

# 合成桁の断面決定法について

正員 工学博士 安宅 勝\*

## ON THE DETERMINATION OF SECTION OF THE COMPOSITE BEAM

(JSCE Jan. 1953)

Dr. Eng., Masaru Yasumi, C. E. Member

**Synopsis** In order to obtain the most economical section in composite beams, some technique is necessary. The author proposes a direct method of obtaining the section of a composite beam.

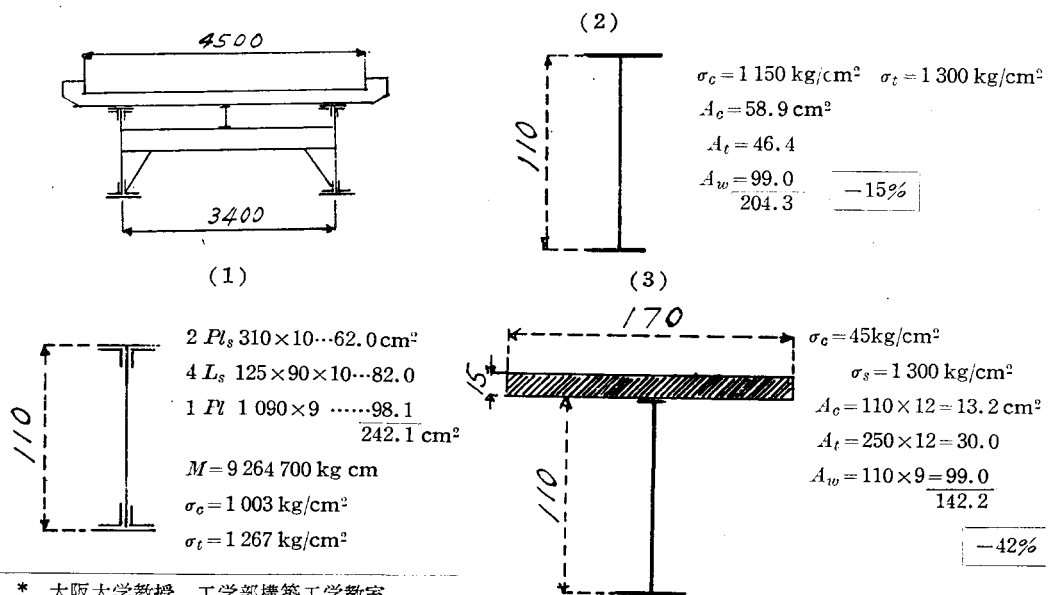
**要旨** 鋼桁と床版とをズレ止め(Shear connector, Dübel) で連結して一体として梁の作用をさせる合成桁 (Composite beam, Verbendträger) の断面を trial によらず直接に求める方法を述べたものである。

### 1. 緒言

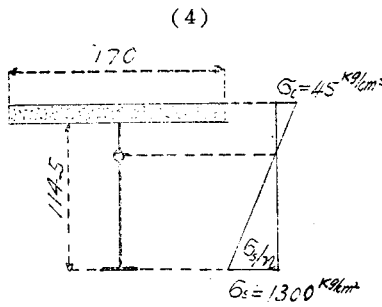
合成桁の考えは決して新しいものではないが実用的になつたのは第2次世界大戦中のことで特に独乙、瑞西等においては基礎的な研究にともなつて実用期に入り、設計示方書等も独、瑞、米等で発表されているり<sup>2),3)</sup>。我国においても建設省、大阪市、東京都などで設計研究中である。この工法はズレ止めの問題、コンクリートの収縮及びクリープの影響など研究問題は多いが、本文においては死活荷重にたいし合成断面を決める問題を取りあえず述べる。合成桁断面の決定には技術を要し特に桁高の仮定が当を得ていない場合にはかえつて不経済になることすらある。米国の報告によ

ると<sup>4)</sup>、合成桁としての鋼材の節約は I-Beam では 8%、溶接桁では 30%までとあるがこれは設計が当を得ていないために経済度が比較的にすくなかつたように思われる。また独乙その他の文献による事例にも合成桁として適当でない断面が見受けられる。いわゆる trial and error method で断面を仮定して縁応力を求める方法では手数がかかつてなかなか最経済的な断面を決めにくいので鉸桁のように桁高を決めて突縁断面を決める計算法を提案するとともに迅速に最経済的な断面に到達する方法をも示すことにする。合成桁を有利に使用するためには突縁断面の変化が自由なことを要する。この意味において鋼桁は溶接桁を対象とすることが必要である。一定の方針に従つて計算すれば合成桁の鋼桁断面は普通の鉸結鉸桁または、溶接桁に比して 60~25%の断面節約をすることができる。本論に入る前に断面の仮定によつて合成桁の経済度がいか

