

# 二車線道路の追い越し確率と自由走行時間について

正員 米谷 栄 二\*  
准員 佐々木 綱\*\*

## THE PASSING-OVER PROBABILITY AND THE FREE TRAVEL TIME ON TWO-LANE HIGHWAYS

(JSCE Nov. 1954)

Eiji Kometani, C.E. Member, Tsuna Sasaki, C.E. Assoc. Member

**Synopsis** On the two-lane roads under mixed traffic, high speed vehicle has to come to a point where it must pass over the preceding low speed vehicles. Therefore, the traffic capacity of two-lane roads depends upon the value of these passing-over probabilities. In order to determine how large is the value of the passing-over probability in our routine traffic flow under mixed traffic, we performed several passing-over maneuvers and measured the required data thereof. Thus we not only found the proper value of passing-over probability, but also could reduce a formula for the probability of free travel time.

**要旨** 二車線二方向の混合交通流においては、高速車は低速車をかならず追い越さねばならず、追い越しの可否すなわち追い越し確率が問題となる。本文は二車線道路の交通容量算定にあたり、追い越し確率をいかなる値に定めればよいかを決定するため、日常の混合交通流では実際どのくらいの追い越し確率を有するかを測定した。その結果を報告するものである。

### 1. 緒言

すでにわれわれは交通流におけるポアソン分布の仮定より出発して、二車線二方向交通の混合交通流における追い越し確率を算出する理論式を誘導した<sup>1)</sup>。以下本文に出てくる記号、数式はすべて参考文献<sup>1)</sup>と同一である。本文は実際の混合交通流における追い越し実験の結果と追い越し確率の計算値とを比較検討し、また自由走行時間と追い越し回数に関する理論式を導いたものである。そのため実験にあたっては、自由走行時間、追い越し前の後続時間及び追い越し所要時間並びに低速車、高速車の速度及び車数を観測した。実験区域としては支線の少ない国道1号線草津瀬田間を選んだ。

### 2. 追い越し確率

(1) **測定方法** 測定地区として二車線道路である国道1号線の草津瀬田間(延長6.6km, 巾員7.5m 舗装巾員6m)を選び、4月28日、5月11日の2日間乗用車を所定の速度(50km/h)で走らせ、測定区間を何回も往復し、その間における追い越し確率を求めたわけである。すなわち、追い越しに際して全

後続時間なしに追い越せた回数の全追い越し回数に対する比をもつて、後続時間なしにただちに追い越せる確率 $q_0$ の実測値とし、同様に $\tau_v$ 時間の後続後に追い越せる確率 $q_\tau$ を求めた。 $\tau_v$ の値は $v$ 台の連続低速車を追い越した場合の追い越し所要時間 $\tau_v'$ にその交通流の状態から決定される係数 $2+(\mu-1)\psi$ を乗じた値、すなわち

$$\tau_v = \tau_v' \{2 + (\mu - 1)\psi\}$$

ここに

$$\mu = \frac{V}{v}, \quad \psi = \frac{\text{低速車数}}{\text{全車数}}$$

であり、 $\tau_v'$ の値としては測定値の平均値を採用した。従つて追い越し実験に際し、追い越し回数、後続時間及び追い越しに要する時間を測定したのである。

(2) **実測値** 測定の結果は表-1のとおりである。

表-1

x	$q_{n\tau}$		全追い越し回数	測定時間	測定月日
	n=0	n=1			
82	0.580	0.895	19	10.30~11.30	4月28日
65	0.734	0.867	15	11.30~12.30	"
87	0.538	0.922	13	13.30~14.30	"
71	0.546	0.820	11	14.30~15.30	5月11日
73	0.667	0.890	18	15.30~16.30	"
75	0.580	0.947	19	16.30~17.30	"
78	0.500	0.864	22	17.30~18.30	"

表-1の全時間についての平均をとると、次の値となる(全追い越し回数117)。

\* 京都大学助教授, 工学部土木工学教室

\*\* 京都大学大学院学生

$$q_0 = 0.590 \left( = \frac{69}{117} \right), q_\tau = 0.890 \left( = \frac{104}{117} \right)$$

