# 脚部固定の鉄筋コンクリート門形ラーメンの経済的設計

（水平部材の断面２次モーメント一定の場合）

正員 工学博士 後 藤 幸 正*

# ECONOMICAL DESIGN OF REINFORCED CONCRETE PORTAL RIGID FRAME WITH FIXED ENDS

(JSCE July 1953)

*Dr. Eng., Yukimasa Gotō, C.E. Member*

**Synopsis** This paper reports studies of economical design of reinforced concrete portal rigid frame with fixed ends. The writer has given diagram, by which the most economical section of portal rigid frames of slab type fixed at both ends, can be designed without assuming dead load and stiffness of the members, when span length, height, vertical loading and allowable stresses are given.

要旨　本文は，鉛直荷重を受け，水平部材の断面２次モーメントが一定の，版型の，鉄筋コンクリート門形脚部固定ラーメンにおける，スパン，高さ，水平部材上の鉛直荷重，コンクリート及び鉄筋の許容応力度と，経済的な部材断面寸法との関係について研究した結果を述べたもので，門形ラーメンの経済的な部材断面寸法を，自重及び部材の剛度を仮定せずに，直接容易に求めるのに，便利な図表を提示したものである。

## 1. 緒　言

鉄筋コンクリート・ラーメンのような不静定構造物を経済的に設計するには，一般に，多くの仮定した断面について試的計算を行わなければならないので，非常に手数を要する。簡単な版形門形ラーメンにおいても，スパン，高さ，荷重，コンクリートの強度，部材の剛度など，経済的設計に影響を及ぼす要素が多く，複雑であるため，経済的設計を行うことは容易でない。それで，部材の断面寸法を仮定して多くの試的計算をする方法によらずに，直接容易に門形ラーメンの経済的な部材寸法を定めることができるようにすれば，きわめて便利であると言う考えから，鉛直荷重を受ける，左右対称版型の鉄筋コンクリート門形ラーメンにおける，スパン，高さ，水平部材上の荷重，コンクリート及び鉄筋の許容応力度と，経済的設計との関係について研究した。その結果，経済的設計に便利な図表を作成することができた。

門形ラーメンの設計計算に当つては，スパン，高さ，水平部材上の荷重，コンクリート及び鉄筋の許容応力度はあらじかめ与えられたものとした。断面算定，応力度計算などは，普通の鉄筋コンクリート理論に従い，ラーメンの不静定力算定に用いる断面２次モーメントは，鉄筋を無視し，コンクリート全断面について計算した。また門形ラーメンのコンクリート容積が最小になるときの断面寸法が最も経済的なものであると仮定した。その理由は，門形ラーメンの各断面で曲げモーメントに対してコンクリート及び鉄筋の許容応力度をできるだけ利用するようにつとめたことと，曲げモーメントの小さい断面でも，せん断力に対して，また，実際上の種々の考慮から，相当量の鉄筋を用いなければならないこととのため，ラーメンの各断面における鉄筋断面積とコンクリート断面積との比は，一般に，最大曲げ応力を生ずる断面におけるものと大差ないようになるからである。なお，計算を簡単にするため，水平部材上の鉛直荷重は換算等分布荷重を用い，また，各部材断面における版厚と有効高さとの比は一定のものとした。

門形ラーメンには，普通，脚部が固定のものと，ヒンジのもの，水平部材にハンチをもつものと，もたないものの４種があり，筆者はこれら４種について研究したが，本文は，第１報として，脚部が固定で，水平部材の断面２次モーメント一定のものについての報告である。

この研究の端緒を与えられ，かつ，終始御懇篤な御指導御鞭韃を賜わつた，恩師，吉田徳次郎先生，並びに，東京大学教授，国分正胤先生に，謹んで厚く御礼申し上げる。なお，この研究は，文部省科学研究費の補助を受けて行つたもので，ここに深く謝意を表する。

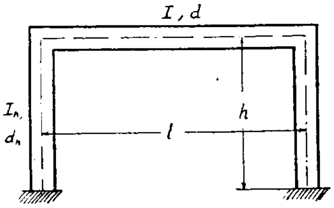
## 2. 断面の経済的算定法

鉛直荷重を受ける脚部固定の鉄筋コンクリート版型門形ラーメンにおいては，鉛直版の断面２次モーメントを変化させても，一般に，あまり経済的とならないため，上端から下端まで版厚を一定とした。