表一



\* 大阪大学教授，工学部構築工学教室



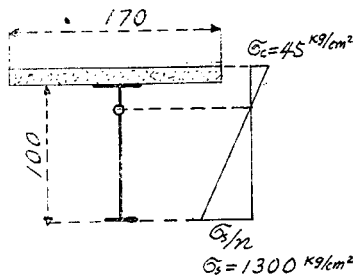
(4)

$$A_c = 0$$

$$A_t = 215 \times 12 = 26.0 \text{ cm}^2$$

$$A_w = 1140 \times 9 = \frac{102.7}{128.7} \quad \boxed{-47\%}$$

(6)



(5)

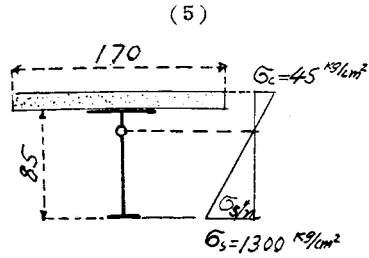
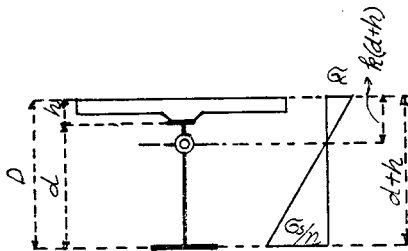
$$A_c = 54.20 \text{ cm}^2$$

$$A_t = 37.90$$

$$A_w = \frac{90.00}{182.10} \quad \boxed{-25\%}$$

に変化するかを事例で示してみよう。表-1 に示すような巾負 4.5 m 支間 15 m の2等橋鉚結鋼断面を基準にとる。(1)において縁応力  $\sigma_c = 1003 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_t = 1267 \text{ kg/cm}^2$  となっている。これを溶接桁とすれば(2)となり断面の減少率は 15%である。(3), (4), (5), (6)の場合を通覧すると、たとえ縁応力を一定に保つても桁高の選定いかんによつては(5)のようにかえつて断面が 22%増となる場合もある。(4)は ideal な場合で  $A_c = 0$  となるが断面減少率は最高となる。実際問題としてはこれより少し桁高の少さい(3)あたりが適当に思われる。桁高が過少であると断面はかえつて不経済になる。

図-1



(5)

$$A_c = 167.0 \text{ cm}^2$$

$$A_t = 54.0$$

$$A_w = \frac{76.0}{297.0 \text{ cm}^2} \quad \boxed{+22\%}$$

2. 桁高の制限

図-1 においてコンクリートに引張りを生ぜぬためには

$$k(d+h) \geq h \text{ すなわち } d \geq \frac{(1-k)}{k} h \quad \dots\dots(1)$$

但し  $k = \frac{\sigma_c}{\sigma_s/n + \sigma_c} = \frac{n\sigma_c}{\sigma_s + n\sigma_c}$   
 $n = E_s/E_c$

たとえば  $n = 10$ ,  
 $\sigma_c = 45 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_s = 1300 \text{ kg/cm}^2$  のとき  $d \geq 2.889 h$   
 $\sigma_c = 60 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_s = 1300 \text{ kg/cm}^2$  のとき  $d \geq 2.167 h$   
 次に撓みに対する桁高の制限を調べてみると普通の鋼桁にたいしては衆知の次の関係がある。但し  $\delta$  を撓み,  $d$  を桁高,  $\sigma$  を縁応力度とする。

$$\frac{l}{d} = \frac{24}{5} \cdot \frac{E}{\sigma} \cdot \frac{\delta}{l} \quad \dots\dots(2)$$

合成桁の総高を  $D$  とすると同様の計算により

$$\frac{l}{D} = \frac{48}{5} \cdot \frac{E_s}{\sigma_s + n\sigma_c} \cdot \frac{\delta}{l} \quad \dots\dots(3)$$

