

浮枕木による軌道応力の一般解法

正 員 若 林 正*

ON THE GENERAL SOLUTION OF TRACK STRESS DUE TO LOOSE SLEEPERS

(JSCE Oct. 1953)

Tadashi Wakabayashi, C.E. Member

Synopsis The track stress of uniform and ideal track has been hitherto well studied in detail, but large stress and vibration occur partially on account of non-uniformities of track, such as decayed or loose sleepers, and irregular rail-joint which actually exist in track. In this paper the general solution of track stress due to loose sleepers and its example are stated.

要旨 一樣な理想的軌道の応力については従来くわしく研究されているが、実際の軌道では、腐枕木、浮枕木、継目などの不規則性があるために、局部的に大きな振動や応力を起すし、保線上重要なものである。

本論文では、枕木の下に浮きのある場合の軌道応力の一般解法を導き、その計算例を示して、保線上の参照に供したものである。

1. 緒 言

実際の軌道の腐枕木、浮枕木、継目などは、線路上の欠点ないしは弱点であつて、列車に大きい振動を与え線路に特別な応力を起すので、保線上重要な問題である。このうち浮枕木について考えるに、線路は保線上時どき道床突き固め作業、または豆砕石撒布作業を行つて線路状態を整備するのであるが、目に見えない枕木底部に 1mm の隙間もないように全枕木を突き固めることは不可能である。そして枕木の腐朽、道床突き固め、路盤の土質や水分等は線路の各箇所では様でないから、線路の浮枕木ができる。このように線路に様でない箇所ができれば、車輛には衝撃を与え、振動を起して線路を破壊し、線路が破壊されれば車輛を振動させ、線路の破壊と振動とは密接な因果関係をもつて日々列車ごとに線路は破壊されてゆくのである。

このように浮枕木は線路保修上豆砕石の使用量の決定上も、線路の強度や車輛の振動上も重要な問題であるが、ここでは浮枕木によるレール、枕木の応力や沈下状態を調べることにする。

さて浮枕木は線路の不規則性を示す一つであつて、その分布状態や浮きの高さなどは雑然としているが、その浮枕木の分布状態と高さを与えて、浮き枕木による軌道応力の一般解法を導き、その例として最も簡単にして基本的な状態たる浮枕木が 1 本ある場合を検討する。

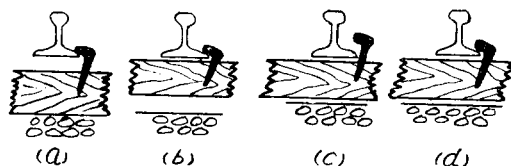
2. 浮枕木についての仮定

(A) レール、枕木間圧力と枕木の沈下量との間の関係は次のように考えてよいと思われる。

a) レール底と枕木上面間または枕木底と道床上面間に隙間があつて、枕木が浮いている時にはレール枕木間の圧力は零である (図-1 (a)(b))。

b) 枕木の浮きがなくなつて以後はレール及び枕木の沈下量はレール、枕木間の圧力に比例する (図-1 (c)(d))。

図-1



(B) 浮枕木の分布状態について 浮枕木は不規則に線路の到るところに散在しその都度枕木ごとに浮上り量を測定して、軌道の応力や沈下量を計算することは理論上できても繁雑で実用的ではない。

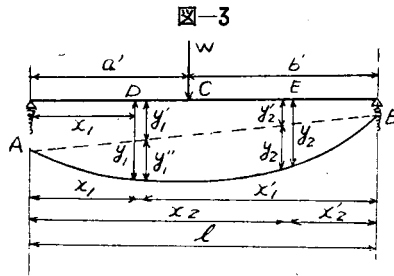
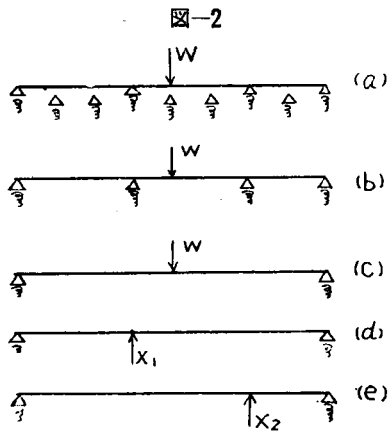
そこで次の 2 つの方法が考えられる。

a) 無限連続弾性梁の方法：車輛位置より一定範囲内の枕木 1 本ごとに浮上り量を与え、その区間以外は一樣な無限長の弾性梁と仮定する方法である。この方法は枕木の数が無限で、階差方程式を用いて解くので比較的繁雑であるが、合理的でしかも正確である。実用上は浮枕木の少ない時に用いればよい。この方法はすでに著者が満鉄保線課発行パンフレット「軌道応力計算法」に報告してあり式がやや長いので省略する。

b) 有限連続弾性梁の方法：荷重附近の枕木数本または 10 数本を考えて有限長の連続弾性梁として計算する方法で、枕木本数が少なければ簡単であるが誤差があり、枕木本数が多ければ正確であるが計算が複雑となる。