* 東北大学助教授，工学部土木工学教室

以上のような版型門形ラーメンにおいて，スパンを $l$(m)，高さを $h$(m)，水平版の有効高さを $d$(cm)，水平版のスパン中央の引張側表面から引張鉄筋断面図心までの距離を $d'$(cm)，鉛直版の有効高さを $d_h$ (cm)，とすれば，部材寸法は，$l, h, d, d_h, d'$，によつて定まる(図—1 参照)。

図—1




$d'$ の値は，普通，鉄筋保護として必要な被りから，あらかじめ大略定まるので，水平版の厚さ $d'$ の部分のコンクリート重量と版上の等分布荷重との和 $w$(kg/m²) は与えられたものとした。

1 m 巾の水平版の剛度 $I/l$ と鉛直版の剛度 $I_h/h$ との比，すなわち，剛比を $k$ とすれば，

$$k=\frac{I}{l}\cdot\frac{h}{I_h}=\frac{h}{l}\left(\frac{d}{d_h}\right)^3 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

従つて，$l, h, w$, コンクリート及び鉄筋の許容応力度 ($\sigma_{ca}, \sigma_{sa}$) が与えられるとき，門形ラーメンの経済的な部材寸法を定めるには，ラーメンが経済的になるような $d$ と $k$ とを求めればよいことになる。

版型門形ラーメンにおけるせん断力及び軸方向力の影響は一般に小さく，曲げモーメントに対して安全であるように断面寸法を定めれば，普通，せん断力に対しても十分安全である。また，軸方向力を無視しても鉄筋については十分安全であり，コンクリートについても圧縮応力度がわづか数％増すことがあるに過ぎない。よつて，曲げモーメントに対して断面算定を行つた。

水平版の厚さ $d'$ の部分のコンクリート重量を除けば，水平版の自重は $24\,d$(kg/m²) であるから，門形ラーメンは $w+24\,d$(kg/m²) の等分布荷重を受けることになる。よつて，水平版のスパン中央に働く正の曲げモーメントを $M_{\max}$(kg-cm)，水平版の両端及び鉛直版の上端に働く負の曲げモーメントを $M_B$(kg-cm) とすれば (いずれも，版巾 1 m について)，

$$M_{\max}=\frac{l^2}{8}(w+24\,d)\frac{k+\frac{2}{3}}{k+2} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

$$M_B=\frac{l^2}{6}(w+24\,d)\frac{1}{k+2} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

水平版の両端で，$M_B$ に対して版厚が不足するとき，曲げモーメントの算定において省略できるような小さいハンチをつけて有効高さの不足を補うものとすれば，門形ラーメンが曲げモーメントに対して安全であるためには，一般に，A)…$d \geqq C_1\sqrt{M_{\max}}$，B)…$d_h \geqq C_1\sqrt{M_B}$，の 2 条件が満足されなければならない。

ここに，

$$C_1=\frac{n\sigma_{ca}+\sigma_{sa}}{n\sigma_{ca}}\sqrt{\frac{6n}{2n\sigma_{ca}+3\sigma_{sa}}} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

いま，

$$d=3\,C_1^2 l^2 D \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

$$w=36\,C_1^2 l^2 W \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

とおけば， A), B) 2 つの条件式はそれぞれ (7) 式，(8) 式となる。

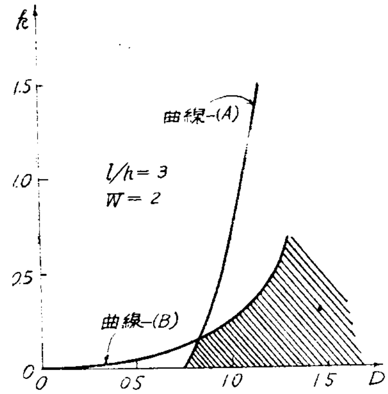
$$D \geqq \frac{1}{2}\,\frac{k+\frac{2}{3}}{k+2}\left\{1+\sqrt{1+2\,\frac{k+2}{k+\frac{2}{3}}\,W}\right\} \cdots(7)$$

$$D \geqq \frac{2}{3}\left(\frac{lk}{h}\right)^{\frac{2}{3}}\cdot\frac{1}{k+2}\left\{1+\sqrt{1+\frac{3}{2}\left(\frac{h}{lk}\right)^{\frac{2}{3}}(k+2)W}\right\}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