鋼桁の場合に道路橋として  $\delta/l = 1/600$ ,  $\sigma = 1000 \text{ kg/cm}^2$ ,  $E = 2100000 \text{ kg/cm}^2$  とすれば  $l/d = 15$  となる。

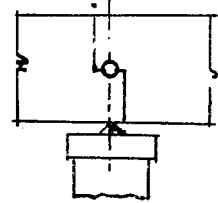
合成桁の場合に

$$\delta/l = \frac{1}{600}, n = 10, \sigma_s = 1300 \text{ kg/cm}^2 \text{ とすれば}$$

$$\sigma_c = 45 \text{ kg/cm}^2 \text{ のとき } l/D = 19, \sigma_c = 60 \text{ kg/cm}^2 \text{ のとき } l/D = 17$$

となる。桁高の制限が普通の鋼桁に比して有利な上に設計を上手にやれば断面が非常に経済になるから支間 40~50 m くらいまでは充分単純梁として実施可能なように思われる。従来トラスあるいはゲルバー桁として実施されている中級スパンの架橋に合成桁を応用する可能性が充分にある。連続梁またはゲルバー桁に合成桁を応用することは研究

図-2

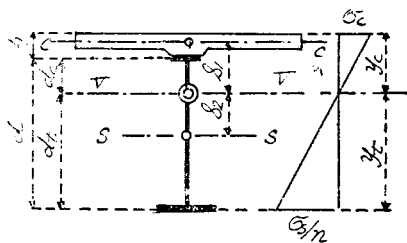


されてはいるがなお検討の余地があるように思われる。橋脚の経済あるいは耐震性の上から連続性が要求されるときは図-2 のように支点上にヒンジを設けられよ。 (1) 式の制限以下の桁高の場合も許容応力度たとえば  $\sigma_s$  をさげればもちろん実施できる。この場合でも相当に経済的である。

3. 断面の計算

図-3 において鋼桁高を  $d$ 、床版の高さを  $h$  とする。 $d$  は突縁重心間距離であるが計算の便宜上背面高

図-3



と混同して使用する。V-V は合成中立軸、C-C, S-S はそれぞれコンクリート及び鋼の中立軸である。いま

- $I_V$ : 合成中立軸に関する慣性モーメント
- $I_c$ : コンクリート重心軸に関する慣性モーメント
- $I_s$ : 鋼桁の重心軸に関する慣性モーメント
- $F_c$ : コンクリート断面積
- $A_s$ : 鋼桁断面積
- $S_1$ : V-V 軸よりコンクリート重心への距離
- $S_2$ : V-V 軸より鋼桁重心への距離

とすれば縁応力度  $\sigma_c, \sigma_s$  はそれぞれ

$$\sigma_c = \frac{M y_c}{I_V}, \quad \sigma_s = \frac{n M y_t}{I_V} \dots\dots\dots (4)$$

但し  $n = E_s/E_c$

$$I_V = I_c + F_c S_1^2 + n(A_c d_c^2 + A_t d_t^2) + \frac{nt}{3}(d_c^3 + dt^3) \dots\dots\dots (5)$$

但し  $A_c, A_t$  はそれぞれ圧縮、引張突縁の断面積、 $t$  は腹板厚である。中立軸 V-V に関しては次の関係がある。

$$F_c S_1 = n A_s S_2 \dots\dots\dots (6)$$

断面を決めるにはまず(4)より

$$I_V = I_{Vc} + n I_{Vs} = \frac{n M y_t}{\sigma_s} \dots\dots\dots (5a)$$

(6)式すなわち

$$n G_{sV} = G_{cV} \dots\dots\dots (6a)$$

の2つの関係を用いる。

但し  $I_{Vc}, I_{Vs}$  は V-V 軸に関するコンクリート及び鋼の慣性モーメント、

$$\left. \begin{aligned} G_{sV}, G_{cV} \text{ は幾何モーメントである。すなわち} \\ I_{Vc} = I_c + F_c S_1^2 \\ I_{Vs} = A_c d_c^2 + A_t d_t^2 + \frac{t}{3}(d_c^3 + dt^3) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

$$\left. \begin{aligned} G_{sV} = -A_c d_c + A_t d_t + \frac{t}{2}(d_t^2 - d_c^2) \\ G_{cV} = F_c S_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

