結果から考えると，流速が 1～6 m/sec くらいで，深さが数mくらいの流れにおいては（rope 及び cord は 30～50 m）誘導浮子に附ける錘はおそらく 5～10 kg で十分であろうと考えられる。

なお今年はできる限り多くの洪水に使用し，欠点があればさらに改良を加えたいと考えている。また読者の方々の御批判，御教示を得ることができれば幸甚である。

附記 本研究には昭和 27 年度建設省の研究補助金を頂いた。また器械の作製については布谷計器製作所の絶大なる援助を受けた。なお電気的水深計の考案には当研究室の助手高橋幸四郎理学士に，検定実験には助手森下房次，山本宏及び久保弘一工学士に負うところ大である。ここに記して建設省及び助手諸君に深甚なる謝意を表する次第である。

（昭.28.3.20）

平均値法による流量算定式について

正員・春日屋 伸昌*

ON THE FORMULA FOR THE RATE OF DISCHARGE BY THE MEAN-VALUE METHOD

(JSCE July 1953)

Nobumasa Kasugaya, C.E. Member

Synopsis In order to calculate the rate of discharge of the open channel, using the mean-value method, the author determines the gauging stations across the channel and the degree of depth at which the current meter is to be inserted in the channel beneath the gauging stations, and then the author can introduce the calculating formula for the rate of discharge.

要旨 平均値法を応用し，開水路の流量を算定するため，巾にそつてとるべき観測点の位置と，その観測点下において挿入すべき流速計の深さとを決定し，流量算定式を導いた。

1. まえがき

流速計によつて，開水路の流量を求めるには，従来，水路巾をいくつかに分割し，各区間の断面積を求め，つぎに，各区間における平均流速を測定して，これをその区間の断面積に乗じ，これらの総和をもつて，この水路の流量としている。各区間の断面積を求めるには，横断図を画いてプラニメーターを用いるか，各区間を梯形の集まりとみるか，そのほか種々の方法が用いられている。平均流速を測定するには，垂直流速曲線法（10 等分法），4 点法，3 点法，2 点法，1 点法，成全法（連続して器械を上下させる方法）などが用いられ，それらの各方法に対して，平均流速を算定する式が与えられている。

しかし，水路巾にそつての観測点をどこにとつたらよいかということや，また，平均流速を求めるために挿入すべき流速計の深さなどについての理論的な考察を行うことは，きわめて有用なことと思われる。

本論文においては，これらの問題を解決することを試みた。

2. 平均流速算定式の誘導

本節においては，流速計を挿入すべき深さ，および，平均流速算定式について，Gauss の平均値法[1]を用いて研究を行う。

深さにそつて z 軸をとり，その観測点下の水深を h とすれば，平均流速 v_m は，

$$v_m=\frac{1}{h}\int_0^h v\,dz \qquad \cdots\cdots(1)$$

v は深さ z の函数であるから，$v=f(z)$ とおく。

そこで，(1) 式の積分限界を $[-1, 1]$ にするために，つぎの変数変換を行う。

$$z=\frac{h}{2}(1+t) \qquad \cdots\cdots(2)$$

そうすると，(1) 式は，つぎのようになる。

$$v_m=\frac{1}{2}\int_{-1}^1 v\,dt \qquad \cdots\cdots(3)$$

$v=f(z)$ の z の中に (2) 式を入れたものを，改めて，$g(t)$ と書けば，

$$v=f(z)=f\left\{\frac{h}{2}(1+t)\right\}=g(t) \qquad \cdots\cdots(4)$$

$$\therefore\ v_m=\frac{1}{2}\int_{-1}^1 g(t)\,dt \qquad \cdots\cdots(5)$$

ここで，$g(t)$ を t に関する Maclaurin の級数に

* 中央大学助教授，工学部土木工学科

展開する。

$$g(t)=a_0+a_1t+a_2t^2+a_3t^3+\cdots+a_nt^n+\cdots \quad \cdots(6)$$

ただし，$a_0=g(0)$，$a_1=g'(0)$，$a_2=g''(0)/2!$，……，$a_n=g^{(n)}(0)/n!$.

