報　　文

断面を異にする３径間連続バリにおける曲げモーメントの一般的傾向

正員　深　谷　俊　明*

THE GENERAL TENDENCY OF THE BENDING MOMENTS OF A THREE-SPAN CONTINUOUS BEAM WITH VARIED SECTION AT EACH SPAN

(JSCE April 1954)

Toshiaki Fukaya, C.E. Member

Synopsis A three-span continuous beam bridge has many advantages in structure itself, but it has bcen found that there have few examples where this type of beam brige was compared with other types of bridges, and moreover its economical situation seems to be less evaluated. It is chiefly due to the fact that no sufficient analysis has been tried over a three-span continuous beam with varied section at each span.

This paper is prepared in order to clarify the general tendency what influence the span ratio, section ratio and load will have upon the bending moments of a three-span continuous beam with varied section, under the assumption that the live load is equivalent to a uniform load for convenience' sake and also to present practical graphs for simplification of calculation.

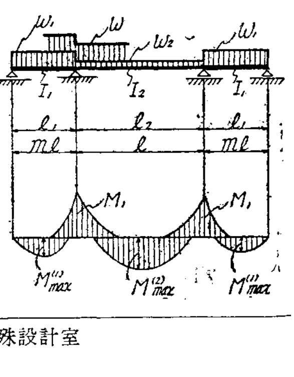
要旨　本文は，活荷重を便宜上，換算等分布荷重と仮定し，対称で，中央径間と側径間において断面を異にする３径間連続バリにおける径間比，断面二次モーメント比ならびに荷重が，曲げモーメントに与える一般的傾向を明らかにするとともに，計算を簡易化するため，実用的な図表を提示したものである。

1. 緒　言

３径間連続バリ橋は，一般に，ハリ断面を一様に考え，径間比を0.7〜0.8 として計算されているが，これを経済的に設計するには，死活荷重比に応じて径間比を選定しなければならない[1]。しかし，径間比が与えられる場合，または，長大径間の橋梁を設計する場合，断面が一様な３径間連続バリとして設計すべきか，あるいは，断面を異にする３径間連続バリとして設計すべきかは，あまり検討されないで，設計されている場合が多い。

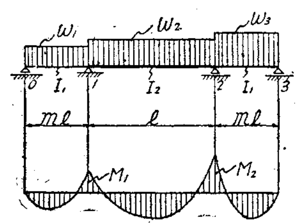
断面を異にする３径間連続バリの一般的な解法についてはすでに紹介されているが[2]，その曲げモーメントの一般的な傾向や経済的設計にたいする基本方針，等については，何等明らかにされていない。これを経済的に設計するには，図—1 に示す３径間連続バリにおいて，径間比 $m(=l_1/l_2)$，断面二次モーメント比 $n(=I_2/I_1)$，剛比 $k\left(=\frac{I_2}{l_2}\cdot\frac{l_1}{I_1}\right)$，死荷重比 β (w_1/w_2)，中央径間における死活荷重比 $\gamma(=w_2/w)$ と，支点に生ずる負の最大曲げモーメント M_1 ならびに側径間，中央径間に生ずる正の最大曲げモーメント $M_{max}^{(1)}$，$M_{max}^{(2)}$ との関係を正しく把握しなければならない。

図—1



2. 断面を異にする３径間連続バリの曲げモーメントに関する一般式

図—2



図—2 に示すような3径間連続バリが，荷重 w_1, w_2, w_3 をうける場合，支点 1, 2 に生ずる負の曲げモーメント M_1, M_2 は，Clapeyron の定理より[3]

$$\left.\begin{aligned} M_1&=-\frac{6[2(mn+1)(nB_1+A_2)-(B_2+nA_3)]}{\{4(mn+1)^2-1\}l}\\ M_2&=-\frac{6[2(mn+1)(B_2+nA_3)-(nB_1+A_2)]}{\{4(mn+1)^2-1\}l}\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

ここに

$$m=l_1/l_2,\qquad n=I_2/I_1$$

$$B_1=\frac{m^3l^3}{24}w_1,\quad A_2=B_2=\frac{l^3}{24}w_2,$$

$$A_3=\frac{m^3l^3}{24}w_3$$

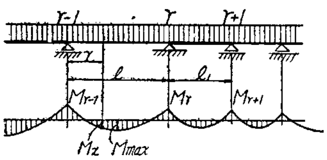
* 国有鉄道施設局特殊設計室

従つて，(1) 式は，つぎのように示される。

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= -\frac{[2(mn+1)(nm^3w_1+w_2)-(w_2+nm^3w_3)]l^2}{4\{4(mn+1)^2-1\}} \\ M_2 &= -\frac{[2(mn+1)(w_2+nm^3w_3)-(nm^3w_1+w_2)]l^2}{4\{4(mn+1)^2-1\}} \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1')$$

つぎに，図—3 において，x 点における曲げモーメント M_x は

図—3



$$M_x = M_{x,0} + M_{r-1}\frac{l-x}{l} + M_r\frac{x}{l} \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

ここに

$M_{x,0}$：単純バリの曲げモーメント

等分布荷重の場合は　$M_{x,0} = \frac{wx}{2}(l-x)$

従つて，(2) 式は，つぎのように示される。

$$M_x = \frac{wx}{2}(l-x) + M_{r-1}\frac{l-x}{l} + M_r\frac{x}{l}$$

M_xの最大を求めるため，M_x を微分して 0 とおけば

$$\frac{dM_x}{dx} = -wx + \frac{wl}{2} - \frac{M_{r-1}}{l} + \frac{M_r}{l} = 0$$

これから

$$x = \frac{wl^2+2(M_r-M_{r-1})}{2wl}$$

従つて，$M_{\max}$ は

$$M_{\max} = \frac{wl^2+2(M_r-M_{r-1})}{4l}\left\{l - \frac{wl^2+2(M_r-M_{r-1})}{2wl}\right\} + M_{r-1} + \frac{M_r-M_{r-1}}{l}\,\frac{\{wl^2+2(M_r-M_{r-1})\}}{2wl} \cdots\cdots(3)$$

従来，文献に示されている連続バリならびにラーメンにおける曲げモーメントに関する資料は，いづれも，負の最大曲げモーメントを対象としているため，正の最大曲げモーメントは，必要に応じて計算しなければならない。これでは，設計資料として不便なので，本文では，正，負の最大曲げモーメントについて検討することとした。

図—2 において，$w_1=w_2=w_3=w$ として，各種の載荷状態について，(1′)，(3) 式から M_1，$M^{(1)}_{\max}$，$M^{(2)}_{\max}$ を求め，これをつぎのように表わし

$$M = \alpha wl^2$$

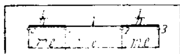
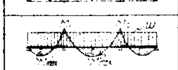
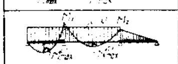
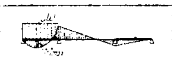
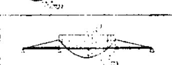
α についてまとめたのが 表—1 である。

