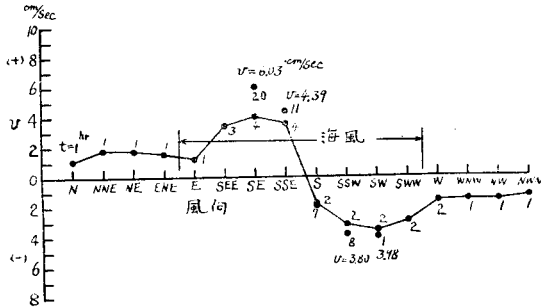


図-20 Putnam's Formula による最大沿岸流速

(+) EよりWに向う流れ
(-) WよりEに向う流れ



参考文献

- 1) 真嶋恭雄：苫小牧海岸の沿岸流について，北海道土木試験所彙報 第5号，昭和27年3月
- 2) H.U. Sverdrup and W.H. Munk: Wind, Sea and Swell; Theory of relation for Forecasting. March, 1947
- 3) J.A. Putnam, W.H. Munk and M.A. Traylor: The prediction of long shore current. Trans. A. Geophy. Union, Vol. 30, No. 3, June 1949.

(昭.29.3.18)

堆積粒子の転動に関する一考察

正員 木村春彦*
大内正夫**

A NOTE ON TRACTION OF SEDIMENT PARTICLES

(JSCE Aug. 1954)

Haruhiko Kimura, C.E. Member, Masao Ōuchi

Synopsis In order to learn the transportation of sand and pebble grains, the authors considered theoretically the critical traction velocity of sediment grains, to begin with, and made clear the following:

A critical condition of the traction of grains is expressed by the relationship between the grain size d and the proper velocity v_p of the current which acts directly on a grain on the bottom. Namely, the v_p is given as follows:

$$v_p \propto d^n \quad (n=1/2 \sim 2)$$

where n is a numerical constant depending on Reynolds number.

要旨 砂礫の運搬堆積機構を解明するため，まず堆積粒子の転動限界流速をとりあげてその理論的考察を行い，次の結果を得た。

すなわち堆積粒子の転動の条件は粒度 d とその粒子に直接作用する部分の流速との関係によつてはじめて明確に知ることができるもので，この場合における転動限界流速 v_p は次のごとく現わされる。

$$v_p \propto d^n$$

ただし n は Reynolds 数の特定範囲ごとに定まる定数で $2 \sim 1/2$ の値をとる。

1. 緒言

流水によつて絶えず運搬される砂泥粒子のために，水底に堆積物が形成されるとともに一方では浸食が行われ，その結果として河川の欠損・氾濫およびダムや

港湾の埋没等のごとき種々の水害も引き起されるわけである。したがつて地層の生成過程を知るためにも，また水害予防の立場からも，堆積物の運搬機構を知ることがきわめて重要である。しかしながらそれらの運搬機構が複雑であるためその基礎的な定説すら確立されていない状態である。堆積物の運搬型としては，転動・躍動・浮動等の各種の方法があるが，これらの型はいづれも主として粒度と流速の関係によつて決定される。われわれはこれらのことを解明する基礎的な問題の一つとして，まず堆積粒子の転動をとりあげて考察した。

転動には特に縦（垂直）流速の分布が密接に関係するが，その精密な測定は相当困難で，普通の流速計による方法，あるいはこれに代る間接測定法等においても，転動粒子に直接作用する底面に近接した部分の縦流速分布を期待する精度で簡単に知ることはできない

* 京都学芸大学助教授，地学教室

** 同 助手，地学教室

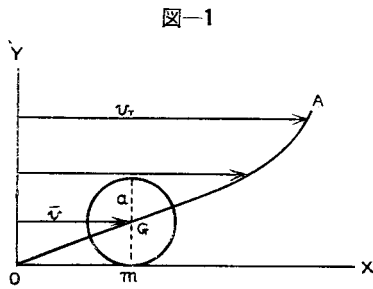
ようである。最近 Bagnold は1個の砂粒子の附近の流速を測定する流速計を考案したが、その実験結果にはまだ接しない。いづれにしても実測による精度には限度が存在するので、ある程度理論で補正されねばならない現状である。

これらの問題に対して正確な結論を得るために、われわれは堆積粒子の転動がいかなる流速で開始されるか、またその流速は粒径といかなる関係をもっているか等を流体力学的に考察した。その結果新しい説明がえられたので以下に報告する。

