

# 既設鋼道路橋の振動減衰について

正員 工学博士 小 西 一 郎\*  
 准員 山 田 善 一\*\*

## ON THE VIBRATION DAMPING OF EXISTING STEEL HIGHWAY BRIDGES

(JSCE Oct. 1953)

Dr. Eng., Ichirō Konishi, C.E. Member, Yoshikazu Yamada, C.E. Assoc. Member

**Synopsis** The damping effects of bridge structures are very important in the investigation of bridge vibration and load capacity. Several vibration tests were carried out to the existing highway bridges and from these the vibration damping were obtained. In this paper the several values of measured damping coefficients, and the relations between damping coefficient and amplitude or resonance are discussed.

**要旨** 本報告は、既設鋼道路橋において実施した振動試験のうち、その減衰性について、実測した減衰係数の値、ならびにこれと他の諸性質、たとえば振巾、共振状態等との関係についてのべたものである。

### 1. 緒 言

橋梁の動力学の問題に関連してその振動減衰性を適確に把握することは、これが強制振動性状等と密接な関係にあるばかりでなく、橋梁の健全度との関係も少なくないものと考えられるので特に重要である。従来橋梁の健全性について動力学的に考察するにさいし、振動周期を問題にする方法がよくとられた。振動周期はおもに材料の弾性係数と密度に関係するが、これを鋼構造の健全性の判定に利用するのはあまり有効な方法とは考えられない。

橋梁の振動減衰は、(1) 構成する数種の内部摩擦によるものほかに、(2) 構造物の継手や支承における摩擦、(3) 橋脚基礎を通して基礎地盤に散逸されるエネルギーもかなりに上り、また (4) 橋脚及び地盤の弾性を通して他の径間に移行するエネルギー等が指適されたほか、(5) 橋梁上に弾性的におかれた荷重に移行するエネルギーも考えられる。このうち (4)、(5) はエネルギーが運動のエネルギーの形で移行する例であつて、減衰力によるエネルギー散逸、すなわち熱等の他の種類のエネルギーとなつて散逸するものと区別されねばならない。これらを含めて橋梁の振動減衰は非常に複雑となる。

本文は、振動試験を行つた高倉跨線橋、正面橋、京川橋、大正橋、榎谷橋、大川橋の振動減衰性について報告するものである。なお本実験において実測された

振動振巾はすべて 1 mm 以下であつた。

### 2. 減衰振動に関する基礎事項

橋梁の振動は一般に無限に多くの自由度をもつ運動であるが、適当な方法によつて生じた自由振動では、高次の振動は測定されないのが普通であつて、近似的に自由度 1 と考えてさしつかえない。高次の振動に対する減衰特性や、同一橋梁における振動数と減衰係数との関係等は重要な問題ではあるが、橋梁のスパンが長大であるとか、吊橋等でないかぎり高次の振動を各正規型について、おのおの測定することは困難である。本文では 1 次の振動のみを対象とした。

#### (a) 粘土、クーロン両摩擦の働らく場合の自由振動

自由度 1 の場合、減衰力は粘性、クーロン両摩擦と考えると、自由振動の方程式は

$$\ddot{x} + 2\kappa\dot{x} + n^2(x \pm r) = 0 \quad (\pm \text{は } \dot{x} \geq 0 \text{ に従う})$$

ここに、 $\kappa$  : 減衰係数、 $n$  : 非減衰自由円振動数、

式 (1) の解は

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} > 0 \text{ に対し} \\ x &= -r + e^{-\kappa t} (A_1 \cos \sqrt{n^2 - \kappa^2} t \\ &\quad + B_1 \sin \sqrt{n^2 - \kappa^2} t) \\ \dot{x} < 0 \text{ に対し} \\ x &= r + e^{-\kappa t} (A_2 \cos \sqrt{n^2 - \kappa^2} t \\ &\quad + B_2 \sin \sqrt{n^2 - \kappa^2} t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$A_1, B_1, A_2, B_2$  は初期条件ならびに連続条件から決定される。

実際このような振動に対して、 $m$  番目ごとにとつた振動振巾を  $a_0, a_m, a_{2m}, \dots, a_{nm}, \dots$  とし、

$$\begin{aligned} \Delta a_{nm} &\equiv a_{(n+1)m} - a_{nm} \\ \text{とおけば、} \kappa, r \text{ の小さい場合、近似的に} \\ -\Delta a_{nm} &\doteq m\kappa T a_{nm} + 4rm \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