$k$ を縦軸，$D$ を横軸にとつて，(7) 式及び (8) 式の等号の場合を図示すれば，それぞれ，図—2 の曲線 (A) 及び曲線 (B) となる。

図—2




従つて，A), B) 2 つの条件を満足する ($k, d$) は，図—2 において，曲線 (A) の右側，かつ曲線 (B) の下側，すなわち，ハッチした部分にある。

しかして，門形ラーメンが経済的になるような $k$ 及び $D$，すなわち，経済的な $k, D$ は，上述した A), B) 2 条件を満足するだけでなく，門形ラーメンの容積 $V_c$ が最小になると言うもう 1 つの条件を満足するものでなければならない。$V_c$ は次式で表わされる (版巾 1 m について)。

$$V_c=fD\left\{1+2\left(\frac{h}{l}\right)^{\frac{4}{3}}k^{-\frac{1}{3}}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

ここに，$f$ は $C_1, l$ などによつて定まる係数である。

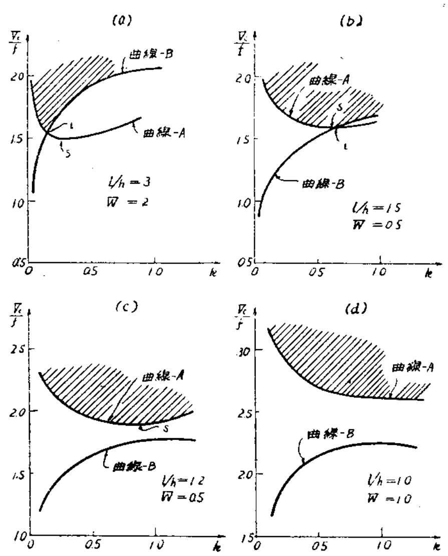
図—2 の曲線-(A) 及び曲線-(B) にそつて，($k, D$) を変えたときの $V_c/f$ の変化を，$V_c/f$ を縦軸，$k$ を横軸にとつて図示すれば，それぞれ，図—3 (a) の曲

線-A 及び曲線-B となる。図—2 のハッチの部分は図—3(a) のハッチの部分に相当するので，図—3 によつて，ラーメンが曲げモーメントに対して安全で，かつ，$V_c$ が最小になるときの $k$ を求めることができる。図—3 (a) は $l/h=3$, $W=2$ のときであつて，$l/h$ 及び $W$ の値によつて，図—3 は，次のように，(a), (b), (c), (d) の 4 つの場合がある。

(a) の場合　曲線-A と曲線-B との支点 i が曲線-A の極小点 s の左側にある。従つて，支点 i で $V_c$ 最小となる（図—3(a)）。

(b) の場合　曲線-A と曲線-B との交点 i が曲線-A の極小点 s の右側にある。従つて，s で $V_c$ 最小となる（図—3 (b)）。

図—3




(c) の場合　曲線-A と曲線-B とが交わらず，曲線-A が極小点 s をもつている。従つて，s で $V_c$ 最小となる（図—3 (c)）。

(d) の場合　曲線-A と曲線-B とが交わらず，また曲線-A は極小点をもたず，$k$ が大きくなるほど，$V_c$ が小さくなる（図—3 (d)）。

図—3 によつて明らかなように，$V_c$ が最小になる点は，常に，曲線-A 上にある。言いかえれば，このとき，水平版のスパン中央でコンクリート及び鉄筋に生ずる応力度は，それぞれの許容応力度に達している。よつて，経済的な $k$ と $D$ とは (7) 式の等号の関係を満足しなければならない。

$$D=\frac{1}{2}\,\frac{k+\frac{2}{3}}{k+2}\left\{1+\sqrt{1+2\frac{k+2}{k+\frac{2}{3}}W}\right\}\cdots\cdots\cdots(10)$$