2. 縦流速分布と平均流速

条件の簡単な場合、すなわち平板の表面に沿うて一様な速度で流れている層流定常流中に球形粒子が静止しているとき、その粒子に直接働らく流速を考える。

いま図一1のごとく平板に固定されている直角座標 x, y をとり、平板から充分上方にはなれている



流れの速度を v_r とすると、この場合の縦流速分布は粘性の影響によって同図のごとき曲線 OGA を示し、流速は平板上に静止している球形粒子 m の下端では0で、その上端に近づくに従って増大する。

m の半径を a 、その各点に対する流速を v 、 m の中心 G を通り流れの方向に垂直な断面積を S 、その面要素を d_s とすれば、 m に対する平均流速 \bar{v} は次の式で表わされる。

$$\bar{v} = \frac{\int_s v d_s}{\int_s d_s} \dots\dots\dots(1)$$

この場合、 v は y の関数であらわされ、水深に較べて m があまり大きくないときは、流速勾配の変化がほとんどないとみなしてさしつかえないから、上記の関係は y の1次式であらわされる。すなわち

$$v = \theta y + v_0 \dots\dots\dots(2)$$

ここに θ は速度勾配、 v_0 は $y=0$ における流速で $v_0 = 0$ とおけるから

$$v = \theta y \dots\dots\dots(3)$$

$$\therefore \bar{v} = \frac{1}{2a} \int_0^{2a} \left\{ \int_s \theta y d_s \right\} dy \int_s d_s = \theta a \dots\dots\dots(4)$$

したがって m に対する平均流速は G における流速に等しい。すなわち水深に較べて粒子があまり大きな

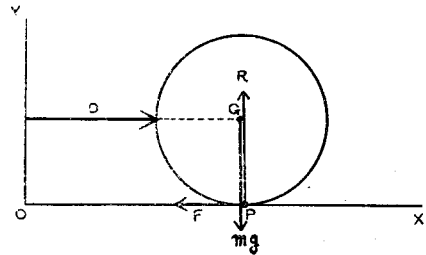
いときは、粒子に対する平均縦流速はその中心における流速で代表し得る。

3. 転動限界流速

水平な平板上に接近した部分において、一様な速度勾配で流れている流水中に球形粒子 m を置いたとき、 m が転動を開始する条件を考える。

いま図-2のごとき x, y 座標軸をとれば、 m に働らく力は、流水によつて m が受ける抗力(衝力) D 、重心 G における重力 mg 、 m と底面の接触点 P における鉛直抗力 R および静摩擦力 F である。この場合抗力 D は m の部分の流速分布に対応して働らくが、 m

図-2



に対する流速は前述のごとく平均縦流速すなわち m の中心の流速で代表し得るから、重心 G の運動方程式は次のようになる。

$$m\ddot{x} = D - F \dots\dots\dots(5)$$

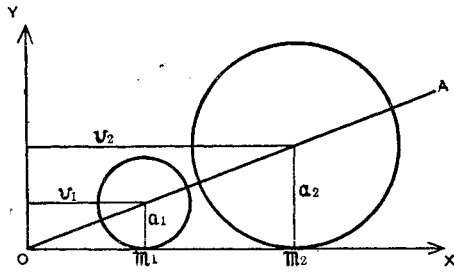
$$m\ddot{y} = R - mg \dots\dots\dots(6)$$

ただし $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$ で時間 t に関する2回微分すなわち加速度を表わす。この条件のほかにも重心のまわりの回運動転動が考えられるが、これは平衡状態が破れてから、つまり m が転動限界流速を越えて運動を開始してから後の問題であるから、上記の場合には考慮しなくてもよいわけである。

さて(5)において $D - F = 0$ のときは $m\ddot{x} = 0$ で、 $x = \text{const} = 0$ のとき D が働らいても D と F とは釣合の状態にある。すなわち m は運動を開始するに至らない。このとき D にどれほど小なる力 ϵ を加えても $D - F > 0$ すなわち $m\ddot{x} > 0$ となるから、平衡は破れて m は流れの方向に動き出す。以下ちようどこのときの流速を固有限界流速 v_p であらわす。

つぎに粒径の大小による転動開始の難易を考える。いま図-3のごとく粒度の異なる2個の球形粒子 m_1, m_2 がそれぞれ半径 a_1, a_2 、密度 σ_1, σ_2 を有し、密度 ρ なる流水中にあるとき、その底面附近の縦流速分布が直線 OA であらわされるとし、 m_1, m_2 に対する平均流速すなわち m_1, m_2 の中心における流速をそれぞれ v_1, v_2 、 m_1, m_2 の受ける抗力をそれぞれ D_1, D_2 、 $m_1,$