\* 京都大学教授、工学部土木工学教室

\*\* 京都大学大学院研究奨励学生

で与えられる。ここに  $T$  は減衰自由振動周期である。

$r=0$  の場合には

$$m\kappa T = \log \frac{a_{nm}}{a_{(n+1)m}} \dots (4)$$

$\kappa$  の小さい場合は

$$m\kappa T \doteq - \frac{\Delta a_{nm}}{a_{nm}} \dots (4')$$

(b) 1自由度の系に周期力の加わる場合

1自由度の系に周期力  $F_0 \sin \omega t$  が加わる場合

$$M\ddot{x} + \beta\dot{x} + kx = F_0 \sin \omega t$$

ここに,  $M$ : 慣性係数  $\beta$ : 抵抗係数

上式は

$$\ddot{x} + 2\kappa\dot{x} + n^2x = (F_0/M) \sin \omega t \dots (5)$$

とかける。 $\kappa$  が小さい場合には以上の各係数の間には次の関係がある。

$$\kappa a_{\max} \doteq \frac{\pi x_{st}}{\kappa T} = \frac{F_0 T}{4\pi\kappa M} = \frac{F_0 T}{4\pi\beta} \dots (6)$$

ここに  $a_{\max}$ : 共振振幅,  $x_{st}$ : 力  $F_0$  による静撓み。

また共振曲線において, 共振円振動数を  $n_r$ , 共振振幅  $a_{\max}$  の  $1/\sqrt{2}$  の振幅に相当する円振動数を  $n_1, n_2$  とすれば ( $n_2 > n_1$ )

$$\frac{\kappa}{n} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \left\{ 1 - \left( \frac{n_2^2 - n_1^2}{2n^2} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}}} \dots (7)$$

$(n_2^2 - n_1^2)/2n^2$  が小さい場合には

$$\kappa \doteq \frac{n_2^2 - n_1^2}{4n_r} \dots (7')$$

で与えられる。式 (6) は共振振幅  $a_{\max}$  からただち

表-1 測定橋梁

| 橋名    | 形式                 | 寸法**  | 完成年   | 測定方法***   |
|-------|--------------------|---|-------|-----------|
| 高倉跨線橋 | 2スパンゲルバ<br>桁       | $L=45.15\text{m}^{*1)}$<br>$b=11.125\text{m}$             | 大正4年  | (1)       |
| 正面橋   | 3スパン連続桁            | $L=75.80\text{m}^{*2)}$<br>$b=6.00\text{m}$               | 昭和27年 | (1)(2)(3) |
| 京川橋   | 3スパンゲルバ<br>桁       | $L=66.00\text{m}^{*3)}$<br>$b=6.00\text{m}$               | 昭和27年 | (1)(2)(3) |
| 大正橋   | 2ヒンジアーチ            | $l'=300\text{ft}$<br>$f=50\text{ft}$<br>$b=21.92\text{m}$ | 大正4年  | (1)(3)    |
| 株谷橋   | 2ヒンジ補助ト<br>ラス付橋アーチ | $l'=77.2\text{m}$<br>$b=6.00\text{m}$                     | 昭和28年 | (1)(2)(3) |
| 大川橋連  | ワレントラス3<br>連       | $l=59.1\text{m}$<br>$b=6.50\text{m}$                      | 昭和28年 | (2)       |

注:

\* スパン割

1)  $l=27.63+17.52=45.15(\text{m})$   
片持部 3.28m, 吊径間 24.35m

2)  $l=27.05+27.00+21.75=75.80(\text{m})$

3)  $l=25.75+34.50+25.75=86.00(\text{m})$   
片持部 5.90m, 吊径間 22.70m

\*\* 表中の記号

$L$ : 橋長,  $l$ : スパン長,  $l'$ : アーチスパン,  $b$ : 有効巾員,

$f$ : アーチライズ

\*\*\* 測定方法の (1)(2)(3) はいずれも (b) 項 (1)(2)(3) で示す方法である

図-1  $a$  と  $\Delta a$  の関係 Relation  $a-\Delta a$

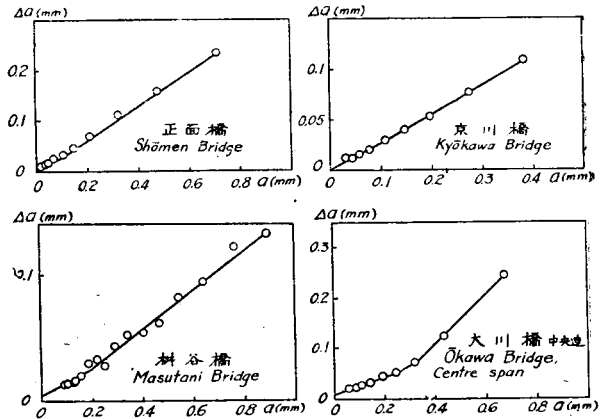


表-2 振動周期 (sec)