平均一方交通量は 75.9台/h である。

(3) 計算に使用すべき諸数値

a) 交通量 (x 台/h, 平均一方交通量): 測定地区の中間の一地点において二方向の交通量を 1 時間単位で測定し, 次の結果をえた (表-2)。

表-2

月	日	時 間	名 古 屋 方 面	京 方 面	都 行	x
4 月	28 日	10.30~11.30	88	76		82
"	"	11.30~12.30	58	72		65
"	"	13.30~14.30	86	88		87
5 月	11 日	14.30~15.30	69	73		71
"	"	15.30~16.30	65	81		73
"	"	16.30~17.30	73	77		75
"	"	17.30~18.30	84	72		78

追い越し確率の計算にあつては, 表-2 の x の値を一方の交通量として採用する。

b)  $\psi$  の値: これは低速車数の全車数に対する比である。この追い越し実験においては高速車の速度を 50 km/h としているから,

表-3

速度 (km/h)	車数
17.5~22.5	2
22.5~27.5	6
27.5~32.5	18
32.5~37.5	28
37.5~42.5	37
42.5~47.5	22
47.5~52.5	6
52.5~57.5	5
57.5~62.5	4
62.5~67.5	0
67.5~72.5	1
72.5~77.5	0
77.5~82.5	2

低速車とは 50 km/h 以下の車を意味するわけである。測定区間内の一地点において車の速度分布を調べたのが表-3 である。この表では速度を 5 km/h の区間ごとに区切っている。その区間内の速度はすべてその区間の中央値で代表する。低速車として 45 km/h までの総和をとると  $\psi = 0.86$  となる。従つてこの値を採用する。

また, 速度分布によらず車の種類より  $\psi$  の値を求めることができれば実用上便利であるので, いま低速車として乗用車以外の車を全部とるとすると  $\psi = 0.87$  となり, 速度分布からえられる値とはほぼ等しい値がえられる。従つて, 50 km/h の車で追い越しを考える場合, 速度分布の測定をせずに乗用車以外をすべて低速車と考えても  $\psi$  の値としては大差なく十分であると考えられる。

c) 高速車及び低速車の速度: 追い越し実験に使用した乗用車の速度は走行距離と所要時間とから算出す

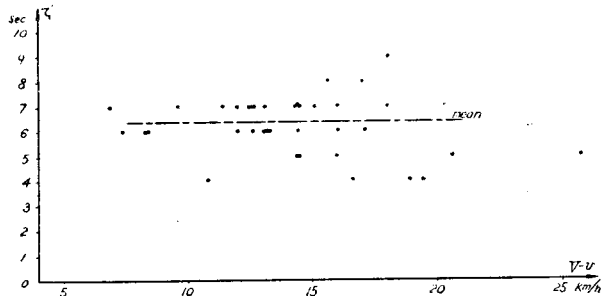
ると平均 49 km/h であるので高速車の速度 V として 49 km/h を用い, 低速車の速度は表-3 の 45 km/h 以下の平均から 37 km/h がえられる。厳密には, 速度測定地点の速度で全測定区間を走行することは考えられず, 実際にはこの値よりかなり減少するものと思われるが, 一応上記の値を用いる。

従つて

$$V = 49 \text{ km/h}, v = 37 \text{ km/h}, \mu = \frac{V}{v} = 1.32$$

d)  $\tau_{v'}$  の値:  $\tau_{v'}$  は  $\nu$  台の連続低速車を追い越すに要する時間であり, V 及び v の函数と考えられるが, その函数形は未知であり, この函数形を見出すことは今後の問題であるが, ここでは相対速度 (V-v) と  $\tau_{v'}$  の関係を 図-1 に示す。図-1 からわかるように相対速度と追い越し時間との間には, この範囲内では特に相関関係があるようにも思われず,  $\tau_{v'}$  の値は V-v にかかわらずほぼ一定であるとみなしてよい。従つて実用上この範囲の相対速度で追い

