

報 文

鋼上路道路橋の縦桁によつて支持される床版の 曲げモーメントについて

正 員 成 岡 昌 夫*

ON THE BENDING MOMENT OF SLAB SUPPORTED BY STRINGERS OF DECK TYPE STEEL HIGHWAY BRIDGES

(JSCE. Dec. 1953)

Masao Naruoka, C.E. Member

Synopsis The transverse bending moment of reinforced concrete slab of steel highway bridges has been calculated by customary method. However, the supporting conditions of the slab must be considered in the calculation. From this point of view, the author described that relative stiffness of the stringer compared to that of the slab must be taken into consideration.

1. まえがき

鋼道路橋の鉄筋コンクリート連続版の設計用曲げモーメントとして、単純版のスパン曲げモーメントの80%をもつて、連続版のスパンおよび支承曲げモーメントとすることが従来行われている。著者はかつて、曲げに対して剛である支承をもつ等断面等4スパンの連続版について、従来の方法がスパン曲げモーメントにはほぼ正しく、支承曲げモーメントについては全く誤りであることを示したことがある¹⁾。

しかし一般には連続版を支持する支承がすべて曲げに対して剛である支承と仮定することは適当でない。例えばかつて牧野喬氏によつて発表されたスパン18m以上の場合の標準鋼桁国道橋の例について考えよう。この鉄筋コンクリート床版は両側主桁と、その間に等間隔に存在する3本の縦桁を支承とする連続版である。版の曲げ剛性すなわち版剛度に対して主桁の曲げ剛性を無限に大きいと仮定しても、縦桁の曲げ剛性も主桁と同様であるとは言えない。従つて実際には、問題とする曲げモーメントに対して、これら支持梁である縦桁の影響がどれほどであるかを知ることが、版の設計を合理化する上において、きわめて重要であると思う。

従つてここに支持梁である縦桁の影響を求めるために、次の仮定を設けて、版の解析を行うものとする(図-1 参照)。

a) 解析の対象とする連続版は、等断面等4ス

ンとする。

b) 版の連続方向の両端は主桁で単純支持されるものとする。なお短辺方向、すなわち橋の中心線に直角方向では、版は横桁で支持され、この支持状態は単純支持とする。

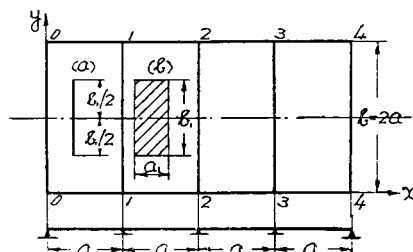
c) 版の中間は曲げ剛さの同一な縦桁で等間隔に弾性梁に支持され、縦桁と版とはその支持辺に沿うて等しい撓みをなすものとする。なお縦桁の捩り剛さについては考慮しない。

以上の仮定のもとに、中間の弾性梁支承である縦桁が連続版の曲げモーメントに及ぼす影響を調べたいと思う。本研究はさきに発表した縦桁の曲げモーメントに関する研究²⁾の続きであつて、両者あいまつて、床組の研究をなすものである。

2. 解法

図-1 のような弾性梁で支えられる連続版では、著

図-1



者の提唱する撓角法公式を用いると、各中間支承について、それぞれ次の曲げモーメントおよび剪断力の釣合条件式が成立する³⁾。

* 京都大学助教授，工学部土木工学教室

$$\begin{aligned} e_1'\varphi_1 + l_1\varphi_2 - r_1'\delta_1 - q_1\delta_2 &= A \\ l_1\varphi_1 + e_2\varphi_2 + l_2\varphi_3 + q_1\delta_1 - r_2\delta_2 - q_2\delta_3 &= B \\ l_2\varphi_2 + e_3'\varphi_3 + q_2\delta_2 - r_3'\delta_3 &= C \\ r_1'\varphi_1 - q_1\varphi_2 - u_1'\delta_1 + z_1\delta_2 &= D \\ q_1\varphi_1 + r_2\varphi_2 + q_2\varphi_3 + z_1\delta_1 - u_2\delta_2 + z_2\delta_3 &= E \\ q_2\varphi_2 + r_3'\varphi_3 + z_2\delta_2 - u_3'\delta_3 &= F \end{aligned}$$