(9) 式と (10) 式とから，

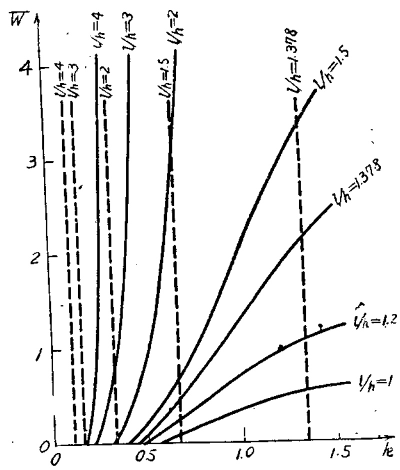
$$V_c=f\cdot\frac{k+\frac{2}{3}}{2(k+2)}\left\{1+\sqrt{1+2\frac{k+2}{k+\frac{2}{3}}W}\right\}\left\{1+2\left(\frac{h}{l}\right)^{\frac{4}{3}}k^{-\frac{1}{3}}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

図—3 の曲線-A の極小点 s における $k$ を求めるため，(11) 式より $dV_c/dk$ を求め 0 に等しいとおけば，次式がえられる。

$$W=\frac{1}{2}\,\frac{k+\frac{2}{3}}{k+2}\left(\left[\frac{k\left\{\left(\frac{l}{h}\right)^{\frac{4}{3}}k^{\frac{1}{3}}+2\right\}}{(k+2)\left(k+\frac{2}{3}\right)-k\left\{\left(\frac{l}{h}\right)^{\frac{4}{3}}k^{\frac{1}{3}}+2\right\}}\right]^2-1\right)\cdots(12)$$

(12) 式は，図—3 の曲線-A の極小点 s における $k$ と，$l/h$ 及び $W$ との関係式である。$W$ を縦軸，$k$ を横軸にとつて，各種の $l/h$ の値に対して，(12) 式を図示すれば，図—4 の実線で画いた曲線となる。

図—4




次に，(8) 式の等号をとつた式と，(10) 式とから $W$ 及び $D$ を消去すれば，図—3 の曲線-A と曲線-B との交点 i における $k$ と $l/h$ との関係を示す次式がえられる。

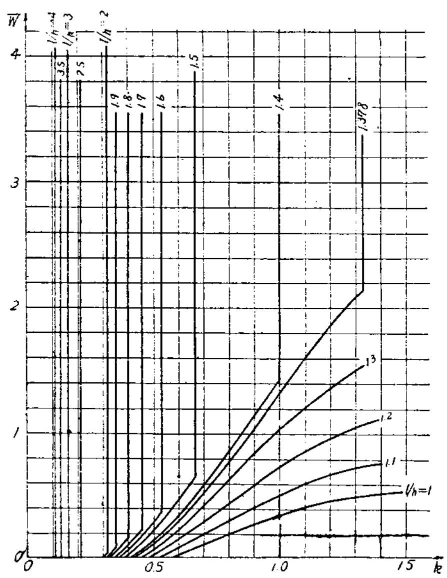
$$\frac{l}{h}=\frac{3k+2}{8k}\sqrt{3k+2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

(13) 式の右辺は $k=1.333$ で極小となり，このとき $l/h=1.378$ である。よつて，図—3 の曲線-A と曲線-B とは，$l/h \geqq 1.378$ のとき交点をもつているが，$l/h<1.378$ のとき交わらないことがわかる。また，(13) 式で明らかなように，図—3 の曲線-A と曲線-B との交点 i における $k$ は，$l/h$ のみによつて定まり，$W$ には無関係である。よつて，図—4 に (13) 式を図示すれば，各種の $l/h$ に対して，縦軸に平行な点線となる。

図―4 において，$l/h>2$ のときは，同じ $l/h$ に対する実線と点線とは交わらず，常に点線が実線の左側にある。これは前述の(a)の場合に相当し，点線が経済的な $k$ を示している。$2\geqq l/h\geqq 1.378$ のときは点線と実線とが常に交わる。この場合は，点線と実線との交点より大きい $W$ に対しては，点線が経済的な $k$ を示し，交点より小さい $W$ に対しては，実線が経済的な $k$ を示している。すなわち，それぞれ，前述の (a) 及び (b) の場合に相当する。$l/h<1.378$ のときは実線のみであつて，この実線は極大点をもつている。この極大点より小さい $W$ に対しては，実線が経済的な $k$ を示している。すなわち，前述の (c) の場合に相当する。また，$W$ がこの極大点より大きい場合は前述の (d) の場合であつて，実際上可能な範囲で大きい $k$ を用いれば経済的となる。