つぎに，死荷重を $w_1=w_3 \fallingdotseq w_2$，活荷重を w，死荷重比を $\beta = w_1/w_2 = w_3/w_2$，中央径間における死活荷重比を $\gamma = w_2/w$ とすれば，w_1，w_2，w_3 は，それぞれ次式のように，w で示すことができる。

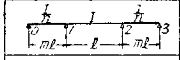
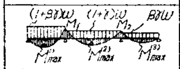
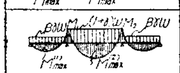
$$w_2 = \gamma w \qquad w_1 = w_3 = \beta\gamma w$$

この場合，各種の載荷状態における M_1，$M^{(1)}_{\max}$，$M^{(2)}_{\max}$ を，表—1 のように，α についてまとめたのが表—2 である。

表—1

	α_1' $(M_1=\alpha_1'wl^2)$	α_2' $(M_2=\alpha_2'wl^2)$	α_1 $(M^{(1)}_{\max}=\alpha_1 wl^2)$	α_2 $(M^{(2)}_{\max}=\alpha_2 wl^2)$
	$\frac{1+m^3n}{4(3+2mn)}$	$\frac{1+m^3n}{4(3+2mn)}$	$\frac{1}{8}\left[m^2-\frac{(1+m^3n)\{(2mn+3)m^2-1\}}{\{2(2mn+3)mn\}^2}\right]$	$\frac{1}{8}\left\{1-\frac{2(m^3n+1)}{2mn+3}\right\}$
	$\frac{2(mn+1)(m^3n+1)-1}{4\{4(mn+1)^2-1\}}$	$\frac{2(mn+1)-(m^3n+1)}{4\{4(mn+1)^2-1\}}$	$\frac{1}{8}\left\{m^2-\frac{2(mn+1)(m^3n+1)-1}{4(mn+1)^2-1}\left(1-\frac{2(mn+1)(m^3n+1)-1}{4m^2\{4(mn+1)^2-1\}}\right)\right\}$	$\frac{1}{8}\left[1+\{\text{[illegible]}\}^2-\frac{m^3n+2}{2mn+3}\right]$
	$\frac{m^3n}{4(3+2mn)}$	$\frac{m^3n}{4(3+2mn)}$	$\frac{1}{8}\left\{\frac{3m(mn+2)}{2(2mn+3)}\right\}^2$	$\frac{m^3n}{4(3+2mn)}$
	$\frac{2m^3n(1+mn)}{4\{4(mn+1)^2-1\}}$	$\frac{m^3n}{4\{4(mn+1)^2-1\}}$	$\frac{m^2}{8}\left\{1-\frac{2(mn+1)mn}{4(mn+1)^2-1}\left\{1-\frac{(mn+1)mn}{m^2\{4(mn+1)^2-1\}}\right\}\right\}$	
	$\frac{1}{4(3+2mn)}$	$\frac{1}{4(3+2mn)}$		$\frac{1}{8}\left\{1-\frac{2}{2mn+3}\right\}$

表—2

	α_1' $(M_1=\alpha_1'wl^2)$	α_2' $(M_2=\alpha_2'wl^2)$	α_1 $(M^{(1)}_{\max}=\alpha_1 wl^2)$	α_2 $(M^{(2)}_{\max}=\alpha_2 wl^2)$	α_3 $(M^{(3)}_{\max}=\alpha_3 wl^2)$
	$\frac{1+m^3n\beta}{4(3+2mn)}$	$\frac{1+m^3n\beta}{4(3+2mn)}$	$\frac{m^2}{8}\left[\beta+\frac{(\beta+\frac{1}{m^3n})}{(2+\frac{3}{mn})}\left\{\frac{\beta+\frac{1}{m^3n}}{4(2+\frac{3}{mn})\beta}-1\right\}\right]$	$\frac{1}{8}\left\{1-\frac{2(\beta+\frac{1}{m^3n})}{(2+\frac{3}{mn})\frac{1}{m^2}}\right\}$	
	$\frac{1}{4\{4(mn+1)^2-1\}}\times\left[2(mn+1)\{m^3n(1+\beta\gamma)+(1+\gamma)\}-\{(1+\gamma)+\beta\gamma m^3n\}\right]$	$\frac{1}{4\{4(mn+1)^2-1\}}\times\left[2(mn+1)\{m^3n\beta\gamma+(1+\gamma)\}-\{m^3n(1+\beta\gamma)+(1+\gamma)\}\right]$	$\frac{1}{8}\left[m^2(1+\beta\gamma)-4\alpha_1'\left\{1-\frac{\alpha_1'}{m^2(1+\beta\gamma)}\right\}\right]$	$\frac{1}{8}\left[(1+\gamma)+\frac{4}{1+\gamma}(\alpha_1'-\alpha_2')^{2\,*}-4(\alpha_1'+\alpha_2')^{\triangle}\right]$	$\frac{1}{8}\left[m^2\beta\gamma-4\alpha_2'\left\{1-\frac{\alpha_2'}{m^2\beta\gamma}\right\}\right]$
	$\frac{m^3n(1+\beta\gamma)+\gamma}{4(3+2mn)}$	$\frac{m^3n(1+\beta\gamma)+\gamma}{4(3+2mn)}$	$\frac{m^2}{8}\left[(1+\beta\gamma)+\frac{\{1+\gamma(\beta+\frac{1}{m^3n})\}}{(2+\frac{3}{mn})}\left\{\frac{1+\gamma(\beta+\frac{1}{m^3n})}{4(2+\frac{3}{mn})(1+\beta\gamma)}-1\right\}\right]$	$\frac{1}{8}\left[\gamma-\frac{2\{(m^3n\beta+1)\gamma+m^3n\}}{2mn+3}\right]$	
	$\frac{m^3n\beta\gamma+\gamma+1}{4(2mn+3)}$	$\frac{m^3n\beta\gamma+\gamma+1}{4(2mn+3)}$	$\frac{m^2}{8}\left[\beta\gamma+\frac{\gamma(\beta+\frac{1}{m^3n})+\frac{1}{m^3n}}{(2+\frac{3}{mn})}\left\{\frac{\gamma(\beta+\frac{1}{m^3n})+\frac{1}{m^3n}}{4\beta\gamma(2+\frac{3}{mn})}-1\right\}\right]$	$\frac{1}{8}\left[\left\{1-\frac{2m^3n}{2mn+3}\left(\beta+\frac{1}{m^3n}\right)\right\}\gamma+\left(1-\frac{2}{2mn+3}\right)\right]$	

* $(\alpha_1'-\alpha_2') = \frac{m^3n}{4(2mn+1)}$　△ $(\alpha_1'+\alpha_2') = \frac{2\gamma(1+m^3n\beta)+m^3n+2}{4(2mn+3)}$