ただし上式において

$$\begin{aligned} e_2 &= 2c/(c^2 - s^2), & e_1' = e_3' &= (1/c) + \{c/(c^2 - s^2)\}, \\ l_1 &= l_2 = s/(c^2 - s^2), & r_2 &= 0, & r_1' = -r_3' &= \{j/(c^2 - s^2)\} \\ & & & & & - \{j/(c^2 - s^2)\}, \\ q_1 &= q_2 = i/(c^2 - s^2), & u_2 &= \{2h/(c^2 - s^2)\} + \gamma, \\ u_1' &= u_3' &= \{h/(c^2 - s^2)\} + \{h/(c^2 - s^2)\} + \gamma, \\ z_1 &= z_2 &= g/(c^2 - s^2), & \gamma &= EI \cdot m\pi / Nb = m\pi k \end{aligned}$$

を表すものとする。なお $c/(c^2 - s^2)$, $s/(c^2 - s^2)$ 等の係数の定義は前著を参照されたい。

なお上式では φ は実際の撓角の $N \cdot \beta$ 倍, δ は実際の撓みの $N \cdot \beta^2$ 倍を意味するものであり ($\beta = m\pi/b$), また右辺は

$$\begin{aligned} A &= -(H_{M,10} + C_{M,12}), & B &= -(C_{M,21} + C_{M,23}), \\ C &= -(C_{M,32} + H_{M,34}), & D &= (H_{R,10} - C_{R,12})/\beta, \\ E &= (C_{R,21} - C_{R,23})/\beta, & F &= (C_{R,32} - H_{R,34})/\beta \end{aligned}$$

を表す。ここに C, H はいわゆる荷重項である。たとえば, $y=0$ および $y=b$ の2辺で単純支持された矩形板の図-2の荷重状態(線荷重強度 q) については,

$$\begin{aligned} C_{M,AB} &= -C_M \cdot a(4q/m\pi) \sin(m\pi i/b) \sin(m\pi u/b) \\ C_{R,AB} &= C_R(4q/m\pi) \sin(m\pi i/b) \sin(m\pi u/b) \end{aligned}$$

であつて, C_M, C_R の値は, $a/b, v/a$ の値に対して, あらかじめ計算しておくことができる。またこれらを用いて, H_M, H_R の値も簡単に求められる。

従つて $A \sim F$ はすべてモーメントの単位に統一せられることになり, 上の6式を解いて得られる φ, δ の値もすべてモーメントの単位を有することになる。従つて

$$\begin{aligned} -M_1 = M_{10} &= (1/c)\varphi_1 - \{j/(c^2 - s^2)\}\delta_1 + H_{M,10} \\ -M_2 = M_{21} &= \{s/(c^2 - s^2)\}\varphi_1 + \{c/(c^2 - s^2)\}\varphi_2 \\ &+ \{i/(c^2 - s^2)\}\delta_1 - \{j/(c^2 - s^2)\}\delta_2 + C_{M,21} \end{aligned}$$

によつて支承曲げモーメントを求めることができる。

以上によつて支承曲げモーメント及び支承の撓みを求めることができる。

次にこれらの値のスペンの中央点の曲げモーメントにおよぼす影響を調べよう。

一般に図-3のごとく $y=0$ および $y=b$ の2辺によつて単純支持された矩形版の辺 $x=0$ において,

$\Sigma \delta_{A,m} \sin(m\pi y/b)$, $\Sigma M_{A,m} \sin(m\pi y/b)$ の2つの境界条件の存在する場合, $\omega = v$ における曲げモーメント $\Sigma M_{v,m} \sin(m\pi y/b)$ は, 次のようにして求められる。

$M_{A,m}$ によつて

$$M_{v,m} = (m_x + \nu m_y) M_{A,m}$$

$\delta_{A,m}$ によつて

$$M_{v,m} = N \cdot n_x \cdot \beta^2 \cdot \delta_{A,m}$$

ここに m_x, m_y, n_x は $\varepsilon_m = m\pi v/a$, $\alpha_m = -m\pi a/b$ およびポアソン比 ν によつて与えられる係数である。

従つてこれらの公式によつて, たとえば矩形版 1-2-2-1 の辺 1-1 および 2-2 が撓み, かつこれらの辺に支承モーメントが作用する場合, これらの影響による矩形板の内部における曲げモーメントは, $M_{1,m}, M_{2,m}$ による $M_{v,m}$ および $\delta_{1,m}, \delta_{2,m}$ による $M_{v,m}$ の和として求めることができる。

ゆえにこのようにして求めた値と, 単純版 1-2-2-1 に与えられた荷重が作用する場合の曲げモーメントとの和を求めると, 与えられた条件の下における連続版のスパン曲げモーメントを求めることができる。

さて牧野喬氏の提唱された床組構造では, 床版のスパン(縦桁の間隔)と縦桁のスパン(横桁の間隔)との比は大略 1/2 であるから, $a/b = 1/2$ として計算を進めることとする。また $k = EI/Nb$ の値として, 1, 10, ∞ の3つの場合をとるものとする ($k = \infty$ は $\delta = 0$ の場合に相当する)。

