

浮游物の輸送機構に関する一研究

准 員 合 田 健*

A STUDY ON THE MECHNISM OF TRANSPORTATION OF SUSPENDED SEDIMENT

(JSCE Jan. 1954)

Takeshi Gōda, C.E. Assoc. Member

Synopsis Some noteworthy facts are given concerning the meaning of factor w/u_* in the law of distribution of suspended solids transported through turbulent flow and performing a flume experiment, the manner in which diffusion and deposit occur when a suspension of fine clay flows is studied. The efficiency of suspended sediment removal in sedimentation basin which is an important application of this theory is discussed and research results together with some opinion on increasing the efficiency are given.

要旨 乱流中を輸送される浮游物の分布に関し、著者の前論文¹⁾について二、三の補足を行い、ついで最近行つた水樋浮流実験の結果を2次元理論によつて検討し、泥土の構成や、流下によるその堆積が、下流側断面の浮游物量に及ぼす影響を明らかにした。

1. 概 説

昭和28年7~8月の水害では、流出した泥土の堆積で熊本市始め各地が莫大な損害をうけたが、強雨により斜面の表土や流域の肥沃土壌が流失し、これが河流により運ばれると、氾濫の害のみにとどまらず、下流部に堆積し、河床が上り、河積が減少し、また貯水池や取水点では長時間にわたつて多くのトラブルが生ずる。

このような災害の実態を知り、それに対処する手がかりとして、乱流中を輸送される浮游物の分布状態、堆積量、あるいは組成に関する法則を理論的、実験的に検討した。すなわちまず前論文¹⁾が純理論に終始した点を在来の研究、実測結果を参考として補足考察するとともに、理論式を無次元形に直してみたわけである。次に、最近米国でよく論ぜられてゐる浮泥分布の2次元理論にふれ、これが実用性を検するため、ある種の泥土混合液を作りこれを水樋に流して下流で採水し、浮泥の縦方向分布をくわしく検討してみた。また浮游物のある場合とない場合につきそれぞれ流速分布を実測し対数法則における普遍常数 κ の変化を調べたが、浮游物並びに運動量交換係数等の事項とあわせて、以下若干の考察結果を述べる。

2. 理論的考察の補足

I. 3次元の考察と w/u_* の意義 浮泥分布の基礎式としては

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(cu) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\epsilon_x \frac{\partial c}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\epsilon_y \frac{\partial c}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\epsilon_z \frac{\partial c}{\partial z}\right) + w \frac{\partial c}{\partial z} \dots\dots\dots (1)$$

(c : 単位体積中の浮游物量, u : 主流の流速, $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$: それぞれ x, y, z 方向の運動量交換係数, w : 浮游粒子の沈降速度とし、巾 $2B$, 水深 h の矩形断面水路で起点断面の水底中心に原点をとり、流下方向を x , 横方向を y , 鉛直上方に z 軸をとること等、前論文の記号と同じ) が考えられる。ところで物質交換係数 η の代りに運動量交換係数 ϵ を用いることは問題であるが、2次元流の場合について考えてみると、

$$\tau = \rho \epsilon du/dz, \tau/\tau_0 = 1 - y/z \dots\dots\dots (2)$$

から

$$\epsilon = u_* \kappa z (1 - z/h) \dots\dots\dots (3)$$

が求まる。ここに τ は剪断応力, $\tau_0 = \tau_{z=0}$, ρ は流体の密度である。V.A. Vanoni²⁾の研究によれば、この ϵ と η の分布とはほぼ一致する。また、後述著者の行つた浮流実験の結果でも、近似的に平衡式

$$wc + \eta dc/dz = 0, \text{あるいは} \eta = -wc \frac{du}{dz} \dots\dots\dots (4)$$