| 橋名    | 共振周期  |       |       | 減衰自由振動周期           |
|-------|-------|-------|-------|--------------------|
|       | 1次    | 2次    | 3次    |                    |
| 高倉跨線橋 | —     | —     | —     | 0.290              |
| 正面橋   | 0.305 | 0.210 | 0.170 | 0.304              |
| 京川橋   | 0.285 | 0.200 | 0.150 | 0.284              |
| 大正橋   | 0.500 | 0.340 | —     | 0.405~0.535        |
| 株谷橋   | 0.335 | 0.215 | —     | 0.334              |
| 大川橋   | —     | —     | —     | 右岸連0.324, 中央連0.322 |

に  $\kappa$  を知ることができるが, いずれも  $x_{st}, M$  等の測定困難な量を含み, さらに  $a_{\max}$  の測定にはかなりの誤差を含むことから有効方法とはいえない。

3. 既設橋梁の振動減衰

(a) 測定橋梁とその固有振動周期 振動減衰の測定を行った橋梁の形式, 寸法, 完成年, 測定方法を表-1 に, その固有振動周期の実測値を表-2 に示す。

(b) 実験方法と測定用計器 橋梁の振動減衰性を測定するには種々の方法が考えられるが, 本実験に用いたのは次に示すようなものである。

(1) トラック等の走行荷重通過後の減衰自由振動周期を測定する。

(2) 橋梁の共振周期と同調するように人間をジャンプまたは足ぶみさせ, かなりの振幅にいたつたとき急に停止させて, 生じた減衰自由振動を測定する。とくに固有振動周期 0.3 sec 以上の橋梁に対しては, この方法は簡単かつ有効で, この際の人数は 2,3 名で充分であり, 4 名以上では歩調がそろわず, かえって効果が少ない。また人数を増加することは, 停止後人間を通して散逸または加えられるエネルギーを増し, 誤差を含む機会が多くなる。この際生ずる振幅はトラックが橋梁上を走行する場合の最大振幅と同程度あるいはそれ以上であり, 通過後の自由振動振幅にくらべはるかに大きい。

(3) 起振機により加振し, 共振曲線より減衰係数を

求める。

測定計器は本文にのべるものはすべて大森式上下動変位振動計によるもので、その性能は次のとおりである。

- 自己振動周期 1.7 sec
- 幾何倍率 15~20 倍
- オイルダンパー付、煤煙紙記録式

(e) 減衰力の特徴 減衰力は複雑であるが、一応これを粘性摩擦とクーロン摩擦と考えて、振動測定記録から式(3)に従って、 $a_{nm}$  と  $\Delta a_{nm}$  の関係を図示したのが図-1 である。この場合  $m=5$  とした。これらはいずれも一連の減衰自由振動の測定結果の1つである。

図ならびにその他の例から  $r$  を求めれば、その値は同一橋梁についても一致していないが、平均値として榎谷橋では 0.0003 mm、大川橋では 0.0001 mm 正面橋、京川橋ではほぼ 0 と考えられ、いずれも小さく新設橋梁では  $r$  は無視してもさしつかえないように思われる。老朽橋梁と考えられる高倉跨線橋、大正橋では、すべてトラック通過後の振動のみによつたので、振巾は小さく  $r$  を求めるにはいたっていないが、橋梁の老朽化とともにクーロン摩擦により散逸されるエネルギーが増大することは容易に想像される。

なお以上に用いた値は、いずれも振動計記録によるものであつて、振動測定値にも若干の誤差を含むことを考えねばならない。

(d) 減衰係数 減衰自由振動記録から式(4)に従って求めた  $\kappa$  の値を表-3 に示す。測定値として示した値は、次第に減衰する一連の振動の減衰係数の平均値で、測定値の平均を平均値として示した。測定値からわかるように、その精度は振動周期のそれほど正