3. 曲げモーメントの計算

計算すべき曲げモーメントとして, 図-1の支承 1-1 および 2-2 上の $(M_x)_{y=b/2}$ および各スパン中央点のスパン曲げモーメント $(M_x)_{x=a/2, y=b/2}$ を選ぶものとする。準備計算として, 図-4(a)のような4辺単純支持矩形板 ($a/b = 1/2$) において, $y=b/2$ に対称に分布する線荷重によ

る $(M_x)_{x=a/2, y=b/2}$ の影響線を $b_1/a =$

0.1~0.6の範囲につき求め, これを利用して, 図-4(b)のごとく, 中心に関して対称に, $a_1/a = 0.1$

~0.6, $b_1/a = 0.1 \sim 0.6$ の矩形面積に等分布する荷重による上記の値(以下これを M_0 と表す)を求める, 表-1 のようである。

a. 支承曲げモーメント 2. に述べたようにして M_1 および M_2 が求められるが, この式には $A \sim$

図-3

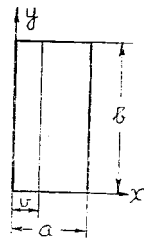


図-2

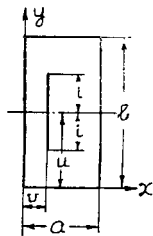


図-4

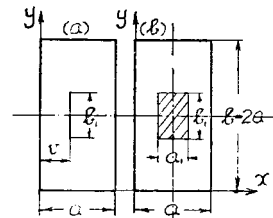


表-1 図-4, (b)のごとく4辺単純支持矩形版 ($b=2a$) の中心に関して対称な等分布矩形荷重によるスパン中央点の曲げモーメント (M_x) _{$x=a/2, y=b/2$} の値
(単位 $P=$ 全荷重)

a_1/a	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
0.1	0.294	0.271	0.249	0.232	0.216	0.203
0.2	0.246	0.233	0.219	0.207	0.196	0.185
0.3	0.213	0.204	0.195	0.186	0.177	0.169
0.4	0.188	0.182	0.175	0.168	0.161	0.154
0.5	0.168	0.163	0.158	0.153	0.147	0.141
0.6	0.151	0.148	0.144	0.139	0.134	0.129

F および $H_{M,10}$, $C_{M,21}$ が含まれるが、これらの値に C_M, H_M, C_R, H_R の値を代入すると、図-1 (a)のごとく y 方向に分布する線荷重による M_1 あるいは M_2 の骨幹値が得られる。次に $m=1, 3, 5, \dots$ に対するこれらの骨幹値に $(1/m) \cdot \sin(m\pi b_1/2b)$ を乗じ、総和を求めると、 M_1 および M_2 について、 v/a の種々の値 (0.1 刻みの値) に対して、 $y=b/2$ に対称に、 $b_1/a=0.1 \sim 0.6$ の範囲に分布する線荷重による影響線が得られる。

次に影響線を利用して、できるだけ縦距の大きいところをとり、梯形積分をして、図-1 (b) のように $a_1/a=0.1 \sim 0.6$, $b_1/a=0.1 \sim 0.6$ の矩形面積に等分布する荷重による (M_1) _{$y=b/2$} , (M_2) _{$y=b/2$} (以下これを M_1, M_2 と略記する) が得られる。この値と、さきに求めた M_0 との比を求める。

b. スパン曲げモーメント さきに述べたように、支承曲げモーメントと支承の撓みのスパン中央点の曲げモーメントに及ぼす影響を計算する。この計算値には $A \sim F$ および $H_{M,10}$, $C_{M,21}$ が含まれているので、以下支承曲げモーメントの計算における場合と同様の順序によつて、各スパンの中央点の曲げモーメントに及ぼす支承曲げモーメントおよび支承の撓みの影響について、 v/a の種々の値 (0.1 刻みの値) に対して、 $b_1/a=0.1 \sim 0.6$ の範囲に分布する線荷重による影響線が求められる。これにさきに求めた4辺単純支持矩形版のスパン中央点の曲げモーメントの影響線を加えることによつて、連続版のスパン 0-1, 1-2 の中央点の M_x の、 $y=b/2$ に対称に分布する線荷重 ($b_1/a=0.1 \sim 0.6$) による影響線が得られる。