3. 断面を異にする3径間連続バリにおける曲げモーメントの一般的傾向

中央径間 l, 径間比 m, 断面二次モーメント比 $n(=I_2/I_1)$, 剛比 $k\left(=\dfrac{I_2 l_1}{l_2 I_1}\right)$ なる3径間連続バリに生ずる正, 負の最大曲げモーメント M_1, $M^{(1)}_{\max}$, $M^{(2)}_{\max}$ の一般的傾向を検討する。

(1) m, n が M_1, $M^{(1)}_{\max}$, $M^{(2)}_{\max}$ におよぼす影響

(a) 死荷重 w を対象とする場合

表—1 より, M_1, $M^{(1)}_{\max}$, $M^{(2)}_{\max}$ は, つぎのように示される。

$$\left.\begin{aligned}
M_1 &= -\frac{m^3n+1}{4(2mn+3)}wl^2 \quad \cdots\cdots\text{(a)}\\
M^{(1)}_{\max} &= \frac{1}{8}\left[m^2 - \frac{(m^3n+1)\{(7mn+12)m^2-1\}}{\{2m(2mn+3)\}^2}\right]wl^2 \quad \cdots\cdots\text{(b)}\\
M^{(2)}_{\max} &= \frac{1}{8}\left[\frac{2mn-2m^3n+1}{2mn+3}\right]wl^2 \quad \cdots\cdots\text{(c)}
\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(4)$$

(4) の諸式は, 一般に

$$M(m,n)=M(n)$$

で表わされ, n が $n+\varDelta n$ に変化する場合, M の変化量 $\varDelta M$ は

$$\varDelta M = M(n+\varDelta n) - M(n)$$

であり, (4) の各式について, これを求めると, 分母は常に正となるので, 分子につて検討すれば, その傾向を知ることができる。

各式の分子は, つぎのように整理される。

(4-a) 式の分子 $=(2-3m^2)m(\varDelta n)$

(4-b) 式の分子 $=(2-3m^2)[\{3m^2(4mn+7)-2\}m(\varDelta n)+2(2mn+3)\{3m^2\times(mn+2)-1\}m(\varDelta n)]$

(4-c) 式の分子 $=(2-3m^2)2m(\varDelta n)$

従つて, $\varDelta M=0$ なるためには

$2-3m^2=0$　　ここに, $m\neq 0$　$\varDelta n>0$

$$m=\sqrt{\frac{2}{3}}\ ^*$$

となり, $m=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$ のとき, M は, n には無関係で, 一定の値をとる。

$0\leqq n\leqq 2$ として, M_1, $M^{(1)}_{\max}$, $M^{(2)}_{\max}$ の一般的傾向を求めると, つぎのように示すことができる。

(i) M_1

$m<\sqrt{\frac{2}{3}}$	$M_1(n+\varDelta n)>M_1(n)$
$m=\sqrt{\frac{2}{3}}$	$M_1(n+\varDelta n)=M_1(n)=-\frac{1}{12}wl^2$
$m>\sqrt{\frac{2}{3}}$	$M_1(n+\varDelta n)<M_1(n)$

(ii) $M^{(1)}_{\max}$

$m<0.351$　　$M^{(1)}_{\max}(n+\varDelta n)<M^{(1)}_{\max}(n)$

$0.351\leqq m\leqq 0.408$　　n, $\varDelta n$ の値を次式に代入すればよい。

$$\{3m^2(4mn+7)-2\}m(\varDelta n)+2(2mn+3)\times\{3m^2(mn+2)-1\}m(\varDelta n)=0$$

$n=0$　$\varDelta n\to 0$　　$m\fallingdotseq 0.408$

$n=2$　$\varDelta n\to 0$　　$m\fallingdotseq 0.351$

$0.408<m<\sqrt{\frac{2}{3}}$　　$M^{(1)}_{\max}(n+\varDelta n)>M^{(1)}_{\max}(n)$

$m=\sqrt{\frac{2}{3}}$　　$M^{(1)}_{\max}(n+\varDelta n)=M^{(1)}_{\max}(n)=\frac{9}{192}wl^2$ **

$m>\sqrt{\frac{2}{3}}$　　$M^{(1)}_{\max}(n+\varDelta n)<M^{(1)}_{\max}$

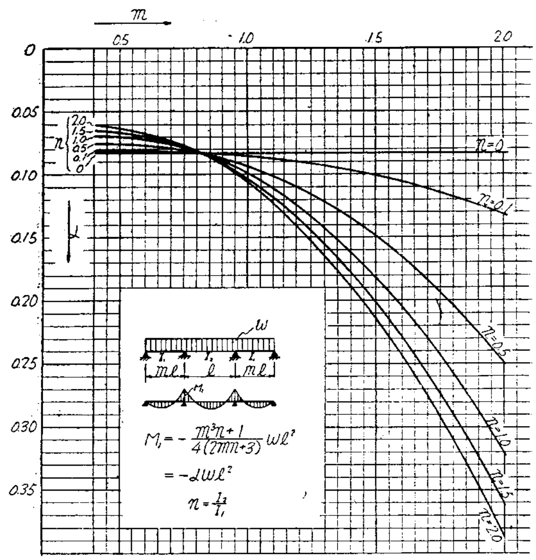
(iii) $M^{(2)}_{\max}$

$m<\sqrt{\frac{2}{3}}$　　$M^{(2)}_{\max}(n+\varDelta n)>M^{(2)}_{\max}(n)$

$m=\sqrt{\frac{2}{3}}$　　$M^{(2)}_{\max}(n+\varDelta n)=M^{(2)}_{\max}(n)=\frac{1}{24}wl^2$

$m>\sqrt{\frac{2}{3}}$　　$M^{(2)}_{\max}(n+\varDelta n)<M^{(2)}_{\max}$

図—4 (a)



* $\sqrt{\dfrac{2}{3}}\fallingdotseq 0.8165$

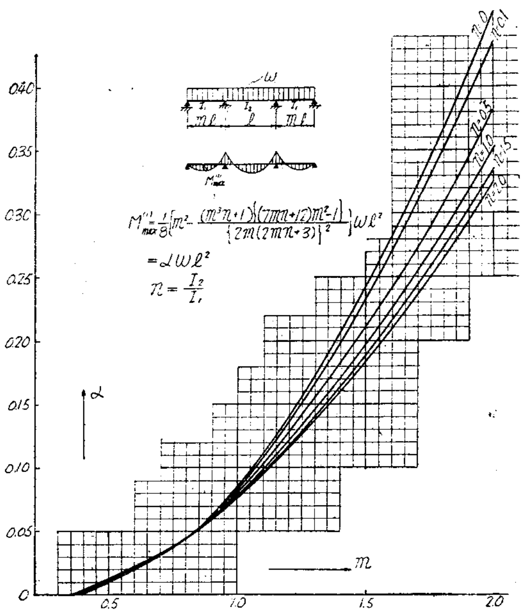
** $\dfrac{9}{192}\fallingdotseq 0.0469$

