

静水中の砂利の転動あるいは沈降速度について

正 員 久 宝 保*

ON THE ROLL OR FALL VELOCITY OF GRAVELS IN STILL WATER

(JSCE April 1953)

Tamotsu Kubō, C.E. Member

Synopsis The author measured formerly the shape of gravels on a river bed. Because he thought specially that the different shape of grains had effected greatly to the roll or fall velocity in still water. And it seems that these velocities are two essential terms for studying of mechanisms of gravel transportation by flow in a river. In other words, the fall velocity has influences upon the floatation or sedimentation of grains, and the bed loads in a flow is affected by the roll velocity. Therefore, without experiments it is impossible to explain the loads transportation in a river. Then, the author tries the expand of these velocities from usual studies by the method of which the experiment is based on the shapes of gravels. From these results, he thinks that,

$$w = K(h/b)^{1/2} d^{1/2}$$

where, w velocity (cm/sec), K a coefficient, h/b flatness, and d is mean diameter of grain (mm).

要旨 さきに著者は河床の砂利の形を測定したが¹⁾, その砂利粒の形の相異によつて, 静水中のその転動及び沈降速度にいちじるしい相異があると考えられるためであつた。また, これらの速度は河川の砂利流送のメカニズムを研究するための大切な2要項であると思われる。すなわち, その沈降速度は粒子の浮游及び沈澱に関係があり, その転動速度は底流砂に関連する。従つてその実験なしには, 河川の流砂を説明することが困難である。ここに著者は, 砂利の形をもととして実験を行い, それらの速度に関して従来の研究の研究結果を拡張しようとした。その結果,

$$w = K(h/b)^{1/2}(d)^{1/2}$$

但し, w はその速度(cm/sec), K はある係数, h/b は砂利の扁平率, 及び d はその平均粒径(mm)であると思われる。

I. 概 説

河川流が砂利粒を移動させる状態は, その粒子が浮游して移動しているか, その合成している場合かのいずれかであると思われる。ただ河床の摩擦の関係で, 砂利粒が滑動する場合は, ガラス管内の移動のような特別な場合を除いては, あまり考えられない。従つてこの転動及び沈降速度が流砂の問題をとくための2つの要素であるとせられる。

さて砂利粒の転動状況を見ると, それが長軸の周囲に廻転していることと, 丸い砂利ほど転りやすいことが明白であり, また, その沈降状況を見ると, 扁平な面を水平にしてよるめきつつ沈降し, 丸い砂利ほどその速度が大きいことが明白である。しかも, その丸さの程度の差異によつての速度の相異は, 水の粘性または粒子の比重の相異によるものよりいちじるしいことが想像される。ここに粒子の丸さに関して, その最大高さ(h)とその最大巾(b)との比を扁平率とよび, それが1に近いほど丸いものと考えた。そこで本研究では, この h/b なる扁平率を粒子のそれらの速度の要項に取入れることとした。次に, 粒子の平均粒径 d (mm)は実際問題を取扱うのに有効なために, ある篩を通過し次の篩にとどまる粒子の大きさを, それら2つの篩の目の平均の大きさを示すこととした。

なお, 本実験結果を整理するにあつて, 砂利粒の比重, 長さ及び体積の測定と同時に, 水の粘性の測定のための水温測定も試みたが, 実用的には効果が少ないと考えて省略した。その結果として, 当然得られた結果がかなりの散らばりを示すけれども, それらについては吟味する程度にとどめることとした。

さて, (i) 転動速度に関しては——河床の平衡勾配等の問題に関して, まさに滑り出さんとする砂利粒の平衡について, 衝力理論として, 古くからの研究がある²⁾。これは砂利粒がある平衡した転動速度(終局転

* 徳島大学教授, 工学部土木教室

動速度ということとすれば)に達した後の平衡条件式としてそのまま用いられよう。すなわち、

砂利粒の単位体積重量を γ_s , 水のそれを γ_w , その粒の体積を V とすれば, 重力及び浮力を考えると, 鉛直な重さは, $(\gamma_s - \gamma_w)V$, 底の勾配を θ なる角度で示せば, その方向の重力成分は, $(\gamma_s - \gamma_w)V \cos \theta$ である。また底の摩擦係数を f で示せば, $f(\gamma_s - \gamma_w)V \sin \theta$ は砂利粒に働く転動摩擦力とせられる。次に衝力理論を用いて, 終局転動速度 w (cm/sec) で移動している砂利粒に働く水の抵抗力を, $\alpha \cdot (w^2/2g) \cdot \gamma_w \cdot F$ とすれば, α は係数, F はその抗抵を受ける砂利粒の断面積である。ここに, 移動方向における力の釣合より,

$$\alpha \cdot \frac{w^2}{2g} \gamma_w F = f(\gamma_s - \gamma_w)V \sin \theta - (\gamma_s - \gamma_w)V \cos \theta$$