(6) 式を (5) 式に入れて各項別に積分すれば，

$$v_m=a_0+\frac{a_2}{3}+\frac{a_4}{5}+\frac{a_6}{7}+\cdots\cdots \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

さて，この v_m の値が，区間〔−1，1〕内に適当にとつた n 個の値 $t_1, t_2, t_3, \cdots, t_n$ における函数 $g(t)$ すなわち $f(z)$ の値 $v_1, v_2, v_3, \cdots, v_n$ と，これらに乗ずるべき係数 $A_1, A_2, A_3, \cdots, A_n$ とをもつて，つぎの形，

$$v_m=A_1v_1+A_2v_2+A_3v_3+\cdots\cdots+A_nv_n \quad \cdots\cdots(8)$$

に，近似的に等しくなるように，t および A の値を適当にえらぶことを考える。

(6) 式の右辺に，$t_1, t_2, t_3, \cdots, t_n$ をそれぞれ入れたときの函数値 $v_1, v_2, v_3, \cdots, v_n$ を (8) 式に代入すれば，

$$\begin{aligned}v_m&=A_1(a_0+a_1t_1+a_2t_1^2+a_3t_1^3+\cdots+a_nt_1^n+\cdots)\\&\quad+A_2(a_0+a_1t_2+a_2t_2^2+a_3t_2^3+\cdots+a_nt_2^n+\cdots)\\&\quad+A_3(a_0+a_1t_3+a_2t_3^2+a_3t_3^3+\cdots+a_nt_3^n+\cdots)\\&\quad+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\&\quad+A_n(a_0+a_1t_n+a_2t_n^2+a_3t_n^3+\cdots+a_nt_n^n+\cdots)\\&=a_0(A_1+A_2+A_3+\cdots+A_n)\\&\quad+a_1(A_1t_1+A_2t_2+A_3t_3^n+\cdots+A_nt_n)\\&\quad+a_2(A_1t_1^2+A_2t_2^2+A_3t_3^2+\cdots+A_nt_n^2)\\&\quad+a_3(A_1t_1^3+A^2t_2^3+A_3t_3^3+\cdots+A_nt_n^3)\\&\quad+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\&\quad+a_n(A_1t_1^n+A_2t_2^n+A_3t_3^n+\cdots+A_nt_n^n)\\&\quad+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad \cdots(9)\end{aligned}$$

(7) 式の右辺と (9) 式の右辺とを等しいとおき，a の係数を比較し，それらの係数が全く等しくなるように，A と t とをえらべば，(8) 式による v_m は，完全に，(1) 式による v_m と一致するはずである。すなわち，

$$\left.\begin{aligned}&A_1+A_2+A_3+\cdots\cdots+A_n=1\\&A_1t_1+A_2t_2+A_3t_3+\cdots\cdots+A_nt_n=0\\&A_1t_1^2+A_2t_2^2+A_3t_3^2+\cdots+A_nt_n^2=1/3\\&A_1t_1^3+A_2t_2^3+A_3t_3^3+\cdots+A_nt_n^3=0\\&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(10)$$

一般に，$\sum_{i=1}^{n} A_it_i^m=0$ （m：奇数）

$=1/(m+1)$ （m：偶数）

さて，(10) における方程式の数は，一般に，無限であるから，これらを全体として解くことはできない。そこで，近似的に，A, t をそれぞれ n 個とし，合計 $2n$ 個の未知数を，(10) の，上から $2n$ 個の方程式をとつて解くこととする。

問題を簡単にするために，$n=3$ とすれば，未知数は，t_1, t_2, t_3；A_1, A_2, A_3 の合計6個であつて，これらを決定すべき6個の方程式は，(10) から，

$$\left.\begin{aligned}&A_1+A_2+A_3=1, & &A_1t_1+A_2t_2+A_3t_3=0\\&A_1t_1^2+A_2t_2^2+A_3t_3^2=1/3, & &A_1t_1^3+A_2t_2^3+A_3t_3^3=0\\&A_1t_1^4+A_2t_2^4+A_3t_3^4=1/5, & &A_1t_1^5+A_2t_2^5+A_3t_3^5=0\end{aligned}\right\}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

これらの連立方程式は，つぎの値によつて確かに満足される。

$$\left.\begin{aligned}&t_1=-\sqrt{3/5}, & &t_2=0, & &t_3=\sqrt{3/5}\\&A_1=5/18, & &A_2=8/18, & &A_3=5/18\end{aligned}\right\}\cdots(12)$$

ゆえに，n を 3 とえらんだとき，(12)で表わされる t_1, t_2, t_3 を，(2) 式に入れたときの z の値がそれぞれ z_1, z_2, z_3 であるとすれば，

$$\left.\begin{aligned}&z_1=\frac{h}{2}\left(1-\sqrt{\frac{3}{5}}\right)=0.113\,h,\\&z_2=0.500\,h, \quad z_3=0.887\,h\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