図-1



越す場合には,  $\tau_{v'}$  の値は常数と考えてさしつかえないと思われる。厳密には相関関係の検定を試みる必要がある。

そこで,  $\tau_{v'}$  の値として測定値より次の値を採用する。

$$\tau_{1'} = 6.4 \text{ sec} \quad \tau_{2'} = 8.3 \text{ sec}$$

この値は追い越しに要した時間の平均値であるが, 実際追い越しが終つた瞬間にただちに対向車線に車がくることは不可能であるので, その間の余裕時分として 3 sec を用いることにすると,  $\tau_{v'}$  の値を計算するのに使用する  $\tau_{v'}$  の値としては次の値を用いなければならない。

$$\tau_{1'} = 9.4 \text{ sec} \quad \tau_{2'} = 11.3 \text{ sec}$$

余裕時分 3 sec というのは追い越し実験に際して車内で観測した適当と思われる値である。以上  $\tau_{v'}$  の値として  $\nu$  が 1, 2 の場合のみ扱っているが,  $\nu \geq 3$  の場合は本交通量においてはほとんど発生せず, この実験においても起らなかつたので省略した。

なお、相対速度を算出する方法として次の方法を用いた。追い越しに際して、追い越される車の種類と形式を記入し、追い越し車が追い越される車の軸距を通過する時間 ( $d$ ) を追い越し車内にて観測し、軸距 ( $L$ ) を知るにより相対速度を次式より算出する。

$$V-v = \frac{L}{dt}$$

e)  $t$  の値: 上述のごとく  $\tau_v'$  を常数と考えると

$$\tau_1' = \frac{S+s}{V-v}$$

なる関係から

$$S+s = \tau_1'(V-v) = 21.3 \text{ m}$$

として  $S+s$  が求められる。従つて  $t$  の値は

$$t = \frac{S+s}{v} = 0.58 \times 10^{-3}$$

である。 $S+s$  の計算にあつて  $\tau_1'$  の値は余裕時分を考慮してはならない。

f)  $\tau_v$  の値:

$$\tau_v = \tau_v' \{2 + (\mu - 1)\psi\} = 2.28 \tau_v'$$

$$\tau_1 = \frac{9.4}{3600} \times 2.28 = 0.00595 (21.4 \text{ sec})$$

$$\tau_2 = \frac{11.3}{3600} \times 2.28 = 0.00715 (25.7 \text{ sec})$$

(4) 計算値と実測値との比較検討 以上で追い越し確率を算出するための諸数値はすべて求められたので、追い越し確率を次式で計算できる。

$$q_{n\tau} = \frac{1}{1 - e^{-t\lambda}} \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{(t\lambda)^\nu \cdot e^{-t\lambda}}{\nu!} \times \{1 - (1 - e^{-\tau_\nu x})^{n+1}\}$$

$n=0, n=1$  の場合について求めた計算値は表-4のとおりである。

表-4

x	$q_{n\tau}$	
	n=0	n=1
82	0.620	0.855
65	0.680	0.895
87	0.595	0.837
71	0.659	0.887
73	0.650	0.877
75	0.638	0.869
78	0.629	0.861

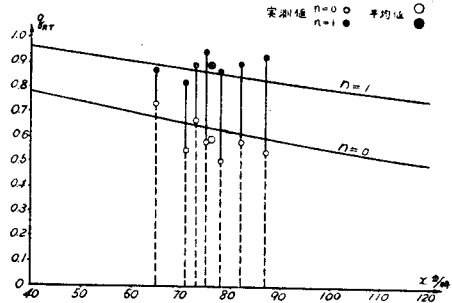
また  $x$  の 0 から 200 までの値に対する追い越し確率の値を表-5にかかげる。

計算値と実測値とを比較したのが 図-2 である。図-2 からわかるように大体実測値と計算値とは一致している。ことに各実測点を求めるのに用いられた資料の数がすくなかつたことを考え合わせると、理想的な二車線道路の場合、十分の精度を

表-5

$x$ (台/h)	$q_{n\tau}$											
	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	
$n=0$	1	0.896	0.787	0.700	0.620	0.550	0.495	0.433	0.382	0.340	0.301	
$n=1$	1	0.980	0.960	0.910	0.855	0.798	0.750	0.680	0.616	0.561	0.513	