このようにして求められた影響線を用いて、 $a_1/a=0.1 \sim 0.6$, $b_1/a=0.1 \sim 0.6$ の範囲の矩形に分布する等分布荷重によるこれら曲げモーメントの最大値 (以下これを M_{0-1}, M_{1-2} と略記する) を求め、これとさきに求めた単純版の M_0 との比を計算する。

以上の計算の結果はぜひとも表をもつて示すべきであるが、紙数の都合で省略する。

4. 設計用曲げモーメントに関する考察

自動車荷重として、後輪荷重のみを考えるものとする。

a. 支承曲げモーメント M_1 3.a. の計算結果を利用し、左右車輪間の距離とスパンとの関係のいかんにかかわらず、与えられた $a_1/a, b_1/a$ に対し、左右の車輪ともそれぞれの載るスパンのなかでは M_1 に対して最大値を生ずるような位置にあるものとして、 M_1 の最大値を求めると、表-2.a. のようである。

b. 支承曲げモーメント M_2 上と同様の考え方のもとに、表-2.b. が得られる。

表-2

k	a_1/a	a (M_1 の設計用最大値) / M_0 の値						b (M_2 の設計用最大値) / M_0 の値						
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	
$k=1$	0.1	0.11	0.13	0.15	0.16	0.16	0.16	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17	0.17
	0.2	0.08	0.10	0.11	0.11	0.11	0.11	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12
	0.3	0.06	0.07	0.07	0.07	0.07	0.07	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08
	0.4	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06
	0.5	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05	0.05
	0.6	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.03	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04	0.04
$k=10$	0.1	0.50	0.57	0.59	0.61	0.63	0.66	0.69	0.74	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76
	0.2	0.43	0.49	0.50	0.51	0.52	0.54	0.56	0.60	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61
	0.3	0.36	0.41	0.42	0.43	0.44	0.46	0.48	0.51	0.52	0.52	0.52	0.52	0.52
	0.4	0.30	0.34	0.35	0.36	0.37	0.39	0.41	0.44	0.45	0.45	0.45	0.45	0.45
	0.5	0.25	0.28	0.29	0.30	0.31	0.33	0.35	0.38	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39
	0.6	0.20	0.22	0.23	0.24	0.25	0.27	0.29	0.32	0.33	0.33	0.33	0.33	0.33
$k=\infty$	0.1	0.66	0.73	0.75	0.77	0.82	0.83	0.87	0.90	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92
	0.2	0.61	0.68	0.70	0.71	0.74	0.76	0.79	0.82	0.83	0.83	0.83	0.83	0.83
	0.3	0.57	0.63	0.65	0.66	0.69	0.71	0.74	0.77	0.78	0.78	0.78	0.78	0.78
	0.4	0.54	0.60	0.62	0.63	0.66	0.68	0.71	0.74	0.76	0.76	0.76	0.76	0.76
	0.5	0.51	0.57	0.59	0.60	0.63	0.65	0.68	0.71	0.73	0.73	0.73	0.73	0.73
	0.6	0.48	0.54	0.56	0.57	0.60	0.62	0.65	0.68	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70

c. スパン曲げモーメント M_{0-1} および M_{1-2}

これらの最大値を表-3 に示す。

表-3

k	a_1/a	a (M_{0-1} の設計用最大値) / M_0 の値						b (M_{1-2} の設計用最大値) / M_0 の値						
		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	
$k=1$	0.1	1.00	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
	0.2	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
	0.3	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
	0.4	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
	0.5	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
	0.6	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
$k=10$	0.1	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97
	0.2	0.93	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92	0.92
	0.3	0.91	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90
	0.4	0.90	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89
	0.5	0.89	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88
	0.6	0.88	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87
$k=\infty$	0.1	0.95	0.96	0.93	0.92	0.91	0.91	0.92	0.90	0.89	0.89	0.89	0.89	0.89
	0.2	0.93	0.92	0.91	0.90	0.89	0.89	0.89	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88	0.88
	0.3	0.91	0.90	0.89	0.89	0.88	0.88	0.88	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87	0.87
	0.4	0.90	0.89	0.88	0.88	0.87	0.87	0.87	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86
	0.5	0.89	0.88	0.87	0.87	0.86	0.86	0.86	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85
	0.6	0.87	0.87	0.87	0.86	0.86	0.86	0.86	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85	0.85

以上の表に示した値の上下限のみ拾つて示すと、表-4 のようである。

表-4 各種曲げモーメントの値一覧表

k	M_1/M_0	M_2/M_0	M_{0-1}/M_0	M_{1-2}/M_0
1	0.11~0.26	0.16~0.40	1.0	0.92~0.97
10	0.50~1.01	0.49~1.00	0.85~0.95	0.74~0.91
∞	0.66~1.29	0.61~1.12	0.85~0.95	0.76~0.92