確には求められないが、実用上の目的からは充分であろう。

減衰係数と橋梁の健全性との関係は、長期間の資料

表-3 減衰係数  $\kappa$  (sec<sup>-1</sup>)

| 橋名    | 測定点      | 測定値   | 平均値   |
|-------|----------|---|-------|
| 高倉跨線橋 | 桁中央      | 0.121, 0.093, 0.117                             | 0.110 |
| 正面橋   | 中央スパン中央  | 0.229, 0.221, 0.239, 0.226, 0.247, 0.231        | 0.233 |
| 正面橋   | 右岸スパン中央  | 0.232, 0.233                                    | 0.233 |
| 京川橋   | 中央スパン中央  | 0.205, 0.210, 0.192, 0.219, 0.217, 0.217, 0.213 | 0.210 |
| 京川橋   | セ ン ジ    | 0.217, 0.217                                    | 0.217 |
| 大正橋   | スパン中央    | 0.346   | 0.346 |
| 榎谷橋   | スパン中央    | 0.094, 0.088, 0.082                             | 0.088 |
| 大川橋   | 右岸連スパン中央 | 0.208, 0.206                                    | 0.207 |
| 大川橋   | 中央連スパン中央 | 0.176, 0.166, 0.181                             | 0.174 |

にとぼしく、また基礎実験の資料も不充分であつて結論的なことはいえないが、ただ大川橋の右岸側スパンと中央スパンはともに同一の上部構造をもつにかかわらず、かなり異なつた値を示しているのは、この点にある程度の示唆を与えるものといえよう。ゲルバー桁や連続桁等に対しては、測定位置を変えても減衰係数は変わらないことがわかる。

ドイツ国鉄の測定結果によると、健全な橋梁では

リベット接合鋼橋  $\kappa = 0.05 \sim 0.5 \text{ sec}^{-1}$

溶接鋼橋  $\kappa = 0.02 \sim 0.2 \text{ sec}^{-1}$

が与えられているが<sup>2)</sup>、道路橋でもほぼこの程度の値が得られることがわかる。

(e) 減衰係数と振巾 減衰係数と振巾の関係を図示したのが図-2 である。振巾が大となれば減衰係数が大きくなる傾向にある。一般に構造減衰では、ある振巾をこえる場合減衰係数が急激に増加するが<sup>3)</sup>、本実験で測定した程度では明確ではない。なお振巾が小さくなると測定点が散在するのは測定中に入つた他

図-2 振巾と減衰係数  
Relation between Amplitude and Damping Coefficient

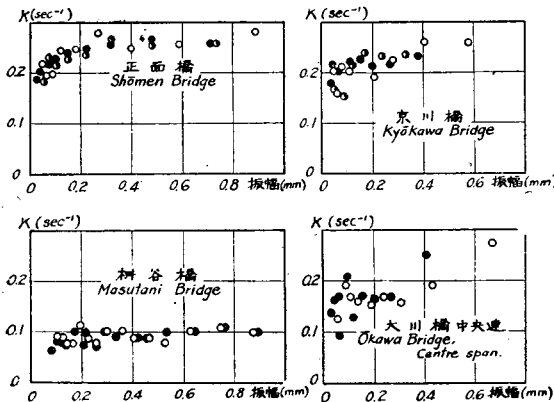
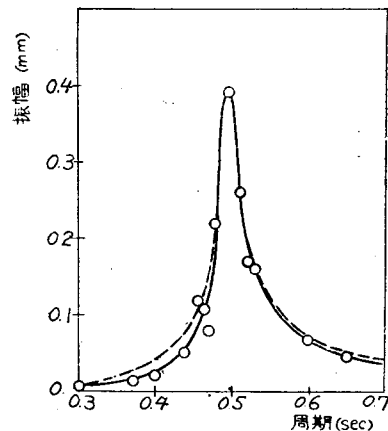


図-3 共振曲線 (大正橋)  
Resonance Curve (Taisyō Bridge)



の影響や測定誤差が大きく影響するからである。

(f) 共振曲線と減衰係数 起振機を用いて加振し共振曲線から減衰係数を求める方法は、正しくは振動の解析と機構が充分知られねば不可能であるが、加振周期が第1次振動周期の附近では近似的に自由度1と考えられる。

起振機を用いて実験を行った橋梁について、その共振曲線のうち加振位置および測定位置が橋梁スパンの中央のもの、すなわち最も1次振動に近いと考えられるものから式(7')に従って求めた $\kappa$ の値を表-4に示す。共振曲線はすべて加振力振巾一定(100 kg)に換算したがその一例を図-3に示す。なお同図には共振振巾と減衰係数を等しくする1自由度系の強制振動の共振曲線を点線で示した。