図-2



もつて追い越し確率を計算できるように思われる。

追い越し確率の計算にあつて用いた交通量は、乗用車、バス、トラック、三輪車等であり、荷車、自動二輪車、自転車及び歩行者等を含んでいない。しかし実際の追い越しに際して、これらの障害により、あるいは駐車している車とか、舗装路面の障害により追い越し不能となる場合が発生するわけで、そのため  $n=0$  に対する実測値が計算値を下回っているのである。特に5月11日の17.30~18.30の間は会社の退勤時でもあり、歩行者多く実測確率が計算値よりもかなり下方にでている。もちろん交通流がポアソン分布の仮定に従っていることが条件であるから、交通流のポアソン分布の仮定が適合しにくくなって計算値との差がでているのかは不明である。

### 3. 自由走行時間と追い越し回数

(1) 自由走行時間の測定方法 二車線二方交通道路に高速車と低速車が混合して走る場合、高速車が低速車に追いついてこれを追い越すこととなる。自由走行時間とは、ある追い越し完了後から次に低速車を追い越さねばならなくなるまでの、自由に所定の速度で走行できる時間をさす。この実測は、所定の速度の高速車に乗り込み、ストップウォッチを用いて容易に行うことができる。このとき同時に測定区域内の片道走行中の追い越し回数を数えておく。

(2) 自由走行時間の実測値 上に述べた方法で測定した自由走行時間は表-6のように整理される。 $t$  は自由走行時間で、 $t$  sec 以上の自由走行時間を有する回数と、その回数の全自由走行時間回数に対する比(実測確率)とが記されている。この表から明らかのように、自由走行時間が長くなるにつれてその頻度が減少していることが認められる。以下に自由走行時間が  $t$  以上である確率  $f(t)$  を求める理論式を求める。

(3) 公式の誘導 高速車がある低速車を追い越して後、次に他の低速車を追

表-6

t (秒)	N: 車数 P: 確率													
	10.30~11.30		11.30~12.30		13.30~14.30		14.30~15.30		15.30~16.30		16.30~17.30		17.30~18.30	
	N	P	N	P	N	P	N	P	N	P	N	P	N	P
0	17	1.00	14	1.00	14	1.00	11	1.00	15	1.00	18	1.00	22	1.00
20	12	0.71	10	0.71	11	0.79	10	0.91	13	0.87	13	0.72	17	0.77
40	12	0.71	9	0.64	11	0.79	8	0.73	11	0.73	11	0.61	16	0.73
60	11	0.65	9	0.64	11	0.79	8	0.73	8	0.53	9	0.50	12	0.55
80	10	0.59	8	0.57	8	0.57	7	0.64	8	0.53	8	0.44	10	0.41
100	7	0.41	7	0.50	5	0.36	7	0.64	7	0.47	7	0.39	7	0.32
120	6	0.35	7	0.50	4	0.29	6	0.55	6	0.40	6	0.33	6	0.27
140	5	0.29	7	0.50	4	0.29	6	0.55	6	0.40	6	0.33	6	0.27
160	4	0.24	7	0.50	3	0.21	5	0.45	6	0.40	3	0.17	6	0.27
180	4	0.24	5	0.36	3	0.21	5	0.45	5	0.33	3	0.17	6	0.27
200	4	0.24	5	0.36	3	0.21	5	0.45	5	0.33	3	0.17	5	0.23
220	4	0.24	5	0.36	2	0.14	5	0.45	4	0.27	2	0.11	5	0.23
240	4	0.24	5	0.36	2	0.14	5	0.45	2	0.13	2	0.11	5	0.23
260	4	0.24	5	0.36	2	0.14	5	0.45	2	0.13	1	0.06	4	0.18
280	3	0.18	5	0.36	2	0.14	5	0.45	2	0.13	1	0.06	4	0.18
300	3	0.18	5	0.36	2	0.14	3	0.27	2	0.13	1	0.06	4	0.18

い越すまでの自由に走行しうる時間をその高速車の自由走行時間と呼ぶこととすれば、自由走行時間に長いものと短いものとはあることはもちろんであり、その平均した値は高速車・低速車の速度及び車数によりきまるもので、これを平均自由走行時間と称することにする。