から求めた η は (3) 式の ϵ とほぼ合致することを認めた。そこで η の代りに近似的に (3) 式の ϵ を用い、なおその上、式の誘導を簡単にするため $\epsilon = \text{const}$ とするに際しては、次のごとく鉛直分布の平均値をとる。

$$\epsilon_{\text{const}} = \frac{1}{h} \int_0^h u_* \kappa z \left(1 - \frac{z}{h}\right) dz = \frac{1}{6} u_* \kappa h (u_* = \sqrt{\tau_0/\rho}) \dots\dots\dots (5)$$

上式中の κ は元来 0.4 であるが、3. にも述べるように水流の運動機構は浮游物のために多少の影響をう

* 京都大学講師, 工学部土木工学教室

け、速度勾配が変化する。すなわち κ が 0.4 以下に減小する。この効果は浮游物の濃度によりかなり差があるが、このように減小した κ の値を上式に用いることは、浮游物拡散係数の真値に近づく意味でより妥当ではないかと思われる。

さて、(1) 式を単純化した場合の 1 例、定常状態 *

$$c_1(y, z) = Q_0 e^{-R_z z} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} Q_n e^{-1/2 R_n z} \cos k_n y \frac{2 R_{wn} \cosh R_{wn}(1-z/h) + R_w \sinh R_{wn}(1-z/h)}{2 R_{wn} \cosh R_{wn} + R_w \sinh R_{wn}} \dots (7)$$

ただし、 $Q_0 = \frac{1}{B} \int_0^B c_0 dy$, $Q_n = \frac{1}{B} \int_0^B c_0 \cos k_n y dy$, $k_n = n\pi/B$, $R_n = k_n h (n=1, 2, 3, \dots)$,

$$R_z = w z / \epsilon, R_w = w h / \epsilon, R_{wn} = (R_n^2 + R_w^2 / 4)^{1/2}$$

また、流下方向に濃度変化がある場合は、

$$U \frac{\partial c_2}{\partial x} = \epsilon \left(\frac{\partial^2 c_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_2}{\partial z^2} \right) + w \frac{\partial c_2}{\partial z} \dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} c_2 = \frac{S_0}{2} e^{-R_z z} + \sum_{n=1}^{\infty} S_n \exp \left[-\frac{R_n^2}{R_w} \frac{x}{h} - R_z z \right] \cos k_n y \\ S_0/2 = \frac{R_w}{Bh(1-e^{-R_w})} \int_0^h \int_0^B c_1 dy dz, S_n = \frac{2R_w}{Bh(1-e^{-R_w})} \int_0^h \int_0^B c_1 \cos k_n y dy dz \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

$$(R_w = Uh/\epsilon)$$

で与えられる。(7), (9) において $R_n, R_{wn}, R_z, R_w, R_u$ はいずれも無次元量であり、特に R_w は最も重要な factor であつて 1 種の Reynolds 数である。上の (7) 式を積分して全断面の浮游物量を求めると、

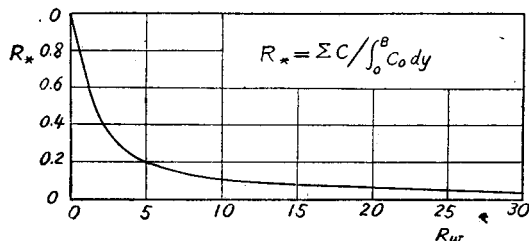
$$\Sigma c = \frac{2h}{R_w} (1 - e^{-R_w}) \int_0^B c_0 dy \dots (10)$$