図―4 における経済的な $k$ を示す線を画けば，図―5 となる。図―5 に，門形ラーメンの経済的な断面寸法における剛比 $k$ と，与えられた $l/h$ 及び $W$ との関係が明らかにされている。すなわち，一般に，$l/h$ が大きいほど経済的な剛比 $k$ は小さい。しかして，$l/h$ が2以上のとき，経済的な $k$ は $W$ に無関係で $l/h$ のみによつて定まり，$l/h$ が2以下のとき，経済的な $k$ は $W$ が大きいほど大きい。

図―5




経済的な $k$ が定まれば，(10), (5) 及び (1) 式によつて容易に経済的な $d, d_h$ 等を算出できる。従つて，以上にえられた図―5 を用いれば，与えられたスパン，高さ，水平版上の荷重，コンクリート及び鉄筋の許容応力度に対して，脚部固定の鉄筋コンクリート版型門形ラーメンの経済的な断面寸法を，あらかじめ自重及び部材の剛度を仮定せず，直接容易に求めることができる。以下に，断面の経済的算定の順序を述べる。

1) 与えられた $\sigma_{ca}, \sigma_{sa}$ によつて定まる係数 $C_1$ を求める。また，水平版の引張側表面から引張鉄筋断面図心までの距離 $d'$ を定め，水平版の厚さ $d'$ のコンクリート重量と水平版上の等分布荷重との和 $w(\mathrm{kg/m^2})$ を計算する。

2) (6) 式を用いて，与えられた $l$ と，1) でえた $w$ 及び $C_1$ とから $W$ を計算する。

3) 図―5 を用いて，2) でえた $W$ と $l/h$ とから，経済的な $k$ を求め，この $k$ を (10) 式に入れて $D$ を計算する。

4) (5) 式及び (1) 式を用いて，3) で求めた $k$ 及び $D$ から，$d, d_h$ を計算し，求めた $d, d_h$ と 1) で定めた $d'$ とから門形ラーメンの部材寸法を決定する。

5) 鉄筋は，水平版のスパン中央で，コンクリート及び鉄筋に生ずる最大応力度がそれぞれの許容応力度に達し，他の断面で曲げモーメントその他に対して安全であるように，これを配置する。なお，図―5 で求められる $k$ が縦軸に平行な直線上にあるときは，鉛直部材の上端断面においても，コンクリート及び鉄筋に生ずる最大応力度がそれぞれ $\sigma_{ca}$ 及び $\sigma_{sa}$ に達するようにする。

6) せん断力，軸方向力などに対して検査する。しかしながら，筆者の研究によれば，この方法によつて断面寸法を定めた場合，一般に，断面の修正を必要とすることはほとんどない。

## 3. 結　　言

水平部材の断面2次モーメント一定の，脚部固定の鉄筋コンクリート版型門形ラーメンに関する以上の研究によつて，次のことが明らかにされた。

スパンを $l$(m)，高さを $h$(m)，水平部材上の等分布荷重を $w(\mathrm{kg/m^2})$，コンクリート及び鉄筋の許容応力度 $(\sigma_{ca}, \sigma_{sa})$ によつて定まる係数 $C_1$ を，

$$C_1=\frac{n\sigma_{ca}+\sigma_{sa}}{n\sigma_{ca}}\sqrt{\frac{6n}{2n\sigma_{ca}+3\sigma_{sa}}},$$

とし，$W=36\,C_1^2l^2W$ とすれば，門形ラーメンの経済的な断面寸法における，水平部材と鉛直部材との剛度の比 $k$ は，$W$ 及び $l/h$ の2つの値によつて定まる。

$W$ 及び $l/h$ と経済的な剛比 $k$ との関係は図―5 に示されている。図―5 を用いれば，スパン，高さ，水平部材上の鉛直荷重，コンクリート及び鉄筋の許容応力度が与られたとき，脚部固定門形ラーメンの経済的な部材断面寸法を，自重及び部材の剛度を仮定せず，直接容易に求めることができる。

