＝95.21

であり他も同じ。

参 考 文 献

1) C. E. Wuerpel : "Laboratory Studies of Concrete Containing Air-Entraining Ad mixtures," ACI Journal, Proc. V. 42, pp. 305～359, Feb. 1946
2) E. Hognestad and C. P. Siess : "Effect of Entrained Air on Bond Between Concrete and Reinforcing Steel", ACI Journal, Proc. V. 46, pp. 649～667, Apr. 1950
3) ASTM : "Air-Entraining admixtures for Concrete (C 233-50 T)", 1950 Supplement to Book of ASTM Standards, Part 3, p. 186
4) A.P. Clark : "Bond of Concrete Reinforcing Bars", ACI Journal, Proc. V. 46, pp. 161～184, Nov. 1949
5) 応用力学会編・応用統計学 北川敏男：実験計画法の統計理論への序説，pp. 5•28～34，昭.26

(昭.28.11.12)

箱桁を応用した橋梁構造とその一計算法について*

正員 星 治 雄**

ON ONE CALCULATION METHOD OF BOX BEAM APPLIED TO THE BRIDGE MAIN BEAM

(JSCE May 1954)

Haruo Hoshi, C.E. Member

Synopsis The highway bridge structure have made great progress in recent years in foreign countries. This was made mainly by (i) advancement and use of high tensile steels and light weight metals (ii) improvement of bridge floor system (iii) improvement of bridge main beam and use of box beam (iv) welded bridge. This paper states the structural merits of bridge box beam and proposes one calculation method for the bridge box beam.

要旨 最近諸外国における道路橋構造はいちじるしい進歩をとげつつある。これは (i) 高張力鋼及び軽合金の利用 (ii) 橋床構造の改善 (iii) 橋梁主桁の改良並びに箱桁構造の応用 (iv) 溶接橋等が綜合的に成果したものである。本文ではこのうち特に箱桁構造について述べ，かつその一計算法を示したものである。計算法として用いたものは著者前著における変形法による格子構造の解法を準用し[1]，これを簡単な例題について数値計算を行つた。

1. 箱 桁 構 造

従来橋梁構造として採用せられてきたものは，ほとんどすべてが平面構造の立体的組合せである。縦桁，横桁，主桁はそれぞれ結合せられて立体構造の橋梁を形成するが，その設計計算には立体的要素が加味せられない。他方橋梁構造各部について，成岡，大村両氏の歪測定結果によれば[2]，現在採用せられているような橋梁構造でも，その取付構造により，ある程度は立体的に力の配分が行われていることが確認されている。しかしこれは実験に用いた試験荷重程度の外力に対するものであつて，さらに大きい荷重，または破壊の近くにおいては，その立体的結合が破れて，本来の平面構造の組合せにもどるはずである。換言すれば，わが国現行の橋梁構造では，たとえ応力測定の結果，立体構造的力の配分が確認されても，これはその試験荷重程度の外力に対するものであつて，設計荷重ないし破壊荷重の附近では，やはり平面構造としての力の配分に帰することになる。

他方構造物の安全性，経済的設計の点から考えて，外力に抵抗するために立体構造が必要ならば，すなおに立体的に応力が分布する構造を考えるべきである。前に述べたとおり，現行の平面構造の組合せから期待できる立体的力の配分は，終局的のものであり得ない。このように考えるとき，立体構造は立体的外力に対して力学的に有効であるが，その力学的解析において簡潔明確なものが最も望ましい。これらの条件を満足するものが箱桁構造を用いた橋梁構造である。これは安全性の点からいつても，平面構造では最終力材と

* 土木学会中部支部・昭和 28 年度研究発表会（金沢）において一部発表

** 岐阜市立工業高等学校長

して1本の主桁に依頼するのに比し，箱桁では立体的な力の流れによつて，1箇所の破壊が致命的とならない。また箱桁の捩り剛性，横荷重に対する抵抗力が，平面構造の主桁に比し数等すぐれていることから，箱桁を主桁に採用することにより，床構造の簡易化が可能になり，全体の構造の簡易化に大いに役立つものである。

このような利点により，戦後箱桁を主桁に用いた橋梁構造が各国で見られるようになつた。例えば，米国 North Bend 橋[3]，ドイツ　ライン河橋梁 Düsseldorf-Neuss[3]，Köln-Deutz[3]，Bürgermeister-Smidt[4] 等の諸橋はこの例である。