図-3



m_2 と底面との静摩擦力をそれぞれ F_1, F_2 , これらの静摩擦係数を f とすれば, (5), (6) より

$$F_1 = fR_1 = fm_1g \dots\dots\dots(7)$$

また

$$m_1 = \frac{4}{3}\pi a_1^3(\sigma - \rho) \dots\dots\dots(8)$$

$$\therefore F_1 = \frac{4}{3}f\pi a_1^3(\sigma - \rho)g \dots\dots\dots(9)$$

同様にして

$$F_2 = \frac{4}{3}f\pi a_2^3(\sigma - \rho)g \dots\dots\dots(10)$$

いま $a_1 < a_2$ のとき, $a_2 = na_1$ とすれば, F_1 と F_2 の比は

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{a_1^3}{n^3 a_1^3} = \frac{1}{n^3} \dots\dots\dots(11)$$

ゆえに粒径が n 倍増加すればその静摩擦力は n^3 倍に増加する。

一方流水によつて m_1, m_2 の受ける抗力 D_1, D_2 は, 一般に次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= ca_1^\alpha v_1^\beta \\ D_2 &= ca_2^\alpha v_2^\beta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

ここに指数 α, β は任意の数ととりうるもので, c は流水の性質をあらわす常数である。

いま上述の条件すなわち速度勾配が一定で, $a_2 = na_1$ ならば, $v_2 = nv_1$ となるから D_1 と D_2 の比は

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{a_1^\alpha v_1^\beta}{a_2^\alpha v_2^\beta} = \frac{a_1^\alpha v_1^\beta}{(na_1)^\alpha (nv_1)^\beta} = \frac{1}{n^{\alpha+\beta}} \dots\dots\dots(13)$$

ところで D の値は Reynolds 数の小さい場合は Stokes により, その大きい場合は Newton によつて理論的に求められているが, それらの中間の場合の D の値は Allen, Kármán 等の実験式によつて求められている。この場合粒子および流体の性質が一定ならばこれらの式は次のごとくあらわせる。

$$\left. \begin{aligned} \text{Stokes の法則} & D \propto av \\ \text{Allen の法則} & D \propto a^{1.5} v^{1.5} \\ \text{Kármán の法則} & D \propto a^{1.5} v^{1.8} \\ \text{Newton の法則} & D \propto a^2 v^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

鶴見¹⁾(1932) は沈降速度の精密な実験から, 水温 25°C における前記のそれぞれの法則の適用範囲を次のごと

く示した。ただし R_e は Reynolds 数, d は粒子の直径を示す。

Stokes の法則 $R_e < 4.5$ ($d < 0.15 \text{ mm}$)

Allen の法則 $4.5 < R_e < 300$ ($0.15 < d < 1.1 \text{ mm}$)

Kármán の法則 $300 < R_e < 3200$ ($1.1 < d < 5.8 \text{ mm}$)

Newton の法則 $3200 < R_e$ ($5.8 < d \text{ mm}$)

これらの法則の適用範囲ごとに D_1 と D_2 との比を (14) と (13) より求めると, それぞれ次のごとくなる。

$$\left. \begin{aligned} D_1/D_2 &= \frac{1}{n^2} \\ D_1/D_2 &= \frac{1}{n^3} \\ D_1/D_2 &= \frac{1}{n^{3.6}} \\ D_1/D_2 &= \frac{1}{n^4} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

(11) と (15) からわかるように粒径が n 倍増せば静摩擦力は常に n^3 倍増すが, 抗力は R_e (この場合は d) によつて異なり, $R_e < 4.5$ においては n^2 倍, $4.5 < R_e < 300$ では n^3 倍, $300 < R_e < 3200$ では $n^{3.6}$ 倍, $3200 < R_e$ では n^4 倍となる。

それゆえ 25°C では $d < 0.15 \text{ mm}$ の範囲では, 小さな粒径を有する m_1 の方が大なる粒径を有する m_2 より小さな流速で転動を開始し, $0.15 < d < 1.1$ の範囲では m_1 と m_2 粒子は同流速で転動を開始し, $d > 1.1$ の範囲では m_1 の方が m_2 より大きな流速で転動を開始する。

4. 固有限界流速の検討

以上は転動開始の固有限界流速について述べたのであるが, 一度転動を開始した粒子が流速が減じて停止(堆積)する場合についても, 転動開始の場合と同様の結論が理論的にみちびかれる。すなわちこの場合の条件は静摩擦力を動摩擦力におきかえて考えればよいわけで, 動摩擦係数も R_e に無関係であるから, 流速が変化しても静摩擦力と同形の式であたえられる。ただし動摩擦力は静摩擦力より小さいから, 転動開始時における v_p より静止するときの v_p の方で小さいことが容易に了解される。

なお本研究では片方をできるだけ簡単にして考察したが, 実際には水路の傾斜の影響や非対称的縦流速分布および乱流によつて生ずる揚力の影響も考えられる。しかしながら v_p においてはこれらの影響は小さいらしく, 筆者の一人木村の実験的研究によつて, 本研究の結果が相対的にはよくあてはまることが実証されている^{2), 3), 4)}。ただし Reynolds 数が相当大きい場合すなわち乱流がはげしい場合や, 水深にくらべて粒径が相当大きい場合(たとえば溪流や汀線)では, 底