### 4. 計 算 例

$l=8$ (m), $h=4$ (m), 水平版上の等分布荷重$=800$ (kg/m²), $\sigma_{ca}=40$(kg/cm²), $\sigma_{sa}=1200$(kg/cm²) であるとき，**図—5** を用いて，門形ラーメンの経済的な部材断面寸法を求めてみる。

1) (4) 式によつて $C=0.411$, また $d'=4$(cm) とすれば $w=896$(kg/m²)

2) (6) 式によつて $W=2.3$, また $l/h=2$

3) **図—5** によつて $k=0.314$ をうる。(10) 式によつて $D=0.94$

4) (5) 式, (10) 式によつて $d=30.5$(cm), $d_n=35.6$ (cm), 従つて，水平版の厚さ$=34.5$(cm), 鉛直版の厚さ$=40$(cm) となる。

5) この場合，主鉄筋は，水平版のスパン中央及び鉛直版の上端断面で，コンクリート及び鉄筋の最大応力度がそれぞれ $\sigma_{ca}$ 及び $\sigma_{sa}$ に達するように配置する。

### 参 考 文 献

吉田徳次郎：鉄筋コンクリート設計法
福田 武雄：ラーメン
Taylor, Thompson & Smulski : Reinforced Concrete Bridges.
Taylor, Thompson & Smulski : Concrete Plain and Reinforced (Vol. 1, Vol. 2)
W.M. Wilson & R.W. Kluge : Tests of Rigid Frame Bridgs. (Journal of A.C.I. 5/6 1938)
Richard Guldan : Rahmentragwerke und Druchlaufträger.
Dunham : The Theory and Practice of Reinforced Concrete.

(昭.28.2.17)

# 鋼上路道路橋の縦桁の曲げモーメントの計算について

正員 成 岡 昌 夫*

## ON THE CALCULATION OF BENDING MOMENT OF STRINGERS OF DECK TYPE STEEL HIGHWAY BRIDGES

(JSCE 1953 July)

*Masao Naruoka C.E. Membeer*

**Synopsis** In our Specification of Steel Highgay Bridges, coefficient is regulated for design of stringers which support reinforced concrete slab, considering only the continuity of slab over several spans.

From the view of rationalization of bridge design, the relative stiffness of stringers, compared to that of slab must be taken into consideration for the calculation of bending moment of stringer under wheel loads on slab. The author has proposed the table and diagram useful to rational design of stringers.

### 1. 緒 言

福田博士は本誌の第 38 巻第1号において，わが国の道路橋の設計法の不合理な点の数々を指摘しておられる。この点に関し著者もかねてより注目し，鉄筋コンクリート床版についてわが国の鋼道路橋設計示方書 (1939)——以下示方書と言う——に規定されている輪荷重分布有効巾の規定の是非を論じ，主鉄筋が車両進行の方向に直角な場合には，合理的に計算された床版の曲げモーメントは示方書の有効巾の規定によつて計算された値より小さくなることを示した。さらにここでは鋼上路プレートガーダー道路橋の床組の縦桁の曲げモーメントについて論じたいと思う。

鋼道路橋で輪荷重が床版をへて曲げ剛さの同一な縦桁に及ぼす反力を計算することは，その実情がかなり複雑であるので，はなはだむつかしいことである。わが国では A.A.S.H.O. の示方書規定に準じ，示方書第26条のごとく規定されている。すなわち，反力係数を規定し，床版を単純梁と仮定して計算した反力に反力係数を乗じ，事実上連続性のある床版によつて生ずる反力と等しいようなものに近似させようとする趣旨で条文がつくられている。ただしこの反力係数の規定に関係あるものは，自動車荷重の寸法と縦桁間隔のみである。

ここでただちに疑問となるのは，曲げ剛さ同一な縦桁と言うだけで，床版の版剛度は反力係数に関係しないであろうか，と言う点である。縦桁の直上に作用する集中荷重を考えよう。縦桁の曲げ剛さが版剛度に比較して大きければ，縦桁の撓みは少く，縦桁上の輪荷重はそのまま縦桁に伝えられることになろう。これと

* 京都大学助教授，工学部土木工学教室