さらに  $k = \frac{n\sigma_c}{\sigma_s + n\sigma_c}$  とおけば

$$\left. \begin{aligned} y_t = d_t = (d+h)(1-k) = d(1+h/d)(1-k) = ad \\ d_c = (1-a)d \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

但し  $a = (1+h/d)(1-k)$

これらの値を(5a)(6a)に入れると

$$A_c(1-a)^2 + A_t a^2 = \frac{M(1+h/d)}{(\sigma_s + n\sigma_c)d} - \frac{I_{Vc}}{nd^2} - \left(\frac{1}{3} - a + a^2\right) A_w \dots\dots\dots (10)$$

$$-A_c(1-a) + A_t a = \frac{F_c S_1}{nd}$$

$$-\left(a - \frac{1}{2}\right) A_w \dots\dots\dots (11)$$

但し  $A_w = dt$

これより

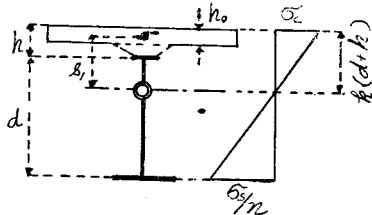
$$A_t = \frac{M}{\sigma_s d} - \frac{1}{a} \frac{I_{Vc}}{nd^2} + \left(\frac{1}{a} - 1\right) \frac{F_c S_1}{nd} - \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6a}\right) A_w \dots\dots\dots (12)$$

$$A_c = \frac{a}{1-a} \cdot \frac{M}{\sigma_s d} - \frac{1}{1-a} \cdot \frac{I_{Vc}}{nd^2} - \frac{a}{1-a} \cdot \frac{F_c S_1}{nd} - \frac{2-3a}{6(1-a)} A_w$$

但し  $a = (1+h/d)(1-k), k = \frac{n\sigma_c}{n\sigma_c + \sigma_s}$

コンクリートの寸法を既知とすれば  $\sigma_s, \sigma_c, d$  を決め

図-4



ると、コンクリートに関する項はすべて求まるから腹板の寸法を決めると突縁断面がきまる。 $S_1$  に関してはハンチの部分を見れば図-4 において

$$S_1 = k(d+h) - h_0/2 \text{ となる。}$$

$A_w$  は  $A_t, A_c$  が負にならぬ限度で適当にえらぶ。 $a=1$  のときは中立軸 V-V がコンクリートと鋼との

境界面と一致する。この場合は  $A_c$  は任意となる。すなわち  $A_c$  はどう取つても曲げ強度には関係しないからズレ止めに必要な限度でなるべく小にとる。

鋼桁の断面が合成されていないときは(12)でコンクリートに関する項を除くと(図-5 参照),

$$\left. \begin{aligned} A_t &= \frac{M}{\sigma_s d} - \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{6a} \right) A_w \\ A_c &= \frac{a}{1-a} \cdot \frac{M}{\sigma_s d} - \frac{2-3a}{6(1-a)} A_w \end{aligned} \right\} \dots\dots (13)$$

鋼桁の許容応力度を  $f_c, f_t$  とすれば  $a = \frac{f_t}{f_t + f_c}$

故に(13)式は

$$\left. \begin{aligned} A_t &= \frac{M}{f_t d} - \frac{2f_t - f_c}{6f_c} \cdot A_w \\ A_c &= \frac{M}{f_c d} - \frac{2f_c - f_t}{6f_c} \cdot A_w \end{aligned} \right\} \dots\dots (14)$$

これは普通の溶接材または釘桁の突縁断面を決める式である。特に  $f_t = f_c = f$  とおけば

$$A_t = A_c = \frac{M}{fd} - \frac{1}{6} A_w \dots\dots (15)$$

これは一般普通の式である。

4. 経済的な断面

鋼桁の断面積は(6)式より

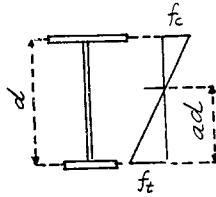
$$A_s = \frac{F_c S_1}{n S_2} \dots\dots (6b)$$

従つて鋼桁の重心はなるべく下にある方がよい。米国では非対称の I-Beam が市場にでているようで最近はこの断面の需要が増加する傾向だそうである。合成桁の経済的な断面としては図-6に示すように  $A_c = 0$  の場合が考えられる。