ゆえに，3点法によるとすれば，器深を $0.113\,h$, $0.500\,h$, $0.887\,h$ とし，これら3点における流速 $v_{0.113}, v_{0.500}, v_{0.887}$ を実測すれば，平均流速 v_m は，つぎの式で計算される。

$$n=3\ ;\ v_m=\frac{1}{18}(5\,v_{0.113}+8\,v_{0.500}+5\,v_{0.887})\cdots(14)$$

さて，n の種々な値に対する，(10) の連立方程式の解は，Gauss によつて正確に求められている。$n=2$〜7 に対する t, A の値を掲げたものが **表—1** である[2]。

表—1 を用いて，$n=2$, $n=4$ の場合の，平均流速を与える式を求めると，

$$n=2\ ;\ \ v_m=\frac{1}{2}(v_{0.211}+v_{0.789}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

$$\begin{aligned}n=4\ ;\ \ v_m&=0.174(v_{0.070}+v_{0.930})\\&\quad+0.326(v_{0.330}+v_{0.670}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(16)\end{aligned}$$

上の結果を，従来の3点法，2点法，4点法にくらべてみると，従来のこれらの方法は[3]，

$$n=2\ ;\ \ v_m=\frac{1}{2}\ (v_{0.2}+v_{0.8})$$

$$n=3\ ;\ \ v_m=\frac{1}{4}\ (v_{0.2}+2\,v_{0.6}+v_{0.8})$$

$$n=4\ ;\ \ v_m=\frac{1}{5}\left\{(v_{0.2}+v_{0.4}+v_{0.6}+v_{0.8})+\frac{1}{2}\left(v_{0.2}+\frac{v_{0.8}}{2}\right)\right\}$$

である。$n=2$ のとき，従来の方法と (15) 式とは，ほとんど一致しているといつてよい。すなわち，従来の方法では，2点法が最も合理的であつたことがわかる。

表—1 Gauss の平均値法係数

n	t	A	誤差を伴なわない最大次数
2	-0.5774 0.5774	1/2 1/2	3
3	-0.7746 0 0.7746	5/18 8/18 5/18	5
4	-0.8611 -0.3400 0.3400 0.8611	0.1739 0.3261 0.3261 0.1739	7
5	-0.9062 -0.5385 0 0.5385 0.9062	0.1185 0.2393 0.2844 0.2393 0.1185	9
6	-0.9325 -0.6612 -0.2386 0.2386 0.6612 0.9325	0.0857 0.1804 0.2340 0.2340 0.1804 0.0857	11
7	-0.9491 -0.7415 -0.4058 0 0.4058 0.7415 0.9491	0.0647 0.1399 0.1909 0.2090 0.1909 0.1399 0.0647	13

3. 平均流速算定式の誤差

問題を簡単にするために，$n=3$ として考える。

$n=3$ のとき，6個の連立方程式 (11) をたてることは，(7) 式の右辺と (9) 式の右辺との a の係数をくらべるとき，$a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ の係数を等しいとおいたことである。したがつて，(9) 式の a_6 の項以下は，(7) 式の a_6 の項以下と，一般には等しくない。

そこで，(7) 式の右辺の a_8 の項以下は，$g(t)$ が t に関する無限べき級数に展開できるものとしているのであるから，これらの和は a_6 の項にくらべて小さいとして省略すれば，

(9) 式の右辺の第7項；$a_6(A_1t_1^6+A_2t_2^6+A_3t_3^6)$ ……………………(a)

(7) 式の右辺の第4項；$a_6/7$ ……………………(b)

$n=3$ のとき，(14) 式の右辺をもつて (1) 式の右辺の値に代用するということは，つまり，(a) 式をもつて (b) 式に代用しようとすることである。ゆえに，このときの誤差は，(b) 式と (a) 式との値の差にほぼ等しい。

そこで，(a) 式の A, t に，(12) の値を入れると，

$$A_1t_1^6+A_2t_2^6+A_3t_3^6=\frac{5}{18}\left(\frac{3}{5}\right)^3+\frac{8}{18}(0)^6+\frac{5}{18}\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{3}{25}$$