で $2h \int_0^B c_0 dy$ は鉛直線にその濃度分布が水面から水底まで等しい場合の Σc を表わすから、これが基準となり、結局 $z c$ を変動させる支配的な要素は

$$R_* = \frac{1 - e^{-R_w}}{R_w} \dots (11)$$

である。この関係は図-1 に示すごとく、 $R_w = 4.0$ の

図-1 浮游物量の R_w による変化



近傍を境として、 $R_w < 4.0$ となるといちじるしく R_* が増大する。いま ϵ を (5) 式で与えるならば、

$$R_w = \frac{6}{\kappa} w / u_* \approx 15 w / u_* \dots (12)$$

となり、新しい factor w / u_* が導入される。これは浮游物の性質、流状により定まる量であるが、我国の

$$* \frac{\partial^2 c_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c_1}{\partial z^2} + \frac{w}{\epsilon} \frac{\partial c_1}{\partial z} = 0 \dots (6)$$

$$\left\{ \begin{aligned} y=0, B \text{ で } \partial c_1 / \partial y = 0; z=h \text{ で } \epsilon \partial c_1 / \partial z + w c_1 = 0; \\ z=0 \text{ で } c_1 = c_0(y) \end{aligned} \right.$$

に対する解は前論文¹⁾ 18ページ、(4)式で与えられているが、これを一般的な形に変形すると次のようになる。

$$\left\{ \begin{aligned} y=0, B \text{ で } \partial c_2 / \partial y = 0, z=0, h \text{ で } \epsilon \partial c_2 / \partial z + w c_2 = 0, \\ x=0 \text{ で } c_2 = c_1(y, z) \end{aligned} \right. \text{ が基礎式で解は同様に前論文 20 ぺージ (10) 式の代りに,}$$

河川では高水時 U / u_* が恐らく 30~35 程度に達するものと想像される。 $R_w = 4.0$, すなわち $w / u_* \approx 0.27$ が浮游量に対する 1 つの限界値を示すものと考え、1 例として京都市吉田山で採集した表層粘土の場合をとると、該試料の沈降分析結果は表-1 に示すとおりであるが、 $w = 0.10$ cm/sec 以下の微細粒子が 51% を占め、そのうちの約 4 割が $w \approx 0.05$ cm/sec であつた。するとこれらの小粒子に対しては $u_* = 0.19$ cm/sec が限界浮游の流状を示すことになり、 $u_* > 0.19$ cm/sec では粒子は水面まで浮游する。速水頌一郎博士³⁾ は交換係数

$$\eta = \frac{ch \sqrt{gih} (1-z^2)^{1/2}}{\sqrt{2} (1+z^2)^{1/2}} \quad (i \text{ は勾配, } c \text{ は常数})$$

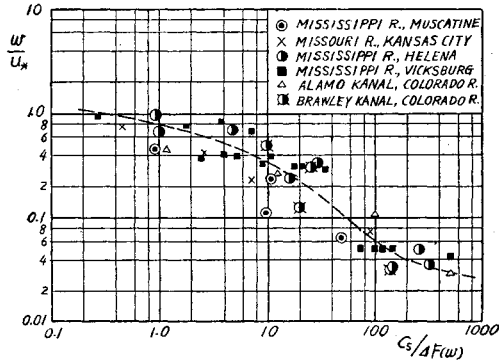
を用いて

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\eta \frac{\partial c}{\partial z} \right) + w \frac{\partial c}{\partial z} = 0$$

を解き、 $w / \sqrt{gih} = 0.3$, すなわち $w / u_* = 0.3$ が粒子の浮游限界であることを指摘しているが、次元を拡張しかつ (5) 式を用いた本論文の結果とかなり近い。

また一方において、A.A. Kalinske⁴⁾ は河川底質の安定を論ずるにあたり、bottom 近くの濃度 c_s と沈降速度 w なる粒子の底質中における含有率 $\Delta F(w)$ を考え、 $c_s / \Delta F(w)$ と w / u_* の関係を米国諸河川の実測値に基づき plot した結果図-2 を得た。これから推察すると、 $w / u_* = 0.25 (R_w \approx 3.8)$ を限界として bottom の平衡状態がやや変化するのではないかと思われ、ひいては上述の R_w (または w / u_*) の限界値のもつ意

図-2 底質の安定と w/u_* の関係
(E.W. Lane, A.A. Kalinske による)