ズレ止めの部分だけに突縁を設ける方法も一寸工夫すれば実用的でないとも云えないが、これを嫌えば  $d$  をこの限度よりすこし下げ(12)式によつて突縁を定め  $A_c$  があまり大とならぬ高さ  $d$  を取ればよい。

(12)式において  $A_c = 0$  と置けば経済的な高さ  $d$  と  $M$  との関係が求まる。すなわち

図-5



$$M = \sigma_s d \left( \frac{1}{a} \cdot \frac{I_{vc}}{nd^2} + \frac{F_c S_1}{nd} + \frac{2-3a}{6a} A_w \right) \dots (16)$$

これに対応する  $A_t$  は

$$A_t = \frac{1}{a} \cdot \frac{F_c S_1}{nd} - \left( 1 - \frac{1}{2a} \right) A_w \dots\dots (17)$$

腹釘厚を仮定し経済高  $d$  を種々にとれば経済高  $d$  と  $M$  との関係を得る。図-7, 8, 9 は床版の寸法を  $15 \times 180 \text{ cm}$ ,  $17 \times 204 \text{ cm}$ ,  $20 \times 240 \text{ cm}$ ,  $\sigma_c = 60 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_s = 1300 \text{ kg/cm}^2$  にとり経済高  $d$  と  $M$  との関係を示したものである。腹釘厚と  $d$  との関係は鋼道路橋設計示方書の制限  $t = \frac{\sqrt{d}}{12}$  によつた。また床版の有効巾の限度は AASHO\* Specification<sup>9)</sup> により厚みの12倍をとつた。前述したとおり曲げモーメント  $M$  にたいし図示の  $d$  よりもすこし低く目に取つて突縁断面を決めればよい。

経済高  $d$  をグラフによらずに求めるには次のごとく逐次近似の方法で求める。まず(16)より  $d$  を求める式として

$$d = \frac{M}{\sigma_s \left( \frac{1}{a} \cdot \frac{I_{vc}}{nd^2} + \frac{F_c S_1}{nd} - \frac{3a-2}{6a} A_w \right)} \dots (16a)$$

式(16a)の分母の括弧内の第1項と第3項とは消し合つて影響が比較的小であるからこれを無視すると(図-4)

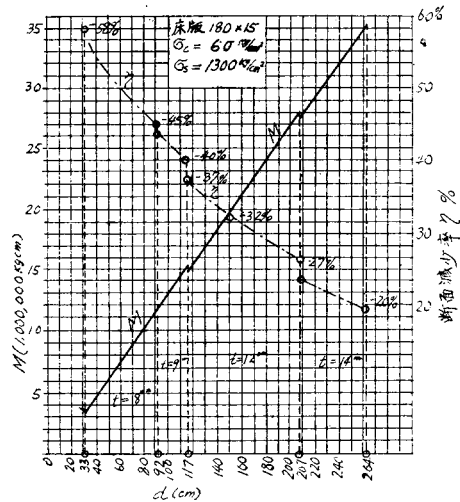
$$M = \frac{\sigma_s F_c S_1}{n} = \frac{\sigma_s F_c}{n} \{ k(d+h) - h_0/2 \} \dots (18)$$

但し  $k = \frac{n\sigma_c}{n\sigma_c + \sigma_s}$ ,  $S_1 = k(d+h) - h_0/2$

(18)より  $d$  の第1近似値として

$$d = \frac{1}{k} \left( \frac{nM}{\sigma_s F_c} + \frac{h_0}{2} \right) - h \dots\dots (19)$$