なお，m，n の各種の値を代入して

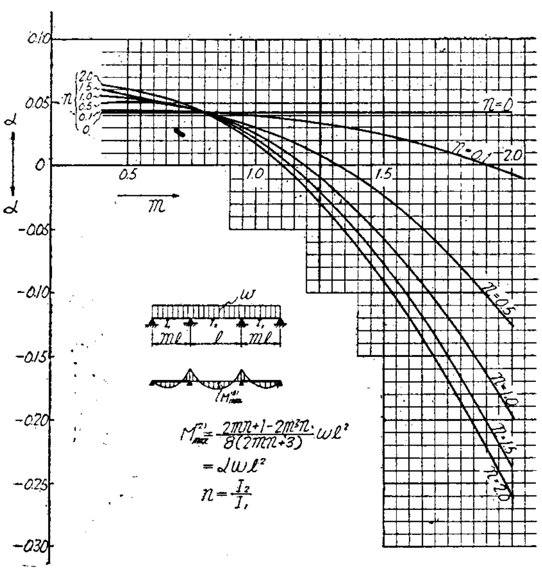
$$M=\alpha wl^2$$

とし，M_1，$M^{(1)}_{\max}$，$M^{(2)}_{\max}$ に関する α について図表したのが，**図—4 (a)**,**(b)**,**(c)** である。

図—4 (b)



図—4 (c)



(b)　活荷重 w を対象とする場合

表—1 から M_1，$M^{(1)}_{\max}$，$M^{(2)}_{\max}$ は次のように示される。

$$\left.\begin{aligned}
M_1&=-\frac{(2\,mn+1)(m^3n+1)-1}{4(2\,mn+1)(2\,mn+3)}wl^2\\
M^{(1)}_{\max}&=\frac{1}{8}\left\{\frac{3\,m(mn+2)}{2(2\,mn+3)}\right\}^2wl^2\\
M^{(2)}_{\max}&=\frac{1}{8}\left\{1-\frac{2}{2\,mn+3}\right\}wl^2
\end{aligned}\right\}\cdots(5)$$

(a)　の場合と同様に，M_1，$M^{(1)}_{\max}$，$M^{(2)}_{\max}$ の一般的傾向を求めると，つぎのように示すことができる。

(i)　M_1

$m<0.577$　　$M_1(n+\varDelta n)>M_1(n)$

$0.577\leqq m\leqq 0.888$　　$n,\varDelta n$ の値を次式に代入すればよい。

$$1+2(\varDelta n+2n)m+\{4\,n(n+\varDelta n)-3\}m^2$$
$$-3(\varDelta n+n)m^3-4\,n(\varDelta n+n)m^4=0$$

$n=0\ \ \varDelta n\to 0\ \ m\fallingdotseq 0.577$

$n=2\ \ \varDelta n\to 0\ \ m\fallingdotseq 0.888$

$m>0.888$　　$M_1(n+\varDelta n)<M_1(n)$

(ii)　$M^{(1)}_{\max}$

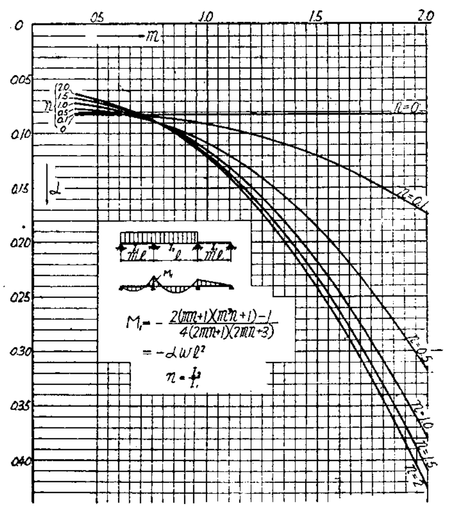
常に　　$M^{(1)}_{\max}(n+\varDelta n)<M^{(1)}_{\max}(n)$

(iii)　$M^{(2)}_{\max}$

常に　　$M^{(2)}_{\max}(n+\varDelta n)>M^{(2)}_{\max}(n)$

なお，(a) の場合と同様に，M_1，$M^{(1)}_{\max}$，$M^{(2)}_{\max}$ を α について図表化したものが，**図—5 (a)**,**(b)**,**(c)** である。

図—5 (a)



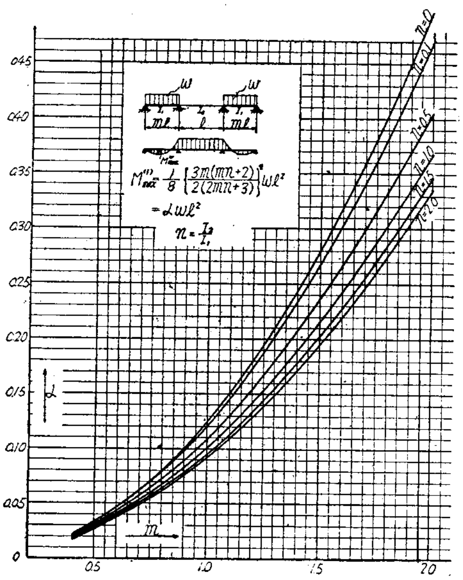
(2)　m，k が M_1，$M^{(1)}_{\max}$，$M^{(2)}_{\max}$ におよぼす影響

剛比 k は，つぎのように示すことができる。

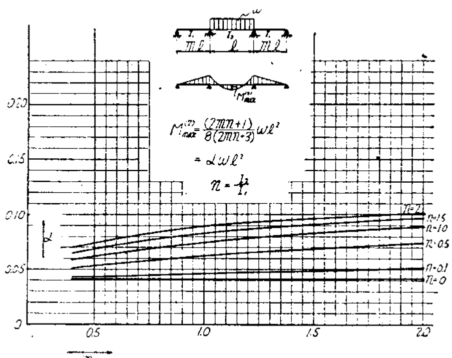
$$k=\frac{I_2}{l_2}\cdot\frac{l_1}{I_1}=\frac{I_2}{I_1}\cdot\frac{l_1}{l_2}=nm$$

従つて，(4)，(5) の両式は，つぎのように，これ

図—5 (b)



図—5 (c)



を表わすことができる。

(a)　死荷重 w を対象とする場合

(4) 式から，次式が得られる。

$$\left.\begin{aligned} M_1&=-\frac{m^2k+1}{4(2k+3)}wl^2\\ M^{(1)}_{\max}&=\frac{1}{8}\left[m^2-\frac{(m^2k+1)\{(7k+12)m^2-1\}}{\{2m(2k+3)\}^2}\right]\\ &\qquad\times wl^2\\ M^{(2)}_{\max}&=\frac{1}{8}\cdot\frac{2k-2m^2k+1}{2k+3}wl^2 \end{aligned}\right\}\quad(6)$$

$0\leqq k\leqq 10$ として，前項 (1) と同様に，M_1，$M^{(1)}_{\max}$，$M^{(2)}_{\max}$ の一般的傾向は，つぎのように示すことができる。