義がさらに明確化され、かつ重要になるものと理解してよいであろう。

II. 2次元の考察 浮游物の鉛直分布を求めるには x, z の2次元として論ずれば理論式は簡単になり、実際ともかなりよく一致する。その基本式は

$$U \frac{\partial c}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + w \frac{\partial c}{\partial z} \dots (13)$$

$$\frac{c}{c_0} = 2 \exp \left[\frac{1}{2} (R_w - R_z) \right] \sum_{m=1}^{\infty} \frac{R_m \sin R_m \left(\cos \beta_m y + \frac{R_w}{2R_m} \sin \beta_m y \right)}{R_m^2 + R_w^2/4 + R_w} \exp \left[- \frac{1}{R_u} \left(R_m^2 + \frac{R_w^2}{4} \right) \frac{x}{h} \right] \dots (16)$$

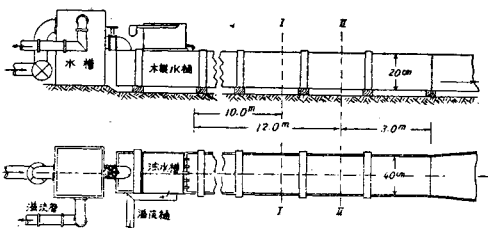
$$R_m = \beta_m h, \beta_m h = \tan^{-1} \frac{\beta_m h \cdot R_w}{(\beta_m h)^2 - R_w^2/4} \quad (\text{正の根を小さいものから順に } m=1, 2, \dots \text{とする})$$

式中の各符号は (7), (9) 式のものと同じで、この級数は $R_w < 15$ で収斂がよい。(15) および (16) の意義、実用性は以下述べる実験結果に従つてくわしく考察する。

3. 水樋実験

行つた実験の特徴は、水樋中の流れにある組成の泥土混合液を流し、下流側の2断面でその分布状態を実測した点で、その結果を前述の2次元理論から考察し、あわせて浮泥のある場合の流速法則について調べてみた。実験は京大防災研究所宇治川水理実験所の構内にある木製水樋(図-3)によつた。これは有効長15m、巾40cm、高さ20cm、勾配1/500で、その末端水路床と同じ高さの溢流堰頂をもつ模型貯水池が

図-3 実験水樋



であるが、特に $\partial c / \partial x = 0$ の場合は

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\epsilon \frac{\partial c}{\partial z} \right) + w \frac{\partial c}{\partial z} = 0 \dots (14)$$

$$(z=h \text{ で } \epsilon \frac{\partial c}{\partial z} + wc = 0, z=a \text{ で } c=c_a)$$

として (3) 式の ϵ を与え、解が次のように求められる⁵⁾。

$$\log \frac{c}{c_a} = \frac{w}{\kappa u_*} \log \left(\frac{a}{h-a} \frac{h-z}{z} \right) \dots (15)$$

これは使用に便利な式であるが、定常時に対するものであるから実際には流下にもなる洗澱堆積、および洗掘を考慮せねばならない。

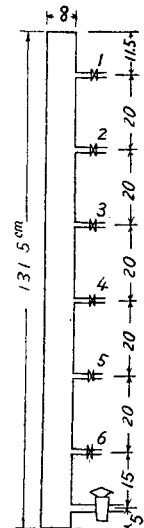
特に w/u_* が 0.25 より充分に大であれば、浮游物は一たび洗澱するとほとんど二度と浮上しないとみなしてよい。このような場合、(13)式に対する境界条件は、

$$z=0 \text{ で } \frac{\partial c}{\partial z} = 0, z=h \text{ で } \epsilon \frac{\partial c}{\partial z} + wc = 0, x=0 \text{ で } c=c_0$$