ゆえに，誤差を E とすれば，

$$E=a_6\left(\frac{1}{7}-\frac{3}{25}\right)=\frac{4}{175}a_6$$

さらに，$a_6=g^{(6)}(0)/6!$ であるから，

$$E=\frac{4}{175}\cdot\frac{g^{(6)}(0)}{6!}=\frac{g^{(6)}(0)}{31\,500} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

(17) 式をもつて，$n=3$ における誤差の大きさを，大体，評価することができる。$g(t)$ の函数形は，始めから予想していないのであるから，$g^{(6)}(0)$ の値はわからない。しかし，(17) 式より，$g(t)$ が，t に関して，5次あるいはそれ以下の有理整式ならば，(14) 式は完全に (1) 式の右辺に一致することがわかる。

すなわち，(14) 式で与えられる平均流速 v_m は，垂直流速曲線が，深さ z に関して5次式あるいはそれ以下の次数の有理整式によつて表わされるならば，その点における実際の平均流速と完全に一致する。

$n=3$ の場合の説明をもつて，一般の場合を推論すれば，つぎのようになる。すなわち，$g(t)$ が，与えられた n に対して，t に関する $(2n-1)$ 次あるいはそれ以下の有理整式ならば，(8) 式は完全に平均流速を与える。もし，$g(t)$ が一般の解析函数であるときには，与えられた n に対して，(8) 式をもつて代用するときの誤差 E は，ほぼ，つぎの式で評価される。

$$E=\frac{g^{(2n)}(0)}{(2n)!}\left(\frac{1}{2n+1}-\sum_{i=1}^{n}A_it_i^{2n}\right) \quad\cdots\cdots\cdots(18)$$

(18) 式より，$g(t)$ が t に関する有理整式であるとき，上にのべた平均値法による平均流速 v_m の値が，完全に実際のそれに一致するための次数を，n の種々な値に対して求めれば，つぎの結果をうる。

$n=2$ ならば，(15) 式は，2次式および3次式に対しては誤差がない。

$n=3$ ならば，(14) 式は，5次式あるいはそれ以下のすべての次数に対しては誤差がない。

$n=4$ ならば，(16) 式は，7次式あるいはそれ以下のすべての次数に対しては誤差がない。

従来の2点法が，非常に良好な結果を与えるということは[4]，前にものべたように，その公式が，平均値法によつて誘導した (15) 式とほとんど一致するからであるとともに，垂直流速曲線が，4次式あるいはそれ以上の次数の有理整式や，一般の解析函数で表わされねばならないようなものではないことを立証していると思われる。

なお，垂直流速曲線は，6次式あるいはそれ以上の有理整式で表わされると考えねばならぬ場合はほとんどない。したがつて，普通，2点法あるいは3点法によつて観測し，(15) 式あるいは (14) 式によつて，

十分に満足すべき平均流速の値を測定しうるものと考えられる。従来の，垂直流速曲線法，成全法，4点法などは，手数を要するのみでなく全く無意味である。

4. 観測点の選定と流量算定式

いままでのべてきたことは，観測点は与えられたものとして，その下での平均流速 v_m の正確な測定法であつた。従来，水路巾にそつての観測点の選定は，ほとんど顧みられず，“適当な点”をとつて観測する程度にとどまつていた。ここでは，このような不合理を除くために，最も正確な観測点の選定について研究する。

いま，ある観測点下の平均流速を v_m，水深を h とすれば，単位巾当りの流量 q は，

$$q=v_mh \qquad \cdots\cdots(19)$$

で表わされる。

そこで，(19) 式で計算される q を縦軸に，水路を横断して x 軸をとれば，流量曲線がえられる。これが x 軸とともに囲む面積を，種々な方法によつて求めれば，流量がえられるのである。

ところが，平均値法によれば，流量曲線を画く必要はなく，また，面積計算をするためにプラニメーターなどを用いる必要もない。ただ，問題は，平均値法における n をいくらにとれば，必要にしてかつ十分であるかということだけである。

この n をきめるためには，流量曲線の次数を知る必要がある。流量曲線は，普通，河底の横断曲線によつて左右され，河底の横断曲線の次数が高いと，流量曲線の次数（河底の横断曲線の次数と平均流速曲線の次数との和）は相当に高くなり，15 次や 20 次となることもあるであろう。そこで，流量曲線の次数をさげ，なるべく観測点の数をへらすためには，測量測定においてえらぶべき横断面は，河底の横断曲線がなるべく平滑であるような地点でなければならない。