次に以上のように，橋梁の経済的設計として，ぜひ採用すべき箱桁を主桁とした橋梁構造の静力学的解析を試みた。

2. 解　法

さきに著者の提示した方法[1] では節点に作用する固定荷重のみを取扱つた。それで荷重状態が異なつてくると，また別の釣合条件式を立てて，それを解かなければならないから，荷重が移動する場合にはそのままでは実用にならない。

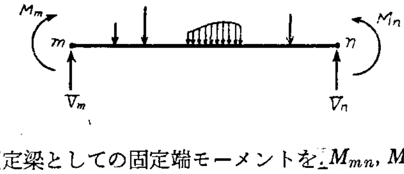
いま釣合条件式の一般形を

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}x_1+a_{12}x_2+\cdots\cdots+a_{1n}x_n=b_1 \\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\cdots\cdots+a_{2n}x_n=b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1+a_{n2}x_2+\cdots\cdots+a_{nn}x_n=b_n \end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots(1)$$

とすると，左辺の各係数は格子の形状，寸法，部材断面等に関する構造物の性状項であり，右辺は荷重にのみ関係する項である。以上の事実に注目すれば，単位荷重を適宜の点に作用せしめて，影響線を簡単に作成することができる。

(1) 中間荷重の取扱い　**図—1** のように任意の中間荷重が作用する場合，m，n 両端を固定するのに必要な力及びモーメントをそれぞれ V_m, M_m 及び V_n, M_n とする。

図—1



固定梁としての固定端モーメントを M_{mn}, M_{nm} とすれば

$$M_m=M_{mn},\ M_n=-M_{nm}$$

である。以上の拘束に作用するモーメントは次のように示すことができる。

$$\begin{aligned} M_{xm}&=-\alpha\cdot M_m=-\alpha\cdot M_{mn} \\ M_{ym}&=\ \ \beta\cdot M_m=\ \ \beta\cdot M_{mn} \\ M_{xn}&=\ \ \alpha\cdot M_n=-\alpha\cdot M_{nm} \\ M_{yn}&=-\beta\cdot M_n=\ \ \beta\cdot M_{nm} \end{aligned}$$

ただし α, β は部材 mn が x 軸から時計方向に角 ϕ をなすとき，$\alpha=\sin\phi$, $\beta=\cos\phi$ を示す。

以上から 1つの節点 m に集まる各部材に中間荷重が作用するとき，その節点を固定するためには，点mの拘束に次のような力及びモーメントを作用させる必要がある。

$$\begin{aligned} &\Sigma V_m \\ &\Sigma M_{xm}=-\Sigma\alpha\cdot M_{mn} \\ &\Sigma M_{ym}=\ \ \Sigma\beta\cdot M_{mn} \end{aligned}$$

実際には固定されていないのであるから，節点mの拘束を解除するには

$$\begin{aligned} P_z&=-\Sigma V_m \\ M_x&=-\Sigma M_{xm}=\ \ \Sigma\alpha\cdot M_{mn} \\ M_y&=-\Sigma M_{ym}=-\Sigma\beta\cdot M_{mn} \end{aligned}$$

なる力及びモーメントを拘束に加えればよい。ここで V_m 及び M_{mn} は両端固定梁の支点反力及び固定端モーメントであるから，荷重に応じて容易に求めることができる。

以上のようにして中間荷重を節点に作用する力及びモーメントに置きかえる[5]。

(2) 影響線　各節点における未知量 δ,θ_x,θ_y 等[1]の影響線を求めるために次のように考える。任意の位置に単位荷重が作用する場合，その位置に応じて各節点ごとに釣合条件式が成立するが，これら一連の釣合条件式すなわち連立1次方程式の解は各節点に単位荷重が作用するときの解から誘導することができる。

任意の位置に荷重が作用する場合の各節点ごとの釣合条件式による連立1次方程式は式 (1) の形で示される（この場合未知数は δ_i, θ_{xi}, θ_{yi} 等であるが説明の便宜上一括して x_i とした)。いま単位荷重が 1 つの節点に作用したときは式 (1) において

$$\left.\begin{array}{ll} b_1=1,\ b_2=b_3=\cdots\cdots=b_n &=0\ \ \text{i)} \\ b_2=1,\ b_1=b_3=\cdots\cdots=b_n &=0\ \ \text{ii)} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \\ b_n=1,\ b_1=b_2=\cdots\cdots=b_{n-1} &=0\ \ n) \end{array}\right\}\cdots\cdots(2)$$