いま単位時間  $a$  台の一方交通量をもつ道路を考える。その  $a$  台のうち  $a_1$  台を低速車、 $a_2$  台を高速車とする。気体運動論における自由行路の理論<sup>2)</sup>を参考にして次の仮定をおく。すなわちある高速車が自由走行時間  $t$  をもつ確率  $f(t)$  は

$$f(t) = e^{-a\varphi t} \dots\dots\dots (1)$$

で表わされる。ここに  $\varphi$  は交通流の状態により定まる常数である。高速車は種々の自由走行時間をもっているわけであるが、いまここに  $r$  個の自由走行時間があり、これらのうちで自由走行時間  $t$  をもつもの数を  $r_1$ 、 $t+dt$  をもつもの数を  $r_2$  とすれば

$$r_1 = re^{-a\varphi t}$$

$$r_2 = re^{-a\varphi(t+dt)} = re^{-a\varphi t}(1 - a\varphi dt)$$

次に自由走行時間が  $t$  と  $t+dt$  との間にあるもの数を  $dr$  とすれば

$$dr = r_1 - r_2 = a\varphi re^{-a\varphi t} dt$$

上式を  $t$  について 0 より  $\infty$  まで積分すれば自由走行時間  $r$  の総数をうる。従つて高速車の全自由走行時間は

$$\int t dr = \int_0^{\infty} a\varphi r t e^{-a\varphi t} dt = \frac{r}{a\varphi}$$

ゆえに、平均自由走行時間  $T$  は次式で与えられる。

$$T = \frac{1}{a\varphi}$$

単位時間中に生ずる追い越し必要回数  $p$  は

$$p = \frac{1}{T} = a\varphi \dots\dots\dots (2)$$

1 km 走行する間に必要なる追い越し回数  $P$  は

$$P = \frac{a\varphi}{V} \dots\dots\dots (3)$$

で求められる。従つて  $\varphi$  の形がわかれば追い越し回数も決定できる。 $\varphi$  の値を次のようにして決定してみる。

$a_1$  台の低速車と  $a_2$  台の高速車が交通している道路で、ある高速車に乗つて追い越される低速車の車数を観測しているとすると、高速車は単位時間に  $V$  km 走行し、低速車は  $v$  km しか走行しないため高速車は単位時間の地上での低速車数の観測値よりも余計に追い越さねばならない。すなわち地上の静止

点で単位時間に  $a_1$  台の低速車が観測せられるときは、高速車中では  $(\mu-1)a_1$  台となつて観測せられるはずである。それが  $p$  に等しく、また  $a_1 = \psi a$  であるから

$$\psi(\mu-1)a = p \dots\dots\dots (4)$$

が成立する。厳密には追い越しに際して、追い越さずに後続する時間があり、 $p$  はこの値より減少するはずである。しかしあまり交通量の多くない所では式(4)は成立するものと考えられる。式(2)及び(4)より

$$\varphi = (\mu-1)\psi \dots\dots\dots (5)$$

がえられる。ゆえに自由走行時間  $t$  をもつ確率は次式(6)で与えられる。

$$f(t) = e^{-pt} = e^{-\varphi(\mu-1)at} \dots\dots\dots (6)$$

(4) 計算値と実測値との比較検討 計算に使用する諸数値は前述のとおりであるが、新しい値として  $\varphi$ 、 $T$ 、 $p$  の値を表-7に示す。

表-7

	10.30 ~ 11.30	11.30 ~ 12.30	13.30 ~ 14.30	14.30 ~ 15.30	15.30 ~ 16.30	16.30 ~ 17.30	17.30 ~ 18.30
$\varphi$	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28	0.28
T(sec)	156	198	148	181	176	172	164
$p$	23.0	18.2	24.3	19.9	20.4	21.0	21.9

表-8

	10.30 ~ 11.30	11.30 ~ 12.30	13.30 ~ 14.30	14.30 ~ 15.30	15.30 ~ 16.30	16.30 ~ 17.30	17.30 ~ 18.30
実測値	3.8	2.5	3.3	2.3	3.0	3.8	3.7
計算値	3.1	2.5	3.3	2.7	2.7	2.8	2.9