(i)　M_1

$m<\sqrt{\frac{2}{3}}$　　$M_1(k+\Delta k)>M_1(k)$

$m=\sqrt{\frac{2}{3}}$　　$M_1(k+\Delta k)=M_1(k)=-\frac{1}{12}wl^2$

$m>\sqrt{\frac{2}{3}}$　　$M_1(k+\Delta k)<M_1(k)$

(ii)　$M^{(1)}_{\max}$

$m<0.167$　　$M^{(1)}_{\max}(k+\Delta k)<M^{(1)}_{\max}(k)$

$0.167\leqq m\leqq 0.408$　k，Δk の値をつぎの式に代入すればよい。

$$m^2=\frac{2\{2^2k+\Delta k+3\}}{3\{(4k+7)\Delta k+2(2k+3)(k+2)\}}$$

$k=0$　$\Delta k\to 0$　$m\fallingdotseq 0.408$

$k=10$　$\Delta k\to 0$　$m\fallingdotseq 0.167$

$0.408<m\sqrt{\frac{2}{3}}$　　$M^{(1)}_{\max}(k+\Delta k)>M^{(1)}_{\max}(k)$

$m=\sqrt{\frac{2}{3}}$　　$M^{(1)}_{\max}(k+\Delta k)=M^{(1)}_{\max}(k)$

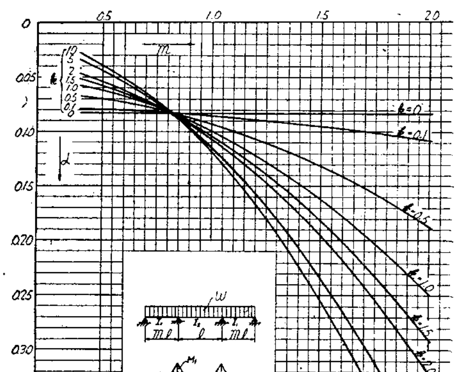
$$=\frac{9}{192}wl^2$$

$m>\sqrt{\frac{2}{3}}$　　$M^{(1)}_{\max}(k+\Delta k)<M^{(1)}_{\max}(k)$

(iii)　$M^{(2)}_{\max}$

$m<\sqrt{\frac{2}{3}}$　　$M^{(2)}_{\mathrm{mkx}}(k+\Delta k)>M^{(2)}_{\max}(k)$

図—6 (a)



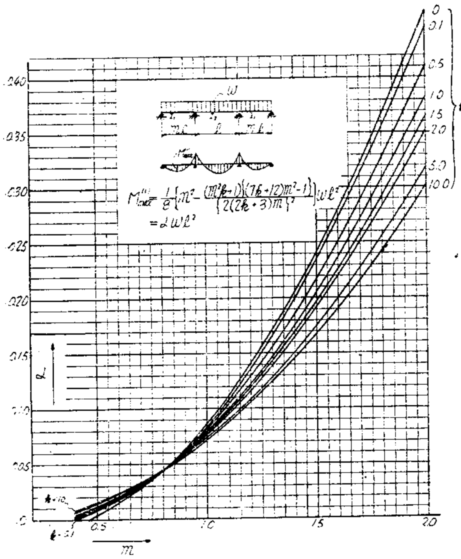
$m=\sqrt{\frac{2}{3}}$　　$M^{(2)}_{\max}(k+\Delta k)=M^{(2)}_{\max}(k)$

$$=\frac{1}{24}wl^2$$

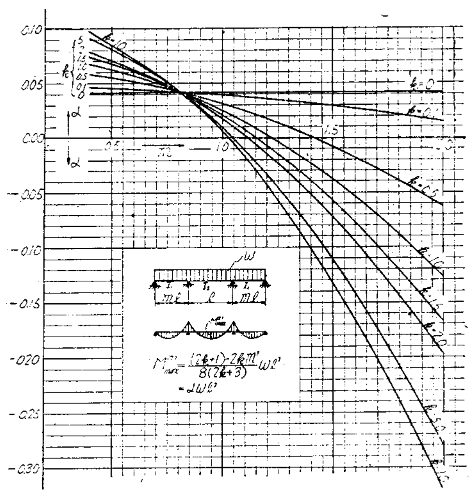
$m>\sqrt{\frac{2}{3}}$　　$M^{(2)}_{\max}(k+\Delta k)<M^{(2)}_{\max}(k)$

なお，m，k の各種の値を (6) 式に代入して，M_1，

図—6 (b)



図—6 (c)



$M_{\max}^{(1)}$，$M_{\max}^{(2)}$ の一般的傾向を図表化したものが図—6 (a)，(b)，(c) である。

(b) 活荷重 w を対象とする場合

(5) 式から，次式が得られる。

$$\left.\begin{aligned} M_1 &= -\frac{2(k+1)(m^2k+1)-1}{4(2k+1)(2k+3)}wl^2 \\ M_{\max}^{(1)} &= \frac{1}{8}\left\{\frac{3m(k+2)}{2(2k+3)}\right\}^2 wl^2 \\ M_{\max}^{(2)} &= \frac{1}{8}\cdot\frac{2k+1}{2k+3}wl^2 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots(7)$$

$0 \leqq k \leqq 10$ として，前項 (1) と同様に，M_1，$M_{\max}^{(1)}$，$M_{\max}^{(2)}$ の一般的傾向を，つぎのように示すことができる。

(i) M_1

$m < 0.577$ $M_1(k+\varDelta k) > M_1(k)$

$0.577 \leqq m \leqq 0.976$ k，$\varDelta k$ の値をつぎの式に代入すればよい。

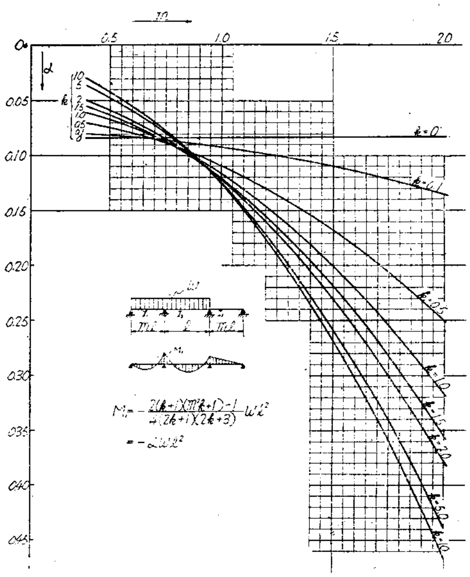
$$m^2 = \frac{4k^2+4k(\varDelta k)+4k+2(\varDelta k)+1}{4k^2+4k(\varDelta k)+6k+3(\varDelta k)+3}$$