* 山梨大学助教授，工学部土木工学科

c) 有限連続弾性梁の撓みと応力の計算：第2回は有限連続弾性梁の力学的関係を解析したもので、この不静定梁を解くには弾性支点上の単梁上の荷重 W と不静定反力 X_1, X_2, \dots とに分解して沈下量を求める。



枕木は弾性支点上にあり、枕木の沈下係数を A, B 点で $D \text{ kg/cm}$ とし、荷重 W による各点の撓みと応力とを計算する (図-3)。

a. 各支点の反力は A 点 $b'W/l$ B 点 $a'W/l$

各支点の沈下量は A 点 $\frac{b'W}{lD}$ B 点 $\frac{a'W}{lD}$

b. 任意の点の撓曲率、剪力は単梁の式をそのまま適用する。曲げモーメントは

$$\text{AC間 } M_D = Pb'x_1/l \quad \text{CB間 } M_D = Pa'x_2/l$$

剪力は AC間 $S_D = Pb'/l$ CB間 $M_D = Pa'/l$

c. AC 間の任意の点 D における撓み

弾性支点の沈下による任意点 x_1 の撓みは

$$y_1' = \frac{W}{lD} \left[b + \frac{(b-a)}{l} x_1 \right]$$

梁の撓曲による沈下量は

$$y_1'' = \frac{Wb'x_1}{6lEI} (l^2 - b'^2 - x_1^2)$$

これを加えて $y_1 = y_1' + y_1''$

CB 間の任意の点 E における撓み

弾性支点の沈下による任意点 x_2 の沈下量

$$y_2' = \frac{W}{lD} \left[b + \frac{(b'-a')}{l} x_2 \right]$$

梁の撓曲による沈下量は

$$y_2'' = \frac{Wa'x_2'}{6lEI} (l^2 - a'^2 - x_2'^2)$$

これを加え合わせて $y_2 = y_2' + y_2''$

同様にして枕木の樹種、腐朽度などが 1 本ごとに異なる一般的な場合に対して枕木沈下係数 D_1, D_2, \dots を与えて、不静定反力 X_1, X_2, \dots に対する各点の撓みが求まる。

5. 枕木の不静定反力 X_1, X_2, \dots の求め方

(以下無限連続弾性梁、有限連続弾性梁いづれも通用される)

前項の計算の結果、荷重 W を加えたときの沈下量 y_{W1}, y_{W2}, \dots と枕木の位置に単位不静定力 I を加えたときの変位を $y_{X11}, y_{X12}, \dots, y_{X21}, y_{X22}, \dots$ とすれば、荷重 W と不静定反力 X_1, X_2, \dots が同時に作用した場合

$$1 \text{ 番枕木の沈下量は } y_1 = y_{W1} - X_1 y_{X11} - X_2 y_{X21} -$$

$$2 \text{ 番枕木の沈下量は } y_2 = y_{W2} - X_1 y_{X12} - X_2 y_{X22} -$$

各枕木の受ける圧力は X_1, X_2, \dots

軌条圧力と枕木の沈下量とは比例し

$$X = D_1 y_1, X_2 = D_2 y_2, \dots$$

ただし、枕木の樹種、材令、硬軟、腐蝕程度により枕木の弾性係数が違うから、枕木沈下係数と、 D_1, D_2, \dots と異なる数値をとりうるようにした。もし枕木が一樣ならば、 $D = D_1 = D_2 = \dots$ とおけばよい。

$$y_1 = X_1/D_1 = y_{W1} - X_1 y_{X11} - X_2 y_{X21} - \dots$$

$$y_2 = X_2/D_2 = y_{W2} - X_1 y_{X12} - X_2 y_{X22} - \dots$$

式中 $y_{W1}, y_{W2}, \dots, y_{X11}, y_{X12}, \dots, y_{X21}, y_{X22}, \dots$ 及び枕木の沈下係数 D_1, D_2, \dots は既知であるから不静定反力 X_1, X_2, \dots を求めることができる。