追い越し測定区間 6.6 km の片道走行中において生じ

た追い越し回数の実測値の平均値と計算より求めた追い越し回数とを示したのが表-8である。

この算出式は式(3)より、 $6.6 \times p/V = 0.134p$  である。

表-7の $p$ の値を用いて自由走行時間 $t$ をもつ確率を計算し、表-6の実測値と比較したのが図-3である。実測値を求めるのに用いられた資料数が少ないので、はつきりと式(6)に適合しているようにみえないが、自由走行時間 $t$ をもつ確率として式(6)を採用してもよいと思う。

4. 結 語

今度の追い越し実験からわかつたことは次のごとくである。

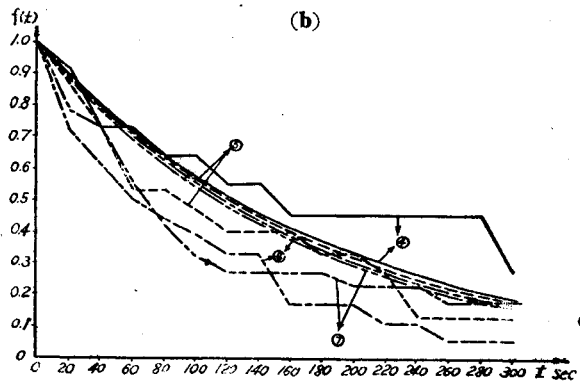
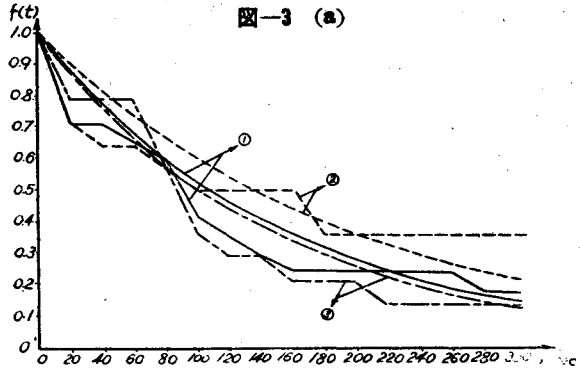
- 1) 二車線道路では追い越し確率の計算値と実測値に大差はない。
- 2) 速度分布を調べて $\psi$ の値をだしても、車の種類から $\psi$ の値をだしてもあまり変わらない。ただし高速車の速度を50 km/hとしている。
- 3) 追い越し所要時間と追い越し時の相対速度との間には特に関係は認められない。
- 4) 自由走行時間がある値以上となる確率を算出できる。

5) 単位時間内の追い越し回数が求められる。

6)  $\tau_v'$ ,  $\tau_v$ ,  $S+s$ の値及び実際の追い越し確率の値を知ることができた。

今後の研究により明らかにすべき諸点は次のごとくである。

- 1) 巾員が完全な二車線より小さいか、あるいは大きい道路及び三車線の追い越し確率を算出する方法。
- 2) さらに精密な実験により相対速度と $S+s$ ,  $\tau_v'$ の関係を明らかにすること。
- 3) 荷車、自転車、歩行者、道路路面の状態等の影響をいかに考慮するか。
- 4) 交通量の異なる別の二車線道路でも実験を行



い、さらに祭日等の特に交通量の変動するときに実測してみる。

なおこの実験を行うにあたり、建設省大津工事事務所長奥野多喜夫氏の絶大な御援助をえたこと、及び本研究は文部省科学研究費並びに建設省建設技術研究補助金による研究であることを付記して深謝の意を表す。

参考文献

- 1) 米谷栄二・佐々木綱：混合交通流における追い越しの確率と交通量算定法，土木学会誌 39巻 9号
- 2) 佐藤瑞穂：気体論 p. 190~195 (昭23) (昭.29.6.22)

土の力学における塑性の基本理論と三軸試験への適用 (要旨)

正員 工学博士 星 堃 和\*

A BASIC THEORY OF PLASTICITY IN SOIL MECHANICS AND ITS APPLICATION TO TRIAXIAL TEST RESULTS (ABSTRACT)

(JSCE Nov. 1954)