なるべく平滑なところをえらんでも，流量曲線の次数を4次や5次とするのは危険であるから，いま，8次～13 次としよう。

そこで，8次ならば平均値法で必要かつ十分な n の値は5となり，12 次とすると，n の値は7となる。

いま，水辺に原点をとり，水路の巾を b とすれば，流量 Q は，(1) 式～(5) 式と全く同じように，

$$Q=\int_0^b q\,dx=\frac{b}{2}\int_{-1}^{1} g(t)dt \qquad \cdots\cdots(20)$$

$$\text{ただし，}\quad x=b(1+t)/2. \qquad \cdots\cdots(21)$$

ゆえに，このときの，平均値公式は，

$$Q=b(A_1q_1+A_2q_2+A_3q_3+\cdots+A_nq_n) \qquad \cdots\cdots(22)$$

つぎに，表—1 から，$n=5$, $n=6$, $n=7$ としたときの選定すべき観測点の位置 x を求めると，

$$n=5\,;\left.\begin{aligned}&x_1=0.047\,b,\ x_2=0.231\,b,\\&x_3=0.500\,b,\\&x_4=0.769\,b,\ x_5=0.953\,b\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(23)$$

$$n=6\,;\left.\begin{aligned}&x_1=0.034\,b,\ x_2=0.169\,b,\\&x_3=0.381\,b,\ x_4=0.619\,b,\\&x_5=0.831\,b,\ x_6=0.966\,b,\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(24)$$

$$n=7\,;\left.\begin{aligned}&x_1=0.025\,b,\ x_2=0.129\,b,\\&x_3=0.297\,b,\ x_4=0.500\,b,\\&x_5=0.703\,b,\ x_6=0.871\,b,\\&x_7=0.975\,b\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(25)$$

このような観測点において，2. の方法によつて平均流速 v_m を求め，その点の水深 h をかけて q を求め，それをつぎの式に入れる。

$$n=5\,;\ Q=b\{0.118(q_{0.047}+q_{0.953})+0.239(q_{0.231}+q_{0.769})+0.284\,q_{0.500}\} \cdots(26)$$

$$n=6\,;\ Q=b\{0.086(q_{0.034}+q_{0.966})+0.180(q_{0.169}+q_{0.831})+0.234(q_{0.381}+q_{0.619})\} \cdots\cdots(27)$$

$$n=7\,;\ Q=b\{0.065(q_{0.025}+q_{0.975})+0.140(q_{0.129}+q_{0.871})+0.191(q_{0.297}+q_{0.703})+0.209\,q_{0.500}\} \cdots\cdots(28)$$

n が7でも不安と思われるほど，平均流速曲線や河底の横断曲線が多数次ならば，それ以上の n についての式をたてるか，いくつかに分割して，その各区間において，上の式を用いる。$n=8$～10 の表は，Moors の書物が参照される[5]。

5. 水位および日流量の測定

水位は1日中で常に変動する。日に数回観測し，それをもとにして平均水位を求めるとき，なるべく少ない回数で正確な値を算定するには，やはり平均値法を用いればよい。

いま，日に3回観測するとすれば，これは，平均値法の $n=3$ の場合である。午前0時から午後12時までを1日とし，時間を x，水位を時間の函数として h とすれば，平均水位 h_m は，

$$h_m=\frac{1}{24}\int_0^{24} h\,dx \qquad \cdots\cdots(29)$$

$$\text{変数変換，}\quad x=12(1+t) \qquad \cdots\cdots(30)$$

を行えば，

$$h_m=\frac{1}{2}\int_{-1}^{1} h\,dt \qquad \cdots\cdots(31)$$

表—1 から，$t_1=-0.775$, $t_2=0$, $t_3=0.775$ であるから，

$$x_1=2.70=(2\text{時}42\text{分}),\ x_2=12.00(12\text{時}00\text{分}),\ x_3=21.30(21\text{時}18\text{分}) \qquad \cdots\cdots(32)$$

これらの時間に観測した水位を，それぞれ，h_1, h_2, h_3 とすれば，

$$h_m=(1/18)(5h_1+8h_2+5h_3) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