面附近といえども速度勾配が急変するので、粗粒子の固有限界流速は前記の理論で予期される関係よりやや大きい値をとり、かつ各抵抗法則に対応する限界粒度も変化することが考慮されなければならない。

5. 結 語

以上の考察は堆積物の粒度分布およびその不連続性を規定する要因として重要であり、Stokes の法則より Newton の法則に至る抵抗法則の変化に応じて粒子転動の様相を異にすることが本研究によつてはじめて理論的に明らかにされたものと考えられる。したがつてこのことは堆積物の粒度分布を取扱う場合に注意しなければならない問題である。

6. 結 言

この研究に関して御懇切に御指導をいただいた京大防災研究所長速永頌一郎氏に深く感謝する次第である。なお本研究は交通部科学研究費の一部によつた。

参 考 文 献

- 1) 鶴見一之(1932): 沈降速度の理論および実験, 土木学会誌, Vol. 18, No. 10, pp. 1059~1094
- 2) 木村春彦(1953): 堆積機構の基礎的研究 (その1), 地質学雑誌, 59 卷, 699 号, p. 43-45.
- 3) 木村春彦(1953): 堆積粒子の運動と底流速の関係について, 地質学雑誌, Vol. LIX, No. 694, pp. 327~328 (要旨)
- 4) 木村春彦(1954): 堆積機構の基礎的研究 (その2), 地質学雑誌, Vol. 60, No. 701
- 5) Rouse, Hunter: Engineering Hydraulics New York, 1950 (昭.29.3.2)

土木学会刊行物

土木工學論文抄録 第3集	A 4判 230頁	実費 500円	(送料 60円)
" 第4集	A 4判 173頁	" 450円	(" 60円)
土木学会論文集 第3号	B 5判 183頁	" 160円	(" 30円)
" 第4号	B 5判 134頁	" 200円	(" 30円)
" 第5号	B 5判 140頁	" 250円	(" 30円)
" 第6号	B 5判 140頁	" 250円	(" 30円)
" 第9号 (小西博士)	B 5判 9頁	" 20円	(" 10円)
" 第10号 (岡本博士・久保慶三郎)	B 5判 18頁	" 40円	(" 10円)
" 第11号 (林 泰造)	B 5判 11頁 (英文)	" 50円	(" 10円)
" 第12号 (沼田・丸安・黒崎)	B 5判 26頁	" 60円	(" 10円)
" 第14号	B 5判 54頁	" 120円	(" 10円)
" 第15号 (結城博士)	B 5判 9頁 (英文)	" 60円	(" 10円)
" 第16号	B 5判 66頁	" 120円	(" 10円)
" 第17号 (猪股俊司)	B 5判 90頁	" 250円	(" 20円)
" 第18号	B 5判 66頁	" 120円	(" 10円)
" 第19号	B 5判 58頁	" 120円	(" 10円)
" 第20号 (広長・八島・坂野)	B 5判 40頁	" 150円	(" 10円)
コンクリート標準示方書 (昭和26年度)	B 6判 266頁	" 180円	(" 30円)
コンクリート標準示方書解説	B 5判 167頁	" 300円	(" 30円)
最新土質工學	B 5判 138頁	会員特価240円	(" 30円)
土木製図基準 (I)	B 5判 46頁	実費 150円	(" 30円)
第6回年次学術講演会講演概要	B 5判 100頁	" 200円	(" 30円)
第7回	B 5判 120頁	" 150円	(" 20円)
第8回	B 5判 103頁	会員特価100円	(" 20円)
第9回	B 5判 115頁	実費 200円	(" 20円)
第10回	B 5判 140頁	" 150円	(送料共)
昭和26年 夏季講習会パンフレット	B 5判 66頁	" 150円	(")
I コンクリートとダム	B 5判 92頁	会員特価120円	(")
II 橋 梁	B 5判 176頁	実費 200円	(")
昭和27年 夏季講習会パンフレット	B 5判 190頁	会員特価150円	(")
建設機械化	B 5判 130頁	実費 300円	(送料 30円)
昭和28年 夏季講習会パンフレット	B 5判 190頁	" 300円	(" 30円)
プレストレストコンクリートと構造力学	B 5判 130頁	" 300円	(" 30円)
昭和29年 夏季講習会パンフレット	A 5判 472頁	" 200円	(" 45円)
新材料と新工法	B 6判 416頁	会員特価100円	(" 35円)
昭和28年度土木学会名簿		実費 315円	(")
学術用語集 土木工學篇			

土木学会

東京都千代田区大手町2丁目4番地
振替・東京 16828・電話 (20) 3945・4078