のどれかで表現できる。これらの場合の解から式 (1) の解を誘導する。

式 (1) の解は行列式によれば

$$x_1=\frac{[b_1a_{22}\cdots\cdots a_{nn}]}{[a_{11}a_{22}\cdots\cdots a_{nn}]},\quad x_2=\frac{[a_{11}b_2\cdots\cdots a_{nn}]}{[a_{11}a_{22}\cdots\cdots a_{nn}]},\ \cdots$$

$$\cdots\cdots x_n=\frac{[a_{11}a_{22}\cdots\cdots b_n]}{[a_{11}a_{22}\cdots\cdots a_{nn}]}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

である。いま

$$\left.\begin{array}{l}
[a_{11}a_{22}\cdots\cdots a_{nn}]=\varDelta \\
[b_1a_{22}\cdots\cdots a_{nn}]=\varDelta_{b1},[a_{11}b_2\cdots\cdots a_{nn}]=\varDelta_{b2} \\
\quad\cdots\cdots[a_{11}a_{22}\cdots\cdots b_n]=\varDelta_{bn} \\
\text{式 (2) i) の場合の } \varDelta_{b1} \text{ を } \varDelta_{11}, \varDelta_{b2} \text{ を } \varDelta_{12}, \\
\qquad\qquad\cdots\cdots\varDelta_{bn} \text{ を } \varDelta_{1n} \\
\qquad\quad\text{ii) の場合の } \varDelta_{b1} \text{ を } \varDelta_{21}, \varDelta_{b2} \text{ を } \varDelta_{22}, \\
\qquad\qquad\cdots\cdots\varDelta_{bn} \text{ を } \varDelta_{2n} \\
\qquad\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\left(\begin{array}{l} a_{ik} \text{ の位置の } b_i=1 \text{ のとき } \varDelta_{ik} \\ a_{ki} \text{ の位置の } b_k=1 \text{ のとき } \varDelta_{ki}\end{array}\right)
\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

とすれば

$$\left.\begin{array}{l}
\varDelta_{b1}=b_1\varDelta_{11}+b_2\varDelta_{21}+\cdots\cdots+b_n\varDelta_{n1} \\
\varDelta_{b2}=b_1\varDelta_{12}+b_2\varDelta_{22}+\cdots\cdots+b_n\varDelta_{n2} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
\varDelta_{bn}=b_1\varDelta_{1n}+b_2\varDelta_{2n}+\cdots\cdots+b_n\varDelta_{nn}
\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots(5)$$

となる。ところで式 (2) のおのおのの場合の根を何等かの方法[6]で求めて，それらをそれぞれ式 (1) i) の場合に対して $x_1^{(1)}$, $x_2^{(1)}\cdots\cdots x_n^{(1)}$, ii) の場合に対して $x_1^{(2)}$, $x_2^{(2)},\cdots\cdots x_n^{(2)}\cdots\cdots\cdots\cdots$等とすれば

$$\left.\begin{array}{l}
x_1^{(1)}=\dfrac{\varDelta_{11}}{\varDelta},\quad x_2^{(1)}=\dfrac{\varDelta_{12}}{\varDelta},\cdots\cdots x_n^{(1)}=\dfrac{\varDelta_{1n}}{\varDelta} \\
x_1^{(2)}=\dfrac{\varDelta_{21}}{\varDelta},\quad x_2^{(2)}=\dfrac{\varDelta_{22}}{\varDelta},\cdots\cdots x_n^{(2)}=\dfrac{\varDelta_{2n}}{\varDelta} \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
x_1^{(n)}=\dfrac{\varDelta_{n1}}{\varDelta},\quad x_2^{(n)}=\dfrac{\varDelta_{n2}}{\varDelta},\cdots\cdots x_n^{(n)}=\dfrac{\varDelta_{nn}}{\varDelta}
\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