$k=0$ $\varDelta k \to 0$ $m \fallingdotseq 0.577$

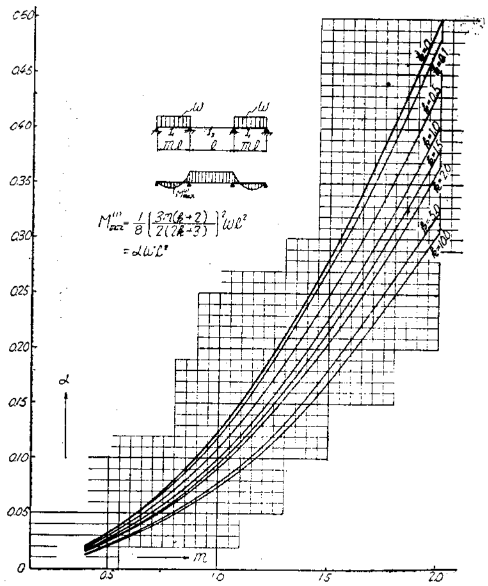
$k=10$ $\varDelta k \to 0$ $m \fallingdotseq 0.976$

$m > 0.976$ $M_1(k+\varDelta k) < M_1(k)$

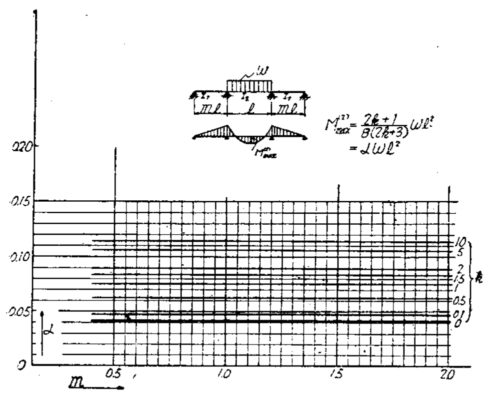
図—7 (a)



図—7 (b)



図—7 (c)



(ii) $M^{(1)}_{max}$

常に　　$M^{(1)}_{max}(k+\varDelta k) < M^{(1)}_{max}(k)$

(iii) $M^{(2)}_{max}$

常に　　$M^{(2)}_{max}(k+\varDelta k) > M^{(2)}_{max}(k)$

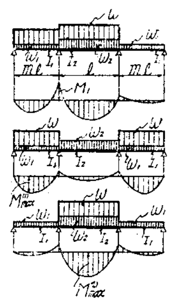
なお，m，k の各種の値を (7) 式に代入して，M，$M^{(1)}_{max}$，$M^{(2)}_{max}$ の一般的傾向を図表化したものが図—7 (a)，(b)，(c) である。

また，(6)，(7) 式において，載荷状態が非対称な (7) 式の M_1 場合を除いて，両式は，高さ ml，径間 l，剛比 k なるヒンヂ端門型ラーメンの曲げモーメントに関する公式と，その形を等しくしている。これは，連続バリにおいても，ラーメンと同様に[4]，剛比を考えて設計しなければならないことを，示唆しているものと考えられる。

(3) m, n, β, γ が M_1，$M^{(1)}_{max}$，$M^{(2)}_{max}$ におよぼす影響

3径間連続バリ橋を合理的に設計するためには，m，n とともに，$\beta\,(=w_1/w_2)$，および $\gamma\,(=w_2/w)$ の影響を考えなければならない。M_1，$M^{(1)}_{max}$，$M^{(2)}_{max}$ は，表—2 から，つぎのように求められる (図—8 参照)。

図—8



$$
\left.
\begin{aligned}
M_1 &= -\frac{[2(mn+1)\{m^3n(1+\beta\gamma)+(1+\gamma)\}-\{(1+\gamma)+\beta\gamma\, m^3n\}]}{4\{4(mn+1)^2-1\}}wl^2 \\
M^{(1)}_{max} &= \frac{m^2}{8}\left[(1+\beta\gamma)+\frac{\left\{1+\gamma\left(\beta+\dfrac{1}{m^3n}\right)\right\}}{2+\dfrac{3}{mn}}\left\{\frac{1+\gamma\left(\beta+\dfrac{1}{m^3n}\right)}{4\left(2+\dfrac{3}{mn}\right)(1-\beta\gamma)}-1\right\}\right]wl^2 \\
M^{(2)}_{max} &= \frac{1}{8}\left[\left\{1-\frac{2\,m^3n}{2\,mn+3}\left(\beta+\frac{1}{m^3n}\right)\right\}\gamma+\left(1-\frac{2}{2\,mn+3}\right)\right]wl^2
\end{aligned}
\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(8)
$$

ここに　w：等分布荷重

(8) 式の $\varDelta M$ は，(4)，(5)，(6)，(7) 式と同様に，分母は常に正であつて，分子について吟味すればよい。

(i) M_1

$$
\begin{aligned}
\text{分子} &= m(\varDelta n)\|2(1+\gamma)(2\,mn+1)\{2\,m(n+\varDelta n) \\
&\quad +1\}-m^2[2\{4\,m^2n(n+\varDelta n)+3\,m(n+\varDelta n) \\
&\quad +3(1+mn)\}+3(2\,mn+1)\{2\,m(n+\varDelta n) \\
&\quad +1\}]\beta\gamma\| \\
&= m(\varDelta n)A
\end{aligned}
$$

従つて

$A>0$　のとき　$M_1(n+\varDelta n)>M_1(n)$

$A=0$　のとき　$M_1(n+\varDelta n)=M_1(n)$

$A<0$　のとき　$M_1(n+\varDelta n)<M_1(n)$

(ii) $M^{(1)}_{max}$

$$
\begin{aligned}
\text{分子} &= m(\varDelta n)[6(1+\beta\gamma)\gamma m^2\{4(2+mn)m(\varDelta n) \\
&\quad +(3+2\,mn)(5+2\,mn)\}-9(1+\beta\gamma)^2m^4 \\
&\quad \{(4\,mn+7)m(\varDelta n)+2(mn+2)(3+2\,mn)\} \\
&\quad +4\{m(\varDelta n)+(3+2\,mn)\}\gamma^2] \\
&= m(\varDelta n)B
\end{aligned}
$$

従つて

$B>0$　のとき　$M^{(1)}_{max}(n+\varDelta n)>M^{(1)}_{max}(n)$

$B=0$　のとき　$M^{(1)}_{max}(n+\varDelta n)=M^{(1)}_{max}(n)$

$B<0$　のとき　$M^{(1)}_{max}(n+\varDelta n)<M^{(1)}_{max}(n)$

(iii) $M^{(2)}_{max}$

$$
\begin{aligned}
\text{分子} &= 2\,m(\varDelta n)\{2+\gamma(2-3\,m^2\beta)\} \\
&= 2\,m(\varDelta n)C
\end{aligned}
$$