図-7



\* Association of American State Highway Officials

図-8

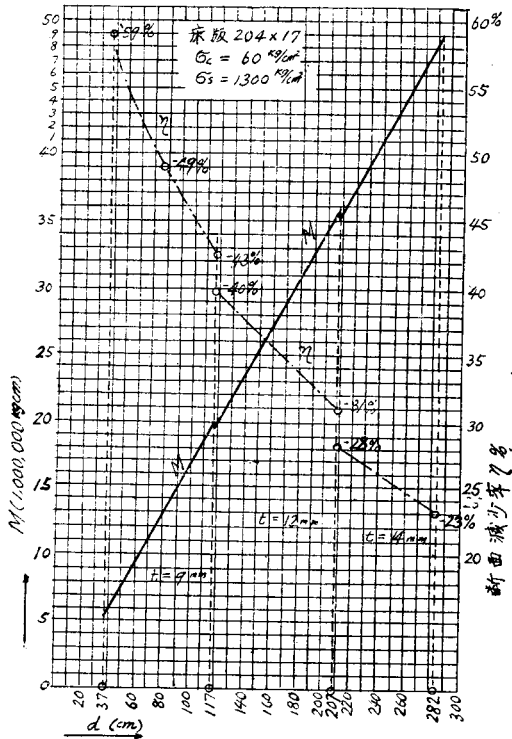
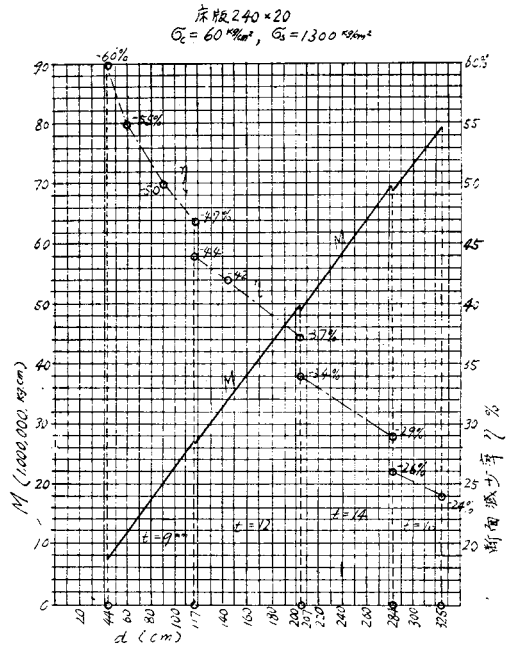


図-9



(19)に基づく  $d$  より(16a)の分母を計算して  $d$  を求めなす。数回の試算で充分である。

5. 経済高  $d$  の上限及び下限

経済高  $d$  の下限はコンクリートに引張を生ぜぬという条件で決まるから(1)式すなわち

$$d \geq \frac{(1-k)}{k} h = \frac{\sigma_s}{n\sigma_c} h \text{ となる。}$$

表-2 合成桁の抵抗モーメント及び断面減少率

$\sigma_c = 60 \text{ kg/cm}^2, \sigma_s = 1300 \text{ kg/cm}^2, n = 10$

床版の寸法	$d$ の下限	腹 鉚	$M$	断面減少率	$d$ の上限	腹 鉚	$M$	断面減少率
180×15 cm	33 cm	0.8 cm	3 239 000	58%	264 cm	1.4 cm	35 308 000	20%
204×17	37.4	0.8	4 750 000	61	282	1.4	48 938 000	23
240×12	44.0	0.8	7 795 000	60	325	1.6	78 695 000	24

6. 総 括

合成桁断面にコンクリートのクリープ、収縮の影響を考慮すれば当初の断面設計では  $\sigma_s$  は低くめに、 $\sigma_c$  は高かめに取つてよい。これらの結果を合算した上で断面を変える必要もある。

合成桁の実用性はコンクリートの強度、鋼の強度に支配されるところが多いが本文で取り扱った範囲でも相当の径間の架橋にたいする合成桁実施の可能性を充分に示している。本研究は昭和 27 年度文部省科学研

また床版の寸法を一定に保つていればこれに balance する鋼の断面、高さにも自から制限があるわけで  $d$  の上限は  $A_o = 0, A_t = 0$  の条件で押えられる。

図-7, 8, 9 はこの制限内における経済高  $d$  と抵抗モーメント  $M$  との関係を図示したものである。断面減少率は合成作用を受けぬ溶接桁断面 ( $f_t = 1300 \text{ kg/cm}^2, f_c = 1150 \text{ kg/cm}^2$ ) と比較した。鉚接桁にたいしてはさらに率が上るはずである。腹鉚厚は少なるほど経済的であるからできる限り薄くとつた。

究費「鋼コンクリート合成桁の研究」の成果の一部である。

参考文献

- 1) Bauingenieur März, 1950
- 2) B. I. August, 1950
- 3) B. I. September, 1950
- 4) Proc. A.S.C.E., 1948
- 5) A.A.S.H.O Specification, 1949

(昭. 27. 9. 17)