であるから

$$\left.\begin{array}{l}
x_1=\dfrac{\varDelta_{b1}}{\varDelta}=\dfrac{b_1\varDelta_{11}+b_2\varDelta_{21}+\cdots\cdots+b_n\varDelta_{n1}}{\varDelta} \\
\qquad=\dfrac{b_1x_1^{(1)}\varDelta+b_2x_1^{(2)}\varDelta+\cdots\cdots+b_nx_1^{(n)}\varDelta}{\varDelta} \\
\qquad=b_1x_1^{(1)}+b_2x_1^{(2)}+\cdots\cdots+b_nx_1^{(n)} \\
x_2=\dfrac{\varDelta_{b2}}{\varDelta}=b_1x_2^{(1)}+b_2x_2^{(2)}+\cdots\cdots+b_nx_2^{(n)} \\
\qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
x_n=\dfrac{\varDelta_{bn}}{\varDelta}=b_1x_n^{(1)}+b_2x_n^{(2)}+\cdots\cdots+b_nx_n^{(n)}
\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

すなわち式 (1) の解を誘導することができた。

以上のようにして適宜の位置に単位荷重を作用させて，その場合の δ, θ_x, θ_y 等の未知量を求め，これらを結べば影響線を求めることができる。

ここで注目すべき点は

i)　格子構造が直交する 2 軸に対称である場合，式 (1) による行列は対称行列である。

ii)　式 (1) による行列 $\|a_{ik}\|$ と式 (7) による行列 $\|x_i^{(k)}\|$ とは逆行列をなす。

3. 計 算 例

図—2 に示す梯子桁において未知量 δ の影響線を求める。本計算例では解法を示すため，**図—3** のような断面をあらかじめ仮定した。部材断面は

主桁　$B_1=EI_1=32.0\times10^{12}$ kg-cm

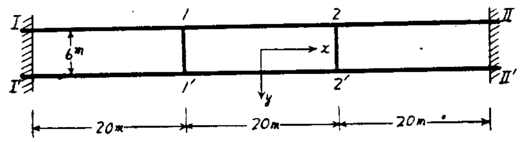
　　　$C_1=GJ_1=8.0\times10^{12}$ kg-cm

繋材　$B_2=EI_2=1.0\times10^{12}$ kg-cm

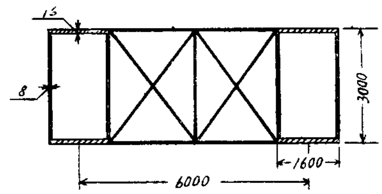
　　　$C_2=GJ_2=0$

とする (繋材は捩りには抵抗できないと仮定した)。

図—2



図—3



この構造に対する未知変形量を求めるための方程式を立て，その左辺を作表すると **表—1** のようになる。まず点 1 にそれぞれ $P=10$ t, $M_x=10$ t-m, $M_y=10$ t-m がべつべつに作用するときの未知量を計算すると **表—2** のようになる[1]。

表—1

δ_1	δ_2	δ_1'	δ_2'	θ_{x1}	θ_{x2}	$\theta_{x1'}$	$\theta_{x2'}$	θ_{y1}	θ_{y2}	$\theta_{y1'}$	$\theta_{y2'}$
14.6	-4.8	-5.0		1500		1500			-4800		
-4.8	14.6		-5.0		1500		1500	4800			
-5.0		14.6	-4.8	-1500		-1500					-4800
	-5.0	-4.8	14.6		-1500		-1500			4800	
1.5		-1.5		1400	-400	300					
	1.5		-1.5	-400	1400		300				
1.5		-1.5		300		1400	-400				
	1.5		-1.5		300	-400	1400				
	3							8000	2000		
-3								2000	8000		
			3							8000	2000
		-3								2000	8000

