_2 = 52 \text{ cm}$$

とすれば、鉄筋比 p は

$$p = \frac{45.61}{100 \times 52} \approx 0.0088$$

この場合、 $j = 0.867^{(1)}$ 、 $k = 0.349^{(1)}$ が得られるので

$$\sigma_c = \frac{2 \times 25600}{0.399 \times 0.867 \times 100 \times 52^2} = 53.8 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_s = \frac{25600}{45.61 \times 0.867 \times 52} = 1240 \text{ kg/cm}^2$$

となる。この場合、多少の応力超過がおこつているが、これは、鉄筋コンクリートにおいて応力算定をする場合ハリ高さ h_2 をとらないで、有効高さ d_2 をとるからである。従つて、この影響を考慮して C_1 を適当に選ぶならば、許容応力度を満足する断面を決定することができる。

[例-2] 三径間連続ゲタ溶接鋼橋の側・中央径間のI形断面を、下記設計条件で求む。

1 主ゲタがうける活荷重（衝撃を含む）
 4920 kg/m

1 主ゲタがうける死荷重（ゲタの自重を除く）
 300 kg/m

径間割 $26 \text{ m} + 40 \text{ m} + 26 \text{ m}$

許容応力度 $\sigma_t = 1300 \text{ kg/cm}^2$
 $\sigma_c = 1100 \text{ kg/cm}^2$

鋼の単位重量 7850 kg/m^3

中央径間のゲタ高さ 2.2 m

突縁の巾 400 mm

腹板の厚さ 12 mm

[解] *

$$\alpha_1 = 0.0200$$

と仮定すれば、図-6 から

$$\alpha_2 = 0.0144$$

が求められる。図-7 から

$$C = 0.099 \quad \left(\sqrt{\frac{\text{mm}}{\text{kg}}} \right)$$

が得られるので、 ω は (14) 式から

$$\omega = \frac{2200}{0.099 \times 40000 \sqrt{4.92 + 0.30}} \approx 0.241$$

となり、 τ は

$$\tau = \frac{7.85 \times \{12 + (400 - 12) \times (0.020 + 0.0144)\} \times 2200}{4.92 + 0.30}$$

$$\approx 0.084$$

となる。例-1 の場合と同様に、図-4 (a)・(b) から $\tau = 0.084$ 、 $m = 26/40 = 0.65$ 、 $\omega = 0.241$ の場合、 n は $n = 0.42$

となるので、 h_1 は (6) 式から次のように求められる。

$$h_1 = 0.42^{-\frac{1}{3}} \times 2200 = 2950 \text{ mm}$$

(検算)

例-1 の場合と同様に、図-3 から $\tau = 0.084$ 、 $m = 0.65$ 、 $\tau = 0.42$ の場合、 $m_{\max}^{(2)}$ は

$$m_{\max}^{(2)} = 0.058$$

が求められるので、(2) 式から $M_{\max}^{(2)}$ は

$$M_{\max}^{(2)} = 0.058 \times 5220 \times 40^2 = 484000 \text{ kgm}$$

となる。また、 $b = 400 \text{ m}$ 、 $t = 12 \text{ mm}$ 、 $\alpha = 0.02$ の場合、 K は 図-7 から

$$K = 0.00417$$

が求められ、 $(15 - a' \cdot b')$ 式から

$$\eta_t = 0.5417 \quad \eta_c = 0.4583$$

が得られるので、 $\sigma_c \cdot \sigma_t$ は (16) 式から次のように求められる。

$$\sigma_t = \frac{484000000}{0.00417 \times 2200^3} \times 0.5417 \times 2200$$

$$= 1300 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_c = \frac{484000000}{0.00417 \times 2200^3} \times 0.4583 \times 2200$$