6. 荷重の増加と浮枕木状態の変化

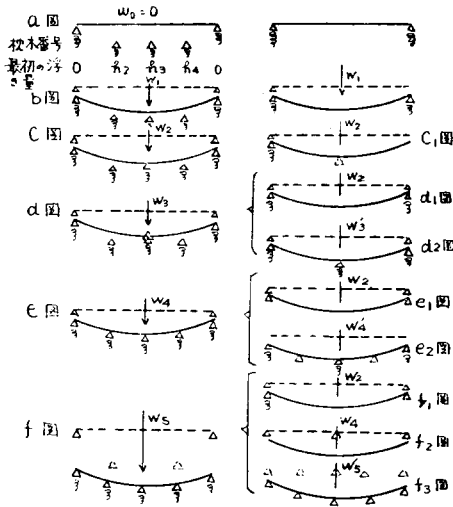
説明を簡単にするために図-4 で示すように最初に浮枕木が 3 本あり、沈下その他対称で中央枕木の直上に荷重をのせて漸次重くした場合の浮上り量や軌道応力の変化を考える。

(a) の状態：無載荷時には応力は全部 0 で枕木は浮いている。

(b) の状態：わづかの荷重が加わったときはレールは若干撓んで枕木の浮きの量はへる。この図では単梁として計算すればよい。

(c) の状態：レール底が中央の枕木と接した枕木の最初の浮き量を h_3 、荷重 $1t$ あたりのレールの沈下量を y_2 とすれば、 $W_3'' = h_3/y_2$ の荷重を加えれば枕木の

図-4



最初の浮き量とレールの撓みとが等しくなり、枕木の浮きがちょうどなくなる。他の枕木についても同様な計算をして $W_2'' = h_2/y_2$ とし、例えば2番枕木について $W_3'' < W_2''$ ならば3番枕木が先に接する。 $W_3'' > W_2''$ ならば2番枕木が先に接する。

(d) の状態：中央の枕木はすでに荷重を受けているが、途中の枕木は未だ浮いている。考え方としては(d)図を(d₁)図と(d₂)図に分けて考える。

(e) の状態：2番4番枕木もちょうどレールと接触した。その荷重は(e₂)図について(c)状態と同法で求められる。

(f) の状態：全部の枕木の浮きがなくなつた状態で(f₁)(f₂)(f₃)に分けて考えればよい。

計算例

最も普通の線路について計算する。

枕木間隔： $a=70$ cm

レール：37 kg/m

浮枕木：1丁

枕木剛度： $D=10$ t/cm

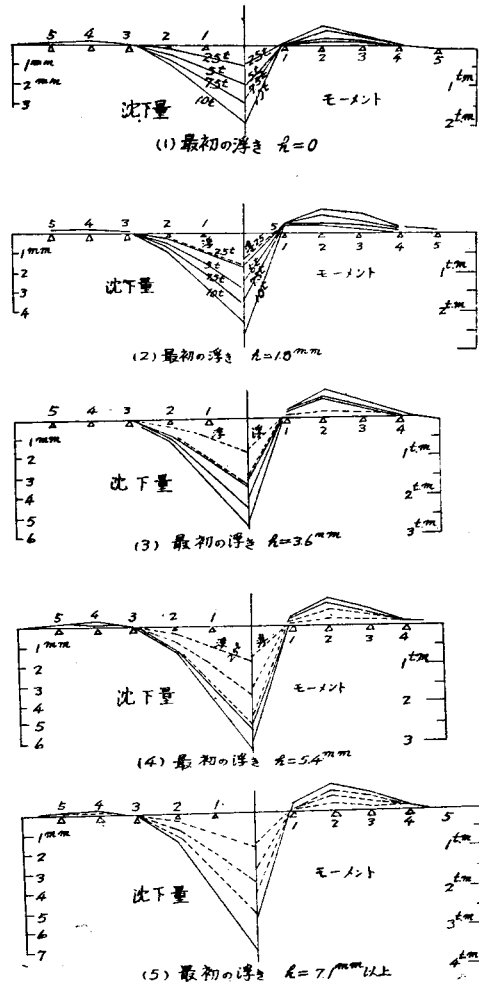
最初の浮枕木量を $h=0$ mm, 1.8 mm, 3.6 mm, 5.4 mm, 7.1 mm の5種とし、これら各場合について荷重を2.5t, 5t, 7.5t, 10t が加えられたときのレールの沈下量と曲げモーメントを図-5に示した。

7. むすび

(1) 軌道の応力や沈下は浮枕木のために相当の変化を生ずるので計算は複雑で、浮枕木のある軌道の軌条応力と沈下量を求める計算法として2つ挙げる。

a) 無限連続弾性梁の方法は合理的で正確だが計算が複雑であるから浮枕木が少数の場合に用いたら

図-5



よい。

b) 有限連続弾性梁の方法は簡単で実用的であり枕木数が少なければ簡単であるが誤差があり枕木本数が多ければ正確であるが複雑である。

(2) 枕木の樹種、材令、腐蝕度により硬さが異なり、枕木沈下係数が変化する場合の軌道応力、沈下をも考慮した。

(3) 浮枕木や腐枕木の軌道応力に与える影響は複雑であるが、本文のように分析して考えるときはその作用を知ることができて保線上の参考になる。

(4) 普通の軌道に1本の浮枕木がありその浮上り量は、1.8 mm, 3.6 mm, 7.1 mm であつてその浮枕木直上に荷重、2.5 t, 5 t, 7 t, 10 t を加えた計算例より次のような結論が得られた。