これらの表から次のようなことが言えると思う。

a. 支承曲げモーメントについて: $M_1/M_0, M_2/M_0$ は $a_1/a, b_1/a$ によつて広範囲に変化しており、適当な値を求めることは不可能である。従来用いられている 80% を無条件に採用することは誤りである。また $k=EI/Nb=1$ の場合と 10 あるいは ∞ の場合とは非常に異なる。

b. スパン曲げモーメントについて: $M_{0-1}/M_0, M_{1-2}/M_0$ の値はおおむね 75% 以上であり、 $k=1$ の

場合 100% に近く、 $k=10$ あるいは ∞ の場合は平均 85% 程度である。 $k=\infty$ の場合の方が $k=10$ の場合よりこの値が大きい。また M_{0-1} が M_{1-2} より大きいことも注目すべきである。従つて各スパンでこの値を一定にしてしまうのはよくない。

以上要するに、スパン曲げモーメントおよび支承曲げモーメントとも、縦桁の曲げ剛さと床版の版剛度との関係従つて相関剛比により、また荷重分布面積により大いに影響されるので、決してこれらを無視して、簡単に単純版の曲げモーメントとの比を決めてはならない。特に相関剛比に影響されるところが大きい。

さて現在の標準設計案では、 k の値は前著に述べたとおり、0.7~1.6 の範囲であり、まず 1.0 の前後である¹⁾。この場合にはスパン曲げモーメントについては 90~100%、支承曲げモーメントについては 40% 以下の係数を選ぶべきである。こうすると、従来われわれの採用していた係数が、いかに k の値に無頓着であつたかがわかる。いままで連続版の設計に用いてきた係数は、 $k=\infty$ すなちち中間支承の縦桁と端支承である主桁とを区別せず、同一視してきた誤りを犯していたわけである。

5. 結 言

2 主桁、3 縦桁の床組の鉄筋コンクリート床版のスパン曲げモーメントおよび支承曲げモーメントについて、著者の平板の撓角法を用いて、中心線に直角な線上に対称に載荷される線荷重によるこれらの曲げモーメントの影響線の値を求め、これを用いて、これら曲

げモーメントの設計用最大値と単純版の曲げモーメントとの比を算出し、これが相関剛比によりいぢるしく変化することを強調したのである。われわれの取り扱う上路プレートガーダー道路橋の床版では、本計算の対象となつていような床版があり、これらについては、縦桁の曲げモーメントの計算法とともに注意を喚起したいと思う。

なお主桁並列型式の上路プレートガーダー橋の連続版については、N.M. Newmark がすでに $a/b=0.1\sim 0.3$ 、 k の値の種々の場合について、版の曲げモーメントを求めているが²⁾、これによつても、 k の値を考慮しなければならないことが明瞭である。従つて床版の設計に当つては無条件に先例にならうことは注意しなければならないと考える次第である。

なお本文で単純版の曲げモーメントと称しているのは、示方書の有効巾の規定によつて計算されたものでなく、 $\nu=0.15$ として等方等質板の理論に従つて求められたものである。特に附記しておく。

注

- 1) 成岡・米沢：土木学会誌第 36 巻第 12 号および第 37 巻第 1 号 (昭.26,27)
- 2) 成岡：土木学会誌第 38 巻第 7 号 (昭.28)
- 3) 成岡：土木学会論文集第 4 号 (昭.24)
- 4) 2) 参照
- 5) N.M. Newmark and C.P. Siess: University of Illinois Bulletin, No.304, (1942) (昭.28.7.18)

河川改修に関連する堤内地の排水について

正 員 渡 辺 隆 二*

ON THE DRAINAGE OF PROTECTED LOW LAND CONNECTED WITH RIVER IMPROVEMENT

(JSCE Dec. 1953)

Ryūji Watanabe, C.E. Member

Synopsis Recently, the drainage of protected low land connected with river improvement works has become one of the important problems. The thesis discusses the principle of adequate measures for this problem by investigating its causes, analyses mechanisms of inundation in the protected low land and its drainage, and proposes a method of planning which takes economic effects into consideration.

要旨 最近河川改修工事と関連して堤内地の排水が重要な問題となつている。本文においてはこれらの問題の生じた原因を究明することによりその対策の方針

をのべ、湛水及び排水の機構を分析し、さらに経済効果を考慮した計画の求め方の一方法を提案した。

1. 河川改修に関連する堤内地排水の問題

河川改修が進捗するに従つて洪水による直接の被害

* 建設省河川局治水課