従つて

$C>0$，$m^2<\dfrac{2\left(1+\dfrac{1}{\gamma}\right)}{3\beta}$　のとき

$M^{(2)}_{max}(n+\varDelta n)>M^{(2)}_{max}$

$C=0$，$m^2=\dfrac{2\left(1+\dfrac{1}{\gamma}\right)}{3\beta}$　のとき

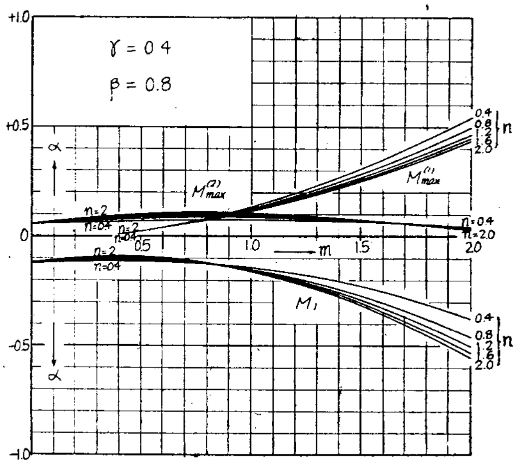
$$M^{(2)}_{\max}(n+\varDelta n)=M^{(2)}_{\max}(n)=\frac{1+\gamma}{24}wl^2$$

$$C<0,\ m^2>\frac{2\left(1+\dfrac{1}{\gamma}\right)}{3\beta}\quad のとき$$

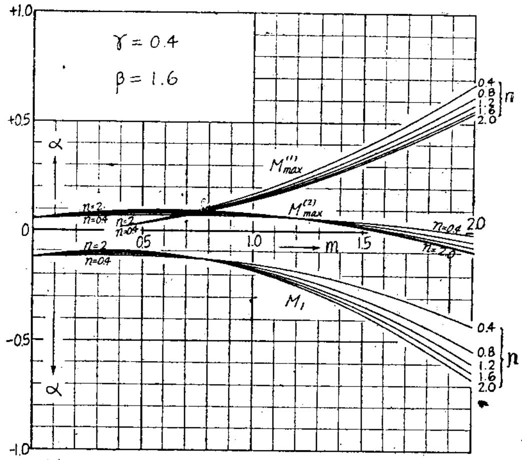
$$M^{(2)}_{\max}(m+\varDelta n)<M^{(2)}_{\max}$$

(1), (2) の場合と同じように，M_1，$M^{(1)}_{\max}$，$M^{(2)}_{\max}$ の一般的傾向を求めるため，(8) 式における β, γ, m, n の値をそれぞれ 0〜2.0 として，α について図表化したが，本文には，表—3 より実用的と考えられる γ として，0.4, 1.2, 1.6 を選び，これを図—9 (a), (b), (c), 図—10 (a), (b), (c), 図—11 (a), (b), (c) として掲載することとした。

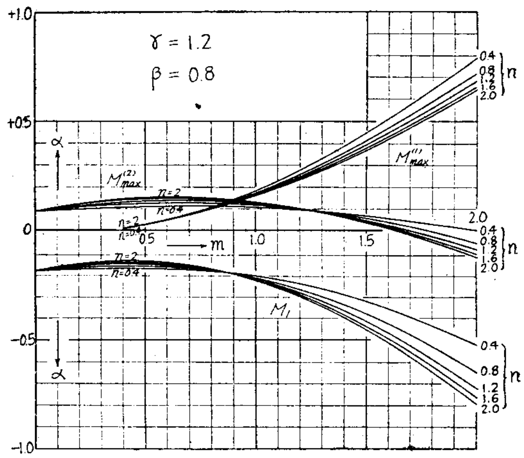
図—9 (a)



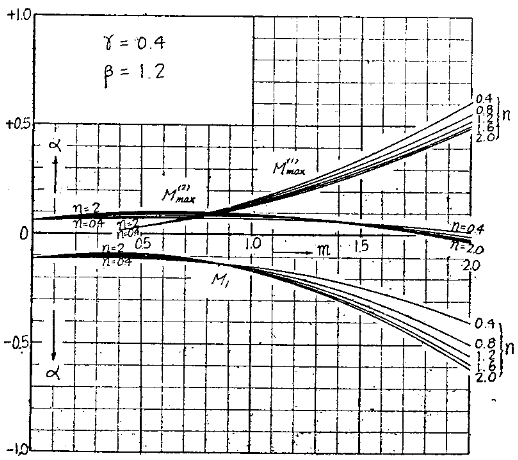
図—9 (c)



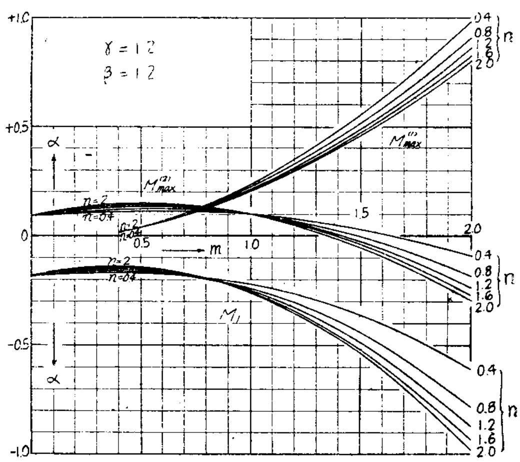
図—10 (a)



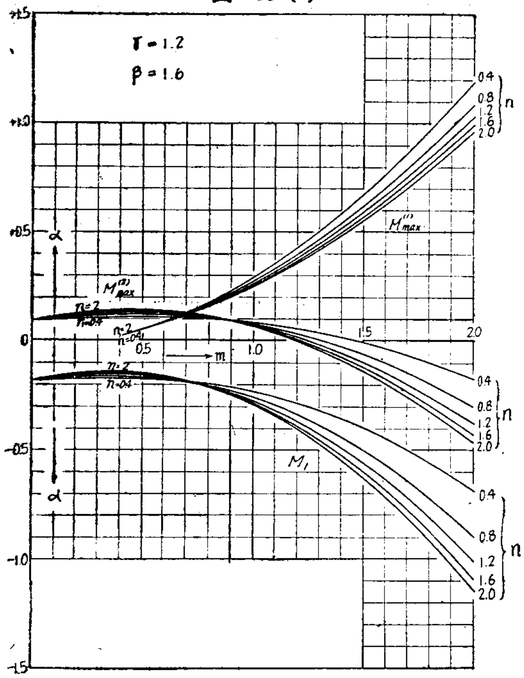
図—9 (b)



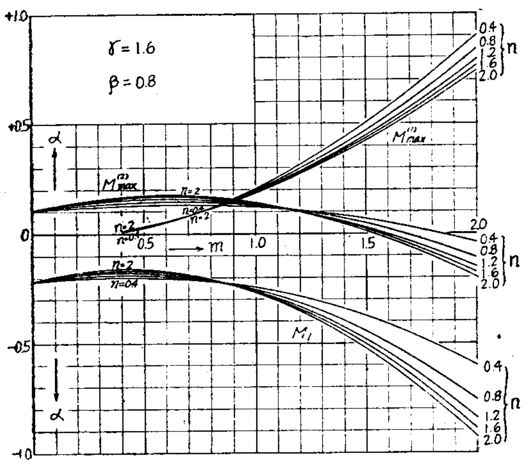
図—10 (b)



図—10 (c)



図—11 (a)