であり、その解は W.E. Dobbins⁶⁾ や T.R. Camp⁷⁾ によつても論ぜられているが、次のように表わせる。

水路に続いている。

(i) 供試土の沈降分析 実験用の泥土は京都市吉田山の山腹で採集した。これは粒径 0.01~0.07 mm のものが大部分を占めている。その組成を調べるため 図-4(a) に示すとき、長さ 131.5 cm、内径 8 cm のガラス円筒によつて沈降分析を行つた。最下部の採水孔は干渉沈澱効果が大きいと思われたので、5 の採水孔から一定時間ごとに注意深く懸濁液を採水し、秤量計算した結果を (b) 図のごとく図示した。この泥土組成を代表的な沈降速度別に示すと表-1 のようになる。



(ii) 流速法則 図-3 の断面 I, II はそれぞれ泥土注入点から 10 m, 12 m の距離にある。最高水深は 6 cm 程度で、流速は断面中央の鉛直線沿いに、pitot 管を用いて水路床から 0.5 cm または 1 cm おきに測定した。浮游物のあ

図-4 (b) 沈降分析曲線

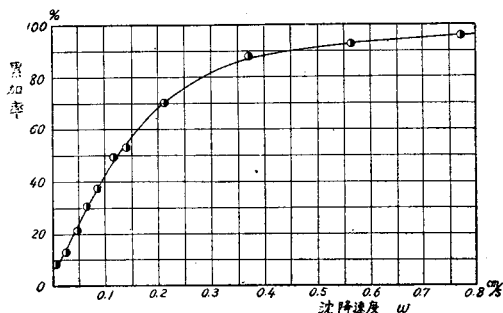


表-1 試料の沈降速度別組成

w cm/sec	0	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.35	0.60	1.50	計
%	13	21	17	12	9	7	10	7	4	100%

(平均沈降速度 $w_m \cong 0.12$ cm/sec)

る場合とない場合の流速分布はそれぞれ図-5, 図-6に示されるが, 図-5 の I, II はそれぞれ断面 I, II に対するものである。 u_* としては 3 次元的影响を

図-5 速度分布法則

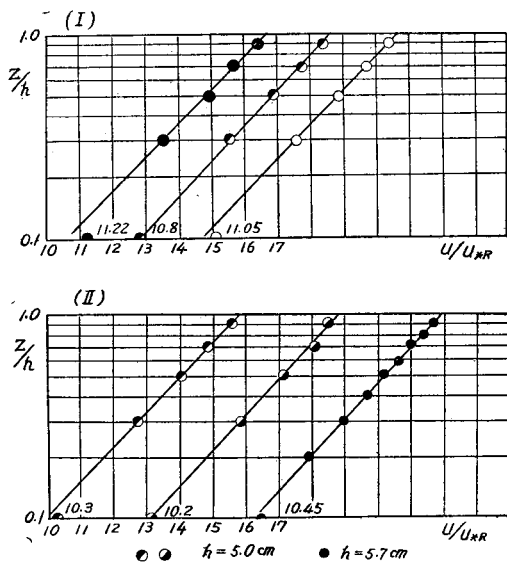
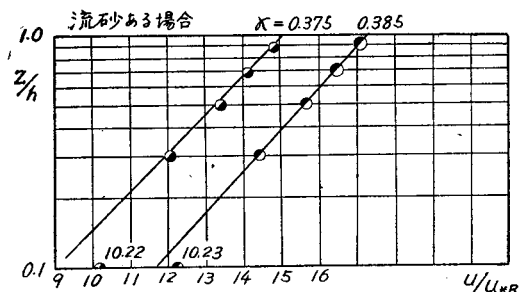


図-6 速度分布法則



除くために径深 R を用いて $u_{*R} = \sqrt{g i R}$ とした。図-5 では断面 I, II を通じて速度分布はほぼ同様で,

$$\frac{u - u_{max}}{u_{*R}} = \frac{2.303}{\kappa} \log \frac{z}{h} \dots (17)$$