Dr. Eng., Kanō Hoshino, C.E. Member

土体が応力をうけて弾性から塑性を経て降伏するま

\* 東京大学教授，生産技術研究所

での力学的経過を統一的に説明できる理論を組み立ててみた。この理論はさきに発表した基礎理論(土木学

会論文集, 昭 24) をその後実施した三軸試験結果に照して改訂発展させたものである。

理論を組み立てるに当つてまず, 応力をうけている点において3主軸と等角をなす面に働らく直応力, 剪応力およびそれが第1主軸(σ<sub>1</sub>軸)の投影線となす角をそれぞれ σ<sub>m</sub>, τ<sub>m</sub>, ω とすると, 3主応力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_m + \sqrt{2} \cos \omega \cdot \tau_m \\ \sigma_2 &= \sigma_m + \sqrt{2} \cos \left( \frac{3\pi}{2} - \omega \right) \cdot \tau_m \\ \sigma_3 &= \sigma_m + \sqrt{2} \cos \left( \frac{3\pi}{2} + \omega \right) \cdot \tau_m \end{aligned} \right\} (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし } \sigma_m &= \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \\ \tau_m &= \frac{2}{3} \sqrt{\left( \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \right)^2 + \left( \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)^2} \\ \cos 3\omega &= \frac{\sqrt{2}}{\tau_m^3} (\sigma_1 - \sigma_m)(\sigma_2 - \sigma_m)(\sigma_3 - \sigma_m) \end{aligned} \right\} (2)$$

これに対し主歪の変化は

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\epsilon_1}{1-\epsilon_1} (\doteq d\epsilon_1) &= \frac{d\sigma_m}{3V} + \sqrt{2} \cos \omega \frac{d\tau_m}{3U} \\ \frac{d\epsilon_2}{1-\epsilon_2} (\doteq d\epsilon_2) &= \frac{d\sigma_m}{3V} + \sqrt{2} \cos \left( \frac{2\pi}{3} - \omega \right) \cdot \frac{d\tau_m}{3U} \\ \frac{d\epsilon_3}{1-\epsilon_3} (\doteq d\epsilon_3) &= \frac{d\sigma_m}{3V} + \sqrt{2} \cos \left( \frac{2\pi}{3} + \omega \right) \cdot \frac{d\tau_m}{3U} \end{aligned} \right\} (3)$$

式中の V, U はそれぞれ直応力と剪応力に対する変形係数で, その初期値を V<sub>0</sub>, U<sub>0</sub> とし, かつ

$$U_0 = \mu^2 V_0 \dots\dots\dots (4)$$

とおけば, 弾性常数との間に次の関係がある。

$$V_0 = \frac{E}{3(1-2\nu)}, U_0 = \frac{E}{3(1+\nu)}, \mu^2 = \frac{1-2\nu}{1+\nu} \dots\dots\dots (5)$$

ここに E は弾性係数, ν はポアソン比である。

上の応力と歪の表現を用いるとエネルギーの変化は

$$dA = \frac{\sigma_m}{V} d\sigma_m + \frac{\tau_m}{U} d\tau_m \dots\dots\dots (6)$$

塑性の基本理論は次のように組み立てられる。

1) 純粹(静水)圧縮: σ<sub>1</sub>=σ<sub>2</sub>=σ<sub>3</sub>=σ<sub>m</sub>, τ<sub>m</sub>=0 であるから dA<sub>N</sub>= $\frac{\sigma_m}{V} d\sigma_m$  において V の A<sub>N</sub> と仮定し, σ<sub>m</sub> の初期値を σ<sub>0</sub> とし

$$A_N = \frac{\sigma_0}{V_0} \sigma_m, V = \frac{V_0}{\sigma_0} \sigma_m \dots\dots\dots (7)$$

2) 純粹剪断: σ<sub>m</sub>=const. であるから

$$dA_S = \frac{\tau_m}{U} d\tau_m \text{ において, } U \text{ の } A_R - A_S \text{ かつ}$$

A<sub>R</sub>=λ<sup>2</sup>A<sub>N</sub>=λ<sup>2</sup> $\frac{\sigma_0}{V_0}$ σ<sub>m</sub> と仮定して次の関係を得た。

$$\left. \begin{aligned} A_S &= \frac{\lambda}{\mu} \frac{\sigma_0}{V_0} \left\{ \lambda \mu \sigma_m - \sqrt{(\lambda \mu \sigma_m)^2 - \tau_m^2} \right\} \\ U &= \frac{\mu V_0}{\lambda \sigma_0} \sqrt{(\lambda \mu \sigma_m)^2 - \tau_m^2} \end{aligned} \right\} (8)$$