となり,

$$w = \{(\gamma_s - \gamma_w)/\gamma_w \cdot (f \sin \theta - \cos \theta) \cdot 2gV/\alpha F\}^{1/2}$$

となる。従つて, γ 及び α を一定とすれば,

$$w = K''(f \sin \theta - \cos \theta)^{1/2} (V/F)^{1/2} \dots \dots \dots (1)$$

を得る³⁾。ここに K'' , f 及び V/F は実験により定めるほかはない。かりに, f が砂面または砂利面に関して一定であるとしても V/F は砂利粒の高さ, 巾, 形, 大きさに関連して理論的な推定は困難である。いま, V/F が砂利粒の大きさ d (mm) 及びその扁平率 (b/h) によると考えて,

$$w = K'(f \sin \theta - \cos \theta)^{1/2} d^{1/2} (b/h)^m \dots \dots \dots (2)$$

としたものが, 本論の基礎である。但し, m 及び K' は実験で定めるものとする。

次に(ii)静水中の砂利粒の沈降速度に関しては——球体または規則正しい形の物体の沈降速度に関する実験が多く, しかも土砂のように小さいもので, Reynolds数の小さい場合に関するものが多い⁴⁾。砂利粒のように沈降速度の大きい, 形状の不規則なものに関する実験が少ない上に, その扁平率を考慮した実験式がほとんどない。従つて, 定量的に砂利粒の沈降速度をやや正確に知ることが不可能であるので, 著者は次のような考え方から, 本実験を試みたのである。すなわち, その転動の場合と同じ式を用い, $\theta = 90^\circ$ とした場合に類似するとしたのである。但し, この場合には, 砂利粒は転動しないので, その摩擦係数を f' とし, (2)式において,

$$K' f' = K$$

とすると,

$$w = K d^{1/2} (b/h)^m \dots \dots \dots (3)$$

式を得ることとなる。しかし, この場合に当然予想される f' の値は, その容器の周壁の性質であつて, い

くら容器が大であつても, 砂利粒が壁面近くを沈降するか, あるいは充分遠くを沈降するかによつて(3)式の K 及びその w が相異なるはずである。ただ(3)式によつて示された沈降速度が, 衝力理論により $d^{1/2}$ によるとする多くの実験公式が一応理論づけられたものと思われる。

II. 実験

本実験の要項は次のとおりである。すなわち,

容 器: 直径(内径) 3.05 cm, 長さ約 100 cm のガラス製円筒容器

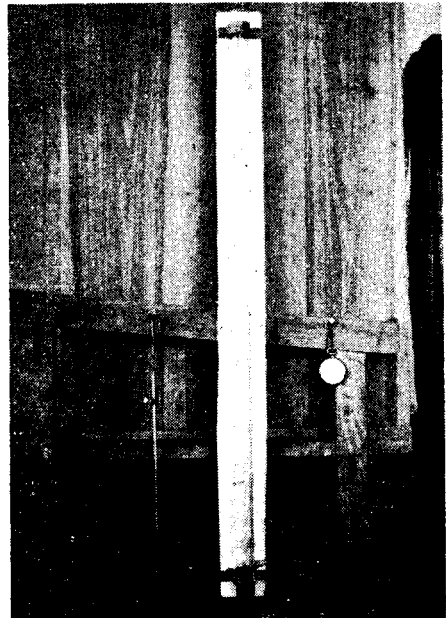
砂 利: 吉野川産の砂利を篩分け使用。

砂利の寸法等はマイクロメーター及びマイクロゲージで測定

速度実測: 初速度なし。30 sec 読みのストップウォッチ使用。水面より約 10 cm ほど移動してより, 80~76 cm 間の移動時間の測定。

但し, 水面より約 10 cm 移動して, 砂利粒が終局速度になるか否かについて疑問を抱き, 16 mm 映写機で撮影し解析することによつて, その結果が充分であることを確かめた。また, 特にその沈降速度に関しては, 容器の大きさが, 小さすぎることを恐れて, 内径 91 mm のガラス管を用いてみたが, 前述のとおり, 砂利粒の沈降時のよろめきによつて, 周壁に沿うか否かによつて沈降速度が変化し, 容器の大きさには大差のないことが明白となつた。