a) 浮枕木の隙間のある間はその枕木には応力や沈下は生じないが隣部の枕木が荷重を負担する。

- b) 浮上り量が大きいほどレールの沈下は大きくなり浮上り量が大きければ浮上りのないときに比べて2倍近くになる。しかしレールの曲げモーメントも増加するがその増加率は2,3割程度である。
- c) レールの沈下量は浮上り枕木より離れるに従って少なくなり3本目以後はほとんど0である。
- d) レールの曲げモーメントは隣の枕木でほとん

ど0になりその後は負の曲げモーメントがあらわれてこれも数本後にはほとんどなくなる。

終りにのぞみ満鉄保線課勤務当時本問題について松尾義人工学士及び山梨大学学生山田一君に計算その他に多大の御協力を賜わつたことと有益なる御指導を頂いた近藤繁人教授に対して厚く感謝致します。

(昭.28.6.15)

電氣的逆性土の添加による土の性質の変化について

准員 森

麟**

ON THE VARIATION OF PROPERTIES OF SOIL WHEN POSITIVELY CHARGED SOIL MIXED IN NEGATIVELY CHARGED SOIL

(JSCE Oct. 1953)

Akira Mori, C.E. Assoc. Member

Synopsis Physical and mechanical properties of soil are influenced by Coulomb's force between particles. Coulomb's force is repulsive force in generally, but this force acts attractive or small repulsive effect by mixing positively charged soil in negatively charged soil. Compressive, tensile strengths and water stability of mixed soil were larger than both single soil, the largest strength and stability existed in region that ζ -potential of soil is about zero.

要旨 土は水液中で帯電しているため土粒子相互間には電氣的な力であるクーロン力が働らく。土粒子は一般にどれも負に帯電しているためクーロン力としては斥力であるので土の凝集力としては毛管圧力, van der Waals 力及びその他の要素によるがこのクーロン力は土の総合凝集力に相当影響すると思われる。負帯電土に電氣的異種の正帯電土を混合した場合両者間のクーロン力に相当の変化が予想できるのでこのクーロン力の影響の程度を混合土の物理, 力学的性質の変化から調査してみた。なお本研究ではクーロン力の定量的測定が困難なので, 定性的に代用になる ζ -電位について取扱つた。

1. 正帯電土について

土の水液中における帯電の正負は主として土の化学的組成 ($\text{SiO}_2/\text{R}_2\text{O}_3$) 及び水液の性質 (pH, イオンの種類濃度) によつて定まる。自然状態ではほとんど負帯電であるためこの負帯電土のみが取上げられて研究され, 正帯電土は問題にされなかつた。筆者は埼玉県土を調査した際関東ローム中に正帯電土が相当量分

布していることを知つた。また関東及びその他の地方の火山灰土の中にも相当の存在量が予想される。土の帯電の正負の測定は電気泳動法と電気滲透法によるが本実験では後者によつた。帯電の大きさは ζ -電位で表わすことができる。表-1 は数種の土の ζ -電位,

表-1

土の名称	土の種類	原土の ζ -電位 (volt)	水液の pH (水/土=3の(200番篩通過液))	$\text{SiO}_2/\text{R}_2\text{O}_3$ (200番篩通過土)
ベントナイト (市販品)	残留土	-0.038	8.0	5.07
南吉見土 (埼玉)	沖積土	-0.031	6.3	2.90
荒川砂質ローム (東京)	沖積土	-0.026	6.3	3.03
蒲生土 (埼玉)	沖積土	-0.015	5.8	2.08
飛鳥山土 (東京)	関東ローム	-0.016	6.5	1.08
練馬土 (東京)	関東ローム	-0.007	6.5	0.82
赤山土 (埼玉)	関東ローム	-0.003	6.1	0.95
片山土 (埼玉)	関東ローム	+0.003	6.1	0.91
太田窪土 (埼玉)	関東ローム	+0.005	6.2	0.98
松山土 (埼玉)	関東ローム	+0.007	6.1	1.04

水液の pH と $\text{SiO}_2/\text{R}_2\text{O}_3$ について調査したものである。土は一般にある pH (等電点) を境としてそれ以上の pH では負, それ以下では正に帯電する。大体等

* 昭 27.11.5. 日本土質基礎工学委員会秋季講演会で一部報告

** 早稲田大学大学院研究奨学生, 理工学部土木教室