表—2

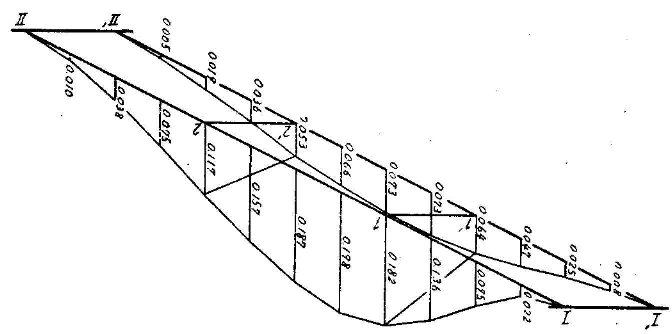
	$P=10$ t			$M_x=10$ tm			$M_y=10$ tm		
点	δ	θ_x	θ_y	δ	θ_x	θ_y	δ	θ_x	θ_y
1	0.1824	-1.245×10^{-4}	-0.650×10^{-4}	-0.0125	1.106×10^{-4}	0.047×10^{-4}	-0.0065	0.047×10^{-4}	0.123×10^{-4}
2	0.1170	-0.863×10^{-4}	0.847×10^{-4}	-0.0086	0.480×10^{-4}	-0.058×10^{-4}	-0.0084	0.058×10^{-4}	-0.056×10^{-4}
1'	0.0643	-1.245×10^{-4}	-0.274×10^{-4}	0.0125	0.058×10^{-4}	-0.047×10^{-4}	-0.0027	0.047×10^{-4}	0.015×10^{-4}
2'	0.0525	-0.863×10^{-4}	0.310×10^{-4}	0.0086	0.099×10^{-4}	0.058×10^{-4}	-0.0031	0.058×10^{-4}	-0.014×10^{-4}

次に各主桁部材をそれぞれ 4 等分した点に $P=10$ t が作用したときの各変形量を求め，さきに述べたよう

に影響線を誘導する。この際，対称性が都合よく利用される。

ここには図—4 に示す点1の変位 δ_1 の影響線のみをかかげたが，θ_x，θ_y等についても同じように求めることができる。これらを適宜に組合わせて著者前著[1]または撓角式等によつて任意の点の断面力の影響線を導くことができる。

図—4



附記　本文では，解法手段を示す目的で，ごく簡単な計算例を採つたのであるが，断面力の影響線の詳細，並びに異なつた型式との比較，その他については他の機会に発表するつもりである。本研究には京大，小西教授より多大の御援助を得た。ここに厚く謝意を表するものである。

参考文献その他

1) 星　治雄：橋梁床組の計算について；土木学会誌 37 巻 8 号，pp 353-357, 1952
2) たとえば，大村　裕：鋼プレートガーダー道路橋の実測応力について；土木学会誌，38 巻6号，pp 218-222, 1953
3) 小西一部：道路橋構造の最近の進歩；京都大学工学研究所彙報，第3輯，pp 8-13, 1953
4) H. Meyer-Larssen : Der Neubau der Bürgermeister-Smidt Brücke in Bremen ; Bauingenieur, 27 Jahrg., S 389-398, 1952
5) 土木学会誌 38 巻3号の討議において，村上教授より示されたように，撓角式によつて荷重項を誘導しても同じ結果になる。
6) 1)で提示した計算法による。普通の構造のように2つの対称軸をもつ場合には，全節点の 4/9 ～1/4 の数の節点について解けばよい。
また未知数が比較的すくないときは，行列を用いて大した手数を要せずに $x_i^{(k)}$ を求めることができる。その際 Δ，Δ_{ik} 等は対角行列に直して計算すれば便利である。なおこのような行列の計算については，内田一郎：弾性連立方程式の一解法；土木技術，4 巻 6 号等がある。

(昭.28.12.20)

砂の粒度曲線と有効径についての一考察*

正員　佐々木八郎**

ON GRADING CURVES AND EFFECTIVE DIAMETERS OF SAND

(JSCE May 1954)

Hachirō Sasaki, C.E. Member

Synopsis Hazen's effective size is not certain enough to show the representation of permeability and the like in a wide range of graduation of sand. As for Zunker's effective diameter, it is recognized to be reasonable. The writer researches the relation between these effective diameters, trying to show a modification which will be able to enlarge the range of the application of the former. Besides, the writer applies the modification to representing a numerical designation of grading curve of soil.

要旨　ヘーズン氏有効径は広範囲の粒度の砂の滲透力などを表わす意味の場合に，それのみでは不確実のものである。ツンカー氏有効径はその点において合理的であることが認められている。筆者はこれら二つの有効径の関係をさがし，前者の適用範囲を拡げうるだろうところの一修飾を示した。なお，同修飾を試みに土壌粒度曲線の数字的表現にとりいれてみた。

1. 緒　言

砂層を形成する粒子がそれぞれの大いさ，形状などを異にする場合，これと等しい効果をもたらす球形等直径の粒子層を仮定して，同直径をしばしば有効径と

* 土・粉体・粒体連合講演会（昭.27）にて講演したものに一部修正を加えた。

** 信州大学助教授，工学部土木教室