写真—1 沈降速度実験容器
Cylinder of the Experiment of Fall Velocity



次に本実験順序に従つてその概要を説明すると、

(i) 沈降速度——篩分けによつて砂利粒を次の5種とした。すなわち、1.5~2.5, 2.5~3.5, 4.7~5.3, 5.3~8.3, 8.3~10.0 mm とした。3.5 mm の篩は破損したので使用できなくなり、5.3 mm の篩はかなり狂いを生じていた。また、夏期の測定で、水温は29.5~30.5°C であつた(設備は写真-1参照)。水は上水道の水を用いた。Reynolds 数は砂利の長さ, 巾, 重さの積の1/3乗によつて整理すると、

篩目 間 隔	Reynolds 数
10.0~8.3 mm	5 100~3 020
8.3~5.3	4 630~1 590
5.3~4.7	3 690~1 220
3.5~2.5	1 320~560
2.5~1.5	810~350

となり、かなり大きいものである。

なお、砂利粒が壁面に沿つて沈降する場合には、その長さの方向に沈降することがあつて、予想に反して大きい速度を得る場合がある。また、扁平なものはかなりよろめきがあつて、周壁に2~3回つきあたることもある。

(ii) 転動速度に関して——ガラス管の周辺の一部に、巾2cmほどペンキを流し込みさらに柵馬の標準砂をそれに混ぜしめ、その面が水平となるようにペンキを充分多く軟かくし、これを自然に約1ヶ月、人為的に約2時間乾燥せしめ、粗面を与えると同時に、砂利粒の沈降が見えるようにした。これを45°14'及び54°20'に傾斜せしめて、転動速度を実測した。これに用いた篩目の間隔は、10~8.3, 8.3~5.3, 5.3~4.7, 4.7~3.4, 3.4~2.5, 2.5~1.6の6種とした。水温は12~13.5°C であつた。

但し、本実験結果より、扁平な砂利はその斜面内で停止する場合がしばしばあつた。特にここに作った粗面が緻密に一樣でないので、大体同じ場所とどまろうとする傾向がうかがわれ、また、廻転によつて、扁平な面が下になつた時にちよつと特に粗な面に接するので、扁平率が等しければ、その限界扁平率で停止するとはいわれない状態を示した。また、停止の限界には、砂利粒の形、大きさが関連するし、その比重の差異も影響するはずである(これらについては詳細を省略する)。

また、転動速度の大きい、比較的扁平な砂利が躍動する状態も見受けられ、きわめて忠実に転動するものや、転動よろめきを行うもの、停止しそうになつて再度転動するものもあつた。しかし、いずれもその長軸が大体水平であることは明白であつた。

以上、410回ほど測定を試みたが、その結果の詳細

は省略する。

III. 実験結果

前述の結果を整理するために、まず同様な粒径を有するものに関して、沈降速度と扁平率とを両対数目盛の方眼紙にプロットして、それより、 $(h/b)^{1/2}$ の指数を求めた。

次に沈降速度を扁平率で除し、その平均値と粒径 d とを同じく対数目盛の方眼紙上にプロットして、 $d_{2/1}$ の指数を求め、衝力理論の大差のないことを認めた。

その結果を、(3)式より、

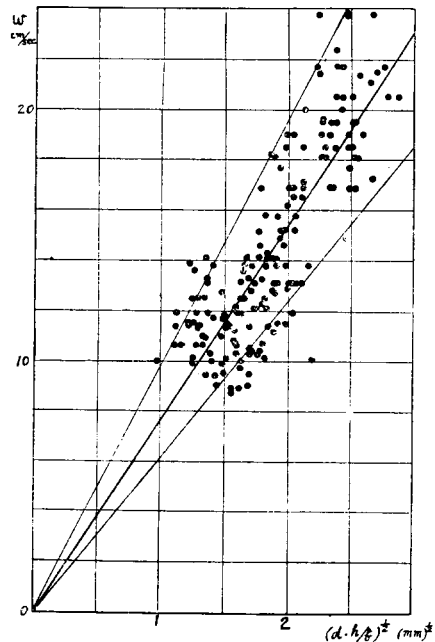
$$w = K d^{1/2} (b/h)^{1/2} \dots\dots\dots (4)$$

として、 w 及び $d^{1/2}(b/h)^{1/2}$ の関係を図示して、 K を求めることとした。すなわち、図-1 45°14' 傾斜面の転動速度に関して、図-2は54°20' 傾斜面のものに関して、図-3は沈降速度に関して示したものである。これより、

45°14':	$K \approx 7.2$
54°20':	$K \approx 10.5$
沈 降:	$K \approx 16.0$

を得た。すなわち、それらの図の太い線がそれである。従つて傾斜面が急になるほど K の値が大きくなることは明白であるが、容器の状況が沈降速度と転動速度の実測とでは相異なるから、連続か否かは疑わしい。ただ、著者のI.の概説が定性的に成立すること