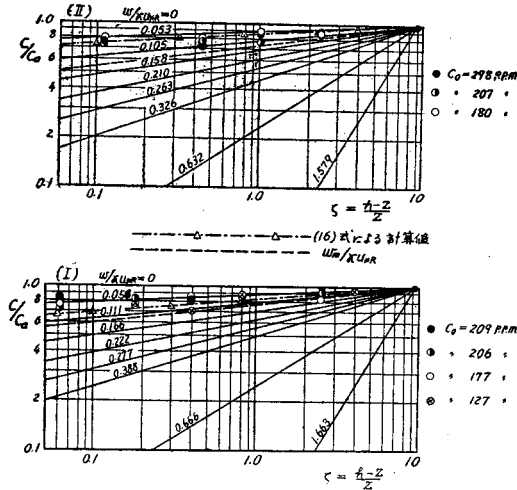
が成立し, その普遍常数 κ は 0.4 である。これに対し, 浮游物ある場合の速度分布では, 与えた泥土量が干渉沈澱の影響をさけるため比較的少なく, 0.10~0.30 g/l であつたので, $\kappa = 0.375 \sim 0.385$ であり, 浮泥なき場合に比し若干減少している。V.A. Vanoni⁽⁸⁾ の実験では, 浮泥量がより大となると κ はなお減少し, 0.30 程度に達する。しかし本実験と Vanoni の実験結果から考へて, 本実験程度の浮泥量に対しては, ほぼ $\kappa = 0.38$ 程度になるものとみてよい。そこで 2. にも述べたごとく, 実験結果を整理するにあつては, $\kappa = 0.38$ を用いる。

(iii) 浮游物の分布 試料土は一定量の水にとかし図-3 に示す濁水槽に貯え, 一定の head で槽の下部にあけた 5 本の孔から流水中へ注加する。槽の上部には溢流樋がついており, また槽内の濁水濃度が減少しないように一定周期で攪拌を行つた。流量は比較的少なく, 水深は 5~6 cm であるが, これは注加濁水を起点で一樣に拡散させるにはかえつて都合がよかつた。次に濁水の採取にはサイフォンを用いた。これは内径 3 mm のガラス管をゆるく曲げて作つたもので, 採水点で管口を水流方向に向け, あらかじめ流速を測つておいて, 採水速度がそれに合うよう siphon head を調節した。

測定断面は (i) の速度分布におけるのと同じく I, II を用い, 濁水注入時の起点濃度が 0.10~0.30 g/l となるようにした。ここでまず (15) 式を考え, c/c_a と $(h-z)/z$ が両対数方眼紙で直線となることから, 実験値を整理してこの対数紙上に plot したのが図-7 (I), (II) である。

なお, 実験値の整理にあつては $a = 0.5$ cm として c_a を基準にとつている。図中の太い点線は泥土全体の平均沈降速度 $w_m = 0.12$ cm/sec に対する傾斜 $w_m/\kappa u_{*R} = 0.126$ (I), 0.133 (II) を示すのであるが, (I), (II) の場合, いずれも実測値から下方へそれる。これは主として流下による沈澱堆積の影響であると考えられ, 実際には組成粒子中 w の大きいものほど逐次沈澱堆積して残されてゆく。しかし w/u_{*R} が充分大でない純粋に堆積のみは起らず, 正しくは粒子の各 group に対し水底の平衡条件をそれぞれ与えて浮游量を計算すべきであるが, これはまことに厄介で非実際のだから, 水底の境界条件が若干異なることによる算定誤差は, 水底近くにおいてのみ大きいと考え,

図-7 浮泥の分布 (理論と実験の比較)



水底からの距離 a を充分大きくとり、 $a \leq z \leq h$ に対して (16) 式を用いて各 group の c/c_a を計算し、実験値と比較することはそう不都合ではない。故にここでは、 $a=0.5 \text{ cm}$ ととり、表-1における各 group に対し、 $x=10 \text{ m}$, 12 m として、(16) 式に基づきそれぞれ濃度分布を算出し、その結果を合成して c/c_a を求めた。比較のためこれを図-7 に plot すると、図中の鎖線 $\cdots \triangle \cdots \triangle \cdots$ のごとくなり、かなりよく実験結果に合っていることが認められる。従つて、定性的ではあるが本実験結果は浮泥分布の2次元理論の実用価値を示す一つの有力な資料であると考えられる。