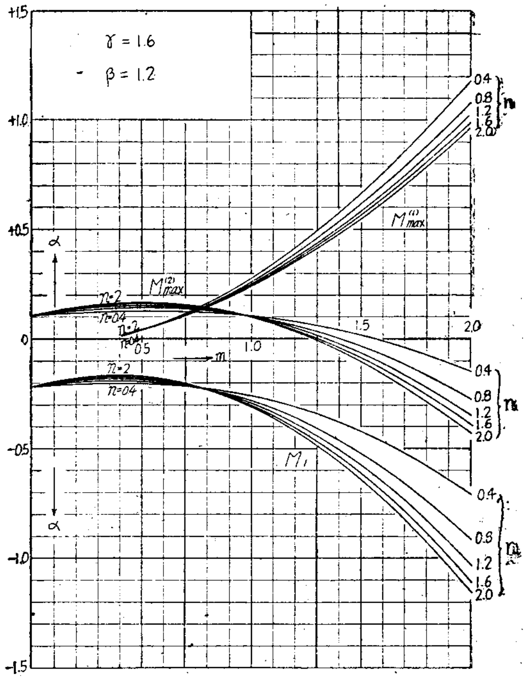
我国では，長径間の連続バリ橋の実例が少なく，遺憾ながら γ に関する資料が得られないので，単純バリ橋における γ 値から，大体の値として，これを表—3 のように推定した。

表—3　連続バリ橋における γ 値

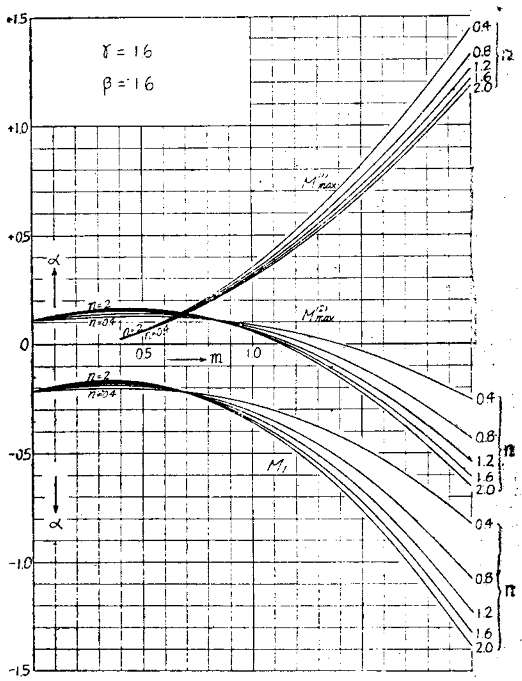
種	類	中央径間 (m)	γ 値
鉄道橋	鉄筋コンクリート橋	20～35	1.0～1.8
	鋼　　橋	50～100	0.3～0.5
道路橋	鉄筋コンクリート橋	30～40	0.8～1.2
	鋼　　橋	50～100	1.2～1.6

なお，k の変化による M_1，$M^{(1)}_{\max}$，$M^{(2)}_{\max}$ にたい

図—11 (b)



図—11 (c)



する影響も，n と同じような傾向が見られるが，本文には，これを省略する。

4. 結　論

本文は，断面を異にする３径間連続バリに生ずる曲

げモーメントの一般的傾向について，活荷重を換算等分布荷重と仮定し，なお，ハンチの影響を無視して，検討したものであつて，これを要約すれば

(1) 3径間連続バリ橋は，n または k の影響を考えて設計しなければならない。

(2) n または k は，m,β,γ との関係を検討して，これを選ばなければならない。

(3) 設計に最も関係が深いのは，(8) 式の $M^{(2)}_{max}$ であつて，m が与えられる場合，$M^{(2)}_{max}$ は，つぎに示すような傾向があることを考えて設計しなければならない。すなわち $M^{(2)}_{max}$ は

$m<\sqrt{\frac{2(1+1/\gamma)}{3\beta}}$ であれば，n が小さいほど，その値は小さい。

$m>\sqrt{\frac{2(1+1/\gamma)}{3\beta}}$ であれば，n が大きいほど，その値は小さい。

$m=\sqrt{\frac{2(1+1/\gamma)}{3\gamma}}$ であれば，nの大きさに関係なく，その値は $\frac{1+\gamma}{24}wl^2$ となる。

本研究にあたり，当室長友永和夫博士の指導をいただき，計算は斎藤昇君の協力を得たことを附記する。

文献

1) 拙著：ハリ断面の一様な3径間連続橋における径間比について，土木学会誌，第 38 巻第 9 号
2) たとえば，福田武雄：構造力学
Chu-kai Wang : Statically Indeterminate Structures, 1953
A. Skayannis : Tabellensystem für Schnelle-Genaue Berechnung Aller Durchlaufenden Träger, 1950
松田勘次郎：梁
高橋守一：連続桁及地下工作物の強度計算並図表
3) 福田武雄：構造力学，p.322 参照
4) たとえば，沼田政矩・手塚民之祐：ラーメンの曲げモーメントの計算図表，土木工学，第2巻 第3,4,5,7,8,9 号
後藤幸正：脚部固定の鉄筋コンクリート門型ラーメンの経済的設計，土木学会誌，第 38 巻 第7号 (昭.28.10.1.)

高速度遠心力光弾性実験について

正員 工学博士 丹 羽 義 次*

ON THE HIGH SPEED CENTRIFUGAL PHOTO-ELASTIC EXPERIMENT

(JSCE April 1954)

Dr. Eng., Yoshiji Niwa, C.E. Member

Synopsis The stresses due to own weight in the structures concerning civil and mining engineerings, for instance, dams, tunnels and large trusses, predominate as compared with the stresses due to external loads. Therefore, in order to rationalize the design and the construction of these structures, the distributions of internal stresses appearing in these structures under gravitational load must be clearly understood by theoretical and experimental methods. For this purpose, we can use the photo-elastic apparatus combined with a centrifuge to secure direct measurement of stresses.

The author discussed the laws of similarity to be satisfied in this experiment, and described about the high speed centrifugal photo-elastic apparatus designed by the author and some experimental results.

要旨 土木鉱山関係の重量構造物，例えば堰堤，隧道，長大トラス等重力及び地震力の作用による応力が構造物の安全を左右するものでは，この影響を閑却することは許されない。それゆえ著者はこれらの問題を実験的に解決するために高速度遠心力光弾性装置を試作した。本文は本光弾性実験の基礎となる実物と模型との間に成立する相似の法則について若干の考察を行い，その実験装置の概要と実験結果の数例を掲げたものである。

*京都大学助教授，工学研究所

1. 緒 言

構造物を合理的に設計するためには，その内部応力を適確に把握しなければならない。このために光弾性による模型試験が数学的解析のできない多数の工学上の問題の解決，または理論的計算結果の検証に広く利用されてきた。しかし従来の方法では，ただ"外荷重"の作用によつて生ずる構造物内の応力を測定しうるのみであつて，重力及び地震力等の物体力によつて惹起せられる作用応力を求めることは困難である。しかる