表-4の値は表-3で示した減衰自由振動から求めた $\kappa$ とはかなりことなり、とくにゲルバー桁や連続桁においてその程度のはなはだしいのは高次の振動による影響が大きいかからと考えられる。また橋梁では建築物等とことなり $\kappa$ が小さいから共振曲線の共振位置附近で誤差の入る機会が多い。

表-4 共振曲線より求めた $\kappa$

| 橋名  | $\kappa(\text{sec}^{-1})$ |
|-----|---------------------------|
| 正面橋 | 0.60                      |
| 京川橋 | 0.40                      |
| 大正橋 | 0.34                      |
| 樹谷橋 | 0.12                      |

(g) 建築構造物との比較 建築構造物における測定結果によると $\kappa$ は0.6~3.7程度であつて、鋼橋におけるものよりはるかに大きい。従つて橋梁振動において減衰性が占める位置は当然建築物とは異なるべきであつて、たとえば橋梁においては $\kappa$ がかなりな程度変化しても、それによる振動周期の変化はごく

#### アメリカだより

ミネアポリスの国際水理学会は9月4日無事終了し、次回は1955年オランダのデルフトで開かれることに決定し、またI. A. H. R.の評議員に日本から安芸咬一博士が加えられることなどが報告されました。私はその後10日など単独旅行しIowa CityのIowa州立大学のHydraulic Instituteを見学しました。ここではミネアポリスで一語だつたフランスのNizery氏、オランダのShoemacher氏など4人の人と一語になり、McNoun博士の案内で研究所を見ました。ここは規模においてミネアポリスのミネソタ大学附属St. Anthony Falls研究所に近く、大学研究所としてはアメリカ屈指のものであります。特に水路その他の設備は立派でした。Iowaからシカゴ、ニューヨークと旅行し、石原教授と一語になつて9月20日ボストンに着きました。M. I. T. ハーバートの両大学はボストンと川を隔てたケンブリッジにあります。M. I. T. の

小さい。

#### 4. 結 語

以上既設橋梁における振動実験からその減衰性状に関するものについてその概要をのべた。実際橋梁の振動減衰は非常に複雑であるが、結果の整理上種々の仮定を含むことはまぬかれなかつた。橋梁の減衰係数が小さいことはそのまま共振振巾の大きいことを意味し、この点充分考慮の必要がある。橋梁の減衰性について根本的段階から研究を進めるため、模型実験より出発し、さらに減衰系の解析的研究に関しても順次進めるつもりである。また橋梁の健全性と減衰との関係は実際問題として重要である。これらの定量的研究は今後にまつところが大きい。

本研究は昭和26,27年度における文部省科学試験研究費による「橋梁の耐荷力、耐久力に関する研究」並びに科学研究費総合研究「橋梁の動力学的諸問題の研究」の成果の一部である。

なお現地実験については、京都府、京都市、大阪市の関係部局よりの援助を得たことを附記して謝意を表する。

#### 参考文献

- 1) 荻原尊礼: 振動測定, p. 46, 1951.
- 2) K. Bernhard: "Finding weak spot in bridge" Engineering News Records, Vol. 119, No. 9, pp. 353~356, 1937.
- 3) 松平 精: 基礎振動学, p. 33, 1950.
- 4) 大森丈夫: 構造物の動減衰性に関する研究「デュラルミン板の曲げ振動」日本航空学会誌, Vol. 11, No. 105, pp. 33~45, 1944.
- 5) 金井 清・吉沢静代: 実在建物の振動減衰性について, 第1報(英文), 東大地震研究所彙報, 第30号, 第2冊, pp. 121~126, 1952. (昭.28.6.16)

Ippen 教授とは前から文献の交換などしており、このHydrodynamic Laboratoryは特に詳しく見せて貰うことができました。これはIowaよりさらに小さいものですが、新しく能率的な設備をもつていて、ここでは学生実験の内容などくわしく聞かせて貰い参考になりました。ハーバートでは主に衛生工学の実験室を見ました。26日ニューヨークに帰り、28日にはコロンビア大学工学部を訪問しました。コロンビアは有名大学にもかかわらず工学部は小さい建物の中に一語に入つておりましたが、案外よい設備があり、特に構造方面がよいようです。この工学部も近く設備を拡張する由。どこの寄宿舎も学生関係の設備がよいのに感心します。日本の大学もこの方面にもつと努力を払わねばなりません。近日中にWashington, T. V. A., Vicksburgへの旅行に出て、南部を通りLos Angelesに向う予定です。

(ニューヨークにて9月28日 本間 仁)