この結果が正確であるためには，水位曲線は5次あるいはそれ以下の次数の有理整式で表わされると考えられるものでなければならない。

n の種々な値に対する観測時間を求めれば，表—2がえられる。

表—2 観測時間

n	観測時間	n	観測時間
2	5時05分，18時55分	6	0時49分，4時04分，9時08分 14時52分，19時56分，23時11分
3	2時42分，12時00分，21時18分		
4	1時40分，7時55分，16時05分，22時20分	7	0時37分，3時06分，7時08分 12時00分，16時52分，20時54分，23時23分
5	1時08分，5時33分，12時00分，18時27分，22時52分		

水位観測と同じようにして，日流量を測定することができる。流量は水位の函数（普通，2次式）であり水位は時間の函数であるから，流量は時間の函数となる。ゆえに，たとえば，流量が時間に関して5次あるいはそれ以下の次数の有理整式で表わされると考えられるときには，表—2の $n=3$ としたときの観測時間2時42分，12時00分，21時18分において，それぞれ，4. までにのべた方法にしたがつて，単位時間当りの流量 Q_1, Q_2, Q_3 をうれば，日流量は，つぎの式から計算される。

$$\text{日流量}=24\times60\times60\times(1/18)(5Q_1+8Q_2+5Q_3)$$
$$=4\,800(5Q_1+8Q_2+5Q_3) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(34)$$

他の場合も，全く同様である。

なお，垂直流速曲線の次数の決定法，平均流速と最大流速との位置の関係，垂直流速曲線式の誘導，従来の平均流速算定式の誤差と既往の観測値の補正，浮子による流量測定の際の補正係数，流出土砂量の測定法など興味のある問題があるが，これらについては，逐次，のべることとする。

6. 結語

（1） 開水路の流量測定は，平均値法を用いれば，垂直流速曲線や流量曲線の形状がどのようなものであろうとも，比較的少ない観測数によつて，正確な値がたんなる加減除乗を行うのみで求められる。

（2） それには，まず，(23)～(25) で与えられる観測点をえらび，その下の平均流速 v_m を，2点あるいは3点における流速に，与えられている定数をかけて，これらを加えるのみで，正確に求める。それには，(15) 式あるいは (14) 式を用いる。

（3） 各観測点において，その下の平均流速 v_m を，上のようにして求めれば，それに水深 h をかけて単位巾の流量 q を求め，これらを，(26) 式～(28) 式に入れて，流量 Q を計算する。

（4） 日流量を測定するには，表—2の観測時間をえらんで上の方法を行う。

（5） 従来用いられている各種の平均流速算定法のなかでは，2点法がよい。3点法，4点法には誤差が伴なうからこれを避けて，平均値法の3点法による。垂直流速曲線法，成全法は無意味である。

（6） 流量測定を行うために選定すべき横断面は，河底の横断曲線が平滑であることを第一の要件とする。しかし，繁をいとわず多くの観測点をえらび，かつ，平均値法によるならば，正確な値がえられる。

本論文を草するに当り，畏友工学博士中央大学助教授林泰造君から種々有益な御忠言を戴いた。記して，深く感謝の意を表する次第である。

参考文献

1) B.P. Moors : Valeur approximative d' une intégrale définie.
H.v. Sanden : Praktische Analysis.
日高孝次：数値積分法（上巻）
柴垣和三雄：計算法
拙　　著：自然科学のための数学汎論（微積分・数値計算）

2) 日高孝次：数値積分法（上巻）（$n=1$～6）16桁。ただし，積分区間の巾が，t（同氏の書物では x）に入つているから，本法に使用するときには，各数値を2倍しなければならない。
柴垣和三雄：計算法（$n=1$～7）13桁。ただし，t に h という文字が入つているが，本法に使用するときには，$h=1$ とすればよい。
拙　　著：自然科学のための数学汎論（微積分・数値計算）（$n=2$～6）7桁。
拙　　著：土木工学実用便覧（I. 数学）（$n=2$～6）7桁。

3) 安芸皎一：流量測定法
丸安隆和：測量学（下巻）

4) たとえば，安芸皎一博士が，昭和3年8月，鬼怒川の一支川田川で行つた，流速計による流量観測の結果を整理し，1点法（6割の点），2点法（2割，8割），3点法（2割，6割，8割）の誤差を比較し，それぞれ，2.6%，1.3% 1.8%をえた，これより，同博士はつぎのようにのべておられる。"著者は水面よりの深さ2割および8割の点の流速を求める2点法が，考える垂直線の位置のいかんにかかわらず，比較的良好な結果を与えるように考える"「同博士：流量測定法」。

5) B.P. Moors : Valeur approximative d' une intégrale définie.

（昭.28.2.20）