3) 圧縮と剪断が同時に起こる場合:

$$A = A_N + A_S = \frac{\sigma_0}{V_0} \left\{ (1 + \lambda^2) \sigma_m - \frac{\lambda}{\mu} \sqrt{(\lambda \mu \sigma_m)^2 - \tau_m^2} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

と仮定し, 式(6)とくらべて次の関係をえた。

$$\left. \begin{aligned} V &= \frac{V_0}{\sigma_0} \frac{\sigma_m \sqrt{(\lambda \mu \sigma_m)^2 - \tau_m^2}}{(1 + \lambda^2) \sqrt{(\lambda \mu \sigma_m)^2 - \tau_m^2} - \lambda^2 \mu \sigma_m} \\ U &= \frac{V_0}{\sigma_0} \frac{\mu}{\lambda} \sqrt{(\lambda \mu \sigma_m)^2 - \tau_m^2} \end{aligned} \right\} (10)$$

式(10)を用いると応力条件が与えられれば, 応力と歪の関係を求めることができる。極限における降伏条件は

$$\tau_m = \lambda \mu \sigma_m \dots\dots\dots (11)$$

で与えられ, 横軸に σ<sub>m</sub> を, これに直交する放射方向に τ<sub>m</sub> をとり, その方向角を ω とすれば, 降伏条件式(11)は円錐面となり, その半頂角を ψ とすると

$$\tan \psi = \lambda \mu \dots\dots\dots (12)$$

は土の常数で, ψ は真の内部摩擦角と考えることができよう。

次にこの基本理論を適用して, 純粹圧縮による体積変化度, 純粹剪断による剪断歪, 側圧を一定としたときの三軸圧縮による体積変化度, 剪断歪および降伏応力, 一軸圧縮における応力曲線の接線係数, 拡張された意味でのポアソン比の変化を求めた。また歪条件が与えられた場合の一例として側方への移動を許さない場合の圧密曲線を求め, 静土圧係数の算式を導いた。

終りにこの理論を三軸試験(圧密排水型)の結果に適用して, 実際に土の力学常数を決定した。その順序は 1) 一定側圧 σ<sub>L</sub> に対し極限上下圧 σ<sub>v,f</sub> を実測し, 3個以上の異なる側圧に対して両者の関係をプロットすると直線をうる。この直線から内部圧応力 σ<sub>0</sub> と内部摩擦角 tan ψ = λμ = √2α を決定できる。

2) 側圧 σ<sub>L</sub> をあげてゆくときの体積変化度 e を測定し, ξ = σ<sub>L</sub>/3σ<sub>0</sub> を計算して φ = c<sub>n</sub>(1+ξ) に対して e をプロットすると直線をうるから  $\frac{\sigma_0}{V_0} = \left( \frac{e}{\phi} \right)$  が決定できる。

3) 剪断による応力と歪の関係から λ を決定する。まず ξ =  $\frac{\sigma_U}{3(\sigma_0 + \sigma_L)}$ , ψ =  $\frac{1}{\sqrt{1 + \alpha^2}} \left\{ \sin^{-1} \alpha - \sin^{-1} \left( \alpha - \frac{1 - \alpha^2}{\alpha} \xi \right) \right\}$  を計算し, 上下方向歪 ε<sub>v</sub> と体積変化度 e<sub>s</sub> の実測値から剪断歪 d = (3ε<sub>v</sub> + e<sub>s</sub>)/√2 を求め, ψ に対して d をプロットすると直線をうるから

$$\lambda^2 = \tan \psi \times \left( \frac{d}{\psi} \right) / \left( \frac{e}{\phi} \right) \text{ が決定できる。}$$

この方法は二, 三の例外を除き実験結果によく適合することがわかつた。

[ 本文は 11 月末日土木学会論文集 21 号とし て刊行の予定であり, 本号に要旨を紹介した。 ]