図-1 45°14' 傾斜面の砂利の転動速度に関して
On the Roll Velocity of Gravels
on the Inclined Plane (45°14')



がうかがわれる。さて、

図-2 54°20' 傾斜面の砂利の転動速度に関して
On the Roll Velocity of Gravels on the
Inclined Plane (54°20')

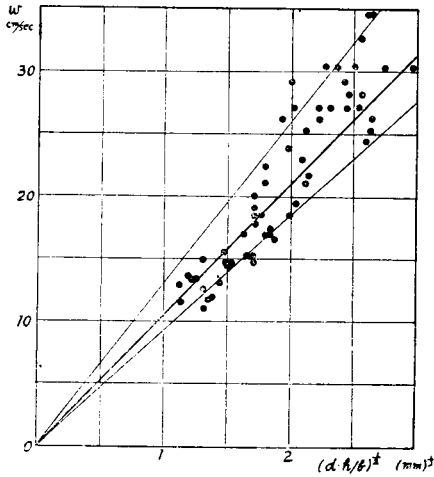
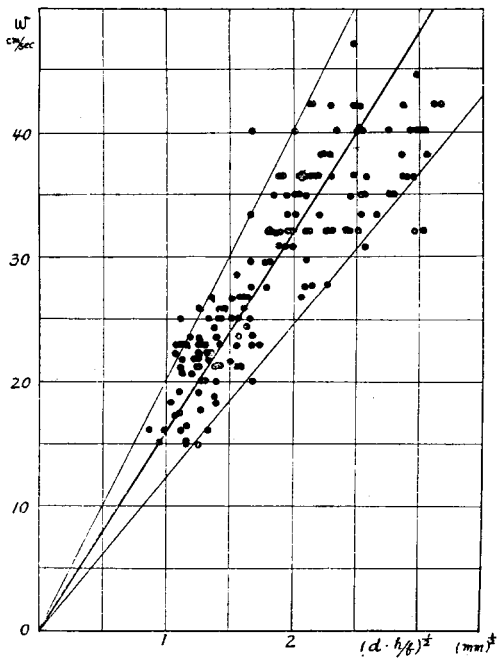


図-3 沈降速度に関して
On the Fall Velocity



$$K'(f\sin\theta - \cos\theta) = K$$

を用いて、2つの傾斜面に関する f を一定として求めると、 $f=1.99$ となり、大きい摩擦係数を与えたことになった。

さて、砂利粒の不規則性によつて、まず篩目の平均間隔が砂利粒の平均粒径を示すものとは限らないのでそれは少なくとも、ある篩目と次の篩目との大きさの間のものであること以外に意味を有しない。また、砂利粒の体積に関しても不同があり、比重に関しても差異がある。その結果、前図に示したような範囲の拡りを生じたものとすべきであろう。ただ、定性的に、(4)式が成立すると考えてもよいと思われる。

さて砂利粒を球とした場合には $h/b=1$ であるから沈降速度に関する鶴見公式または Krey⁵⁾ の実験式⁵⁾とは一致すると思われる。例えば、鶴見公式で $\gamma_s=2.64$ とすると、 $w=23.1 d^{1/2}$ となり、著者の結果より大きい値を示しているが、鶴見氏自身がこれを指摘している。また、河川の砂に関する Krey の式では、 $w=15.7 d^{1/2}$ となり、著者の式を近似しており、もしも扁平率を0.96とすれば全く一致することになる。ここに著者の実験結果は比較的信頼できることが明白となつた。ただ、転動速度に関しては、比較できる判然たるデータ及び公式が見出されないことを遺憾とする。

最後に沈降速度に関する詳細な実験が現在著者の手元で行われているが、実用的な意味では本研究結果で充分と考えている。また、このような研究に関しては、文部省の科学研究費の一部を用い、同実験に関しては、田中要三君及び学生の豊川隆夫君によるところが大であつたことを附記しておく。

参考文献

- 1) 久宝 保: "河川の砂利の水理学的基礎性について", 土木学会誌, 38巻3号
- 2) 石原藤次郎: "橋脚による河床洗掘に関する実験的研究", 土木学会誌, 24巻1号,
- 3) 物部長穂: "水理学", p. 243
- 4) H. Rouse: "Engineering Hydraulics", p.778
- 5) 鶴見一之: "沈降速度の理論及実験", 土木学会誌, 18巻10号,
- 6) 本間 仁: "水理学"(技術者のための流体力学) p. 210

(昭.27.11.24)