4. 結 び

本実験は、さらに浮泥の横方向拡散、集中を検討すべく引続き行つているが、上述の考察から主要な成果をあげてみると、まず (1) $w/u_* \cong 0.25$ が一つの浮游限界として与えられ、底質の平衡ともつながりを持つこと、(2) 流下後の浮泥分布、堆積損失量を算定する

(16) 式は充分実用性のあることが実験の結果立証された。(3) 速度分布法則における κ は浮游物の存在により減小し、本実験例のように比較的軽い silt load では 0.38 前後であることが認められた。

最後に終始御鞭撻を載っている京大教授石原、岩井両博士、ならびに本研究、実験に多大の御尽力をいただいた建設省八木一郎氏に深謝の意を表する次第である。

参考文献

- 1) 合田 健：“開水路における浮游流砂の分布について”，土木学会誌 35 巻 10 号，p.17~22 昭和 25 年 10 月
- 2) V.A. Vanoni：“Some Experiments on the Transportation of Suspended Load”，Trans. Amer. Geophys. Union p. 608, 1941.
- 3) 速水頌一郎：“揚子江と黄河より見たる南北支那の自然環境”，太平洋の海洋と陸水，p.755 昭和 18 年
- 4) E.W. Lane, A.A. Kalinske：“The Relation of Suspended to Bed Material in Rivers”，Trans. Amer. Geophys. Union p.637, 1939
- 5) V.A. Vanoni：“Transportation of Suspend- ed Sediment by Water”，Trans. Amer. Soc. Civ. Engrs., Vol. 111, p. 67, 1946. H.A. Einstein：“The Bed-load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows,” Tech. Bul., No. 1029, U. S. Dept. of Agr. Soil Cons. Service, Sept. 1950.
- 6) W.E. Dobbins：“Effect of Turbulence on Sedimentation”，Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., rs Feb. 1943.
- 7) T.R. Camp：“Sedimentation and the Design of Settling Tanks”，Trans. Amer. Soc. Civ. Eng., Vol. 111. p. 895, 1946.
- 8) V. A. Vanoni, En-Yun Hsu：“Turbulence and Diffusion as Factors in Sediment Transportation”，Proc. Amer. Soc. Civ. Eng., Preprint 67, Sept. 1952. (昭.28.8.23)

38 巻 12 号 “巾の拡がる水路における衝撃波について” 正誤表

ページ	行	誤	正
16	左下 4	安定	不安定
17	左 (12) 式	$\frac{h_1^2}{2} + \frac{h_1}{g} v_1^2 \sin^2 \beta = \frac{h_2^2}{2} + \frac{h_2}{g} v_2^2 \sin^2$ $(\beta - \theta) + \frac{\eta(2+\eta)}{2} h_2^2 \cos^2(\beta - \theta) \frac{h_1}{g} v_1^2 \sin$ $\beta \cos \beta = \left\{ \frac{h_2}{g} v_2^2 - \frac{\eta(2+\eta)}{2} h_2^2 \right\} \sin(\beta - \theta)$ $\cos(\beta - \theta)$	$\frac{h_1^2}{2} + \frac{h_1}{g} v_1^2 \sin^2 \beta = \frac{h_2^2}{2} + \frac{h_2}{g} v_2^2 \sin^2$ $(\beta - \theta) + \frac{\eta(2+\eta)}{2} h_2^2 \cos^2(\beta - \theta),$ $\frac{h_1}{g} v_1^2 \sin \beta \cos \beta = \left\{ \frac{h_2}{g} v_2^2 - \frac{\eta(2+\eta)}{2} h_2^2 \right\}$ $\times \sin(\beta - \theta) \cos(\beta - \theta),$