$$= 1100 \text{ kg/cm}^2$$

なお、例題の突縁厚さは

中央径間

$$a_1 h_2 = 0.0200 \times 2200 = 44 \text{ mm}$$

$$a_2 h_2 = 0.0144 \times 2200 \approx 31.7 \text{ mm}$$

側径間

$$a_1 h_1 = 0.0200 \times 2950 = 49 \text{ mm}$$

$$a_2 h_1 = 0.0144 \times 2950 \approx 42.5 \text{ mm}$$

として計算しているが、実際の設計においては市販品の寸法を考慮して決めなければならない。

* 図-7 が mm 単位であるため mm 単位で計算する。

8. 結論

$m \cdot h_2$ が与えられて三径間連続パリ橋を設計する場合は、次項を考えて設計しなければならない。

(1) 断面二次モーメント比 $n (=I_2/I_1)$ の影響を考えなければならない。

(2) 与えられた m を、次の(9)式で検討して、 n の大きさを定めなければならない。

$$m = \sqrt{\frac{2(1+1/r)}{3\beta}}$$

(3) h_2 が小さく制限されている場合は、 n を小さく選ばなければならない。

(4) $M_{\max}^{(1)} \cdot M_{\max}^{(2)} \cdot M_1$ は、図-3 から $m_{\max}^{(1)} \cdot m_{\max}^{(2)} \cdot m_1$ を求め、これに wI_2^2 を乗じて簡単に計算することができる。

(5) $m \cdot h_2$ のほかに、許容応力度・ハリ断面の形状が与えられかつ、(7)式が成立する場合は、

(14) 式から ω を計算し、図-4 から $\omega \cdot m$ を満足する n を求めて、(6)式から h_1 を計算すればよい。

本研究は、当室長友永和夫博士の指導をいただき、斎藤昇君の協力を得たことを附記する。

文 献

- 1) 抽著：断面を異にする三径間連続パリにおける曲げモーメントの一般的傾向、土木学会誌、第39卷、第4号（昭.29.4）
- 2) 抽著：ハリ断面の一様な三径間連続パリ橋における径間比について、土木学会誌、第38卷、第8号（昭.28.8）
- 3) 抽著：三径間連続パリ橋の経済的設計について、土木学会誌、第39卷、第8号（昭.29.8）。
- 4) たとえば、吉田徳次郎：鉄筋コンクリート設計法、コンクリートハンドブック。（昭.29.6.2）

電気化学的固結法による地辺り防止工の施工例

正員 工学博士 村 山 虹 郎*

准員 三 瀬 貞**

ON THE WORKS TO MAKE IMPERVIOUS ZONE IN THE GROUND
OF LAND SLIDE USING ELECTRO-CHEMICAL
HARDENING METHOD

(JSCE Nov. 1954)

Dr. Eng. Sakurō Murayama, C.E. Member, Tadashi Mise, C.E. Assoc. Member

Synopsis In the previous report titled "On the electro-chemical hardening of soil by means of aluminium electrodes", we could make clear the mechanism of this reaction and made some improvement for its application.

This report is a description about the processes and results of the works which were executed with this electrochemical hardening method to make a impervious zone in natural clayey ground.

要旨 前報¹⁾においてアルミニウム電極による土の電気化学的固結法の機構を解明し、かつその適用限界を拡張する新たな工法の考案について述べた。本報告はその応用として本固結法を地辺り地の地下水防止層形成に使用した実例とその効果を述べたものである。

1. 緒言

著者等はさきの報文¹⁾においてアルミニウム電極による土の電気化学的固結法の機構を解明し、固結機構が電気化学的に陽極より溶け出したアルミニウムが、pH=7の地帯を中心としたある範囲内で不溶性水酸化

物となつて土粒子間隙に析出し、界面化学作用と電気渗透作用とによって土の力学的強度を増大するとともに、不透水化を助長することにあることを明らかにした。また固結帶の位置は土性によつて変化すること、酸性土などでは pH=7 の地帯が生成されにくく、中には固結のできない土もあることなどを述べ、その対策として土中に適当な電解質を誘導することにより固結帶の位置の移動を可能にし、あるいは固結不可能であつた土中にも固結帶の生成を可能にさせるよう電気化学的固結法の適用について新たな工法の考案を行つたことを述べた。

本報告はその応用として、本固結法を地辺り地の地

* 京都大学教授、工学部土木工学教室

** 京都大学助手、工学部土木工学教室