UDC 666.97:620.113:620.173

現場コンクリートの強度試験に必要な供試体の個数について

正員 水 野 俊 一*

THE NUMBER OF SPECIMENS NECESSARY FOR FIELD CONCRETE TESTS

(JSCE Dec. 1952)

Shunichi Mizuno, C. E. Member

Synopsis The Author's method which determines the number of specimens necessary for field concrete tests by confidence limit estimation was discussed in detail by Mr. K. Itoo. This paper shows that the author's method will be more suitable than the rejection limit method proposed by Mr. K. Itoo, and explains its application.

要 旨 著者は先に現場コンクリートの強度試験に必要な供試体の個数を，信頼限界を用いて決定する方法について提案した[1]のであるが，伊藤氏は最近，この方法に検討を加え棄却限界を用いる方法を提唱されている[2]。本文はこれら2つの方法を比較検討して，著者の方法がより妥当と思われることを示すとともに，その用い方についての案を述べたものである。

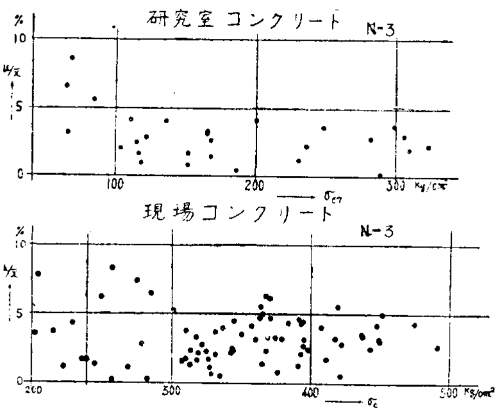
1. 緒 言

伊藤氏から御批判を賜わつた主な点を挙げれば (1) $u/\bar{x}$ の分布は対数正規分布と考えるのが妥当である。(2) β として $\sigma''/\bar{x}$ を用いるよりは，$t_0u'/\bar{x}$ を用うべきである。(3) 信頼限界法より棄却限界法の方がより合理的，実用的である。以上の3点である。この他提唱された主な点は (4) 供試体の所要最小個数 (5) 施工の安全性と供試体の個数，であるが，以上の諸点について見解をのべ，著者の提案を示したい。

2. 資料の取扱い方について

供試体の個数を問題とする場合，まず第一に取りあげることは，同じバッチのコンクリートで造つた供試体の強度のバラツキ，及びバッチごとの強度のバラツキがどのくらいであろうかということである。いま，1バッチのコンクリートで造つた供試体の強度のバラツキ，すなわち $u/\bar{x}$ (N 個の標本値を $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_N$ とすると，$u=\left\{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2/(N-1)\right\}^{1/2}$，$\bar{x}=\sum_{i=1}^{N}x_i/N$) の分布を，各現場の資料を集めて知ろうとするとき，各現場各バッチにおける $u/\bar{x}$ の値について，危険率 $\alpha=0.05$ で等分散仮説，及び等平均仮説に有意差が認められないからといつて，これらをすべて同一視して取扱うのは不合理であると思う。何となれば，異なつた精度で試験を行つた場合でも，$u/\bar{x}$ の標本の数，バラツキ方によつて有意差が認められないことがあり，これらの資料を同一視してその分布を調べれば，誤つた結論をするおそれがあるからである。更にまた，同一現場で同じような条件で試験した場合でも，コンクリートの品質が変ればそれらの資料を同一視できない場合がある。例えば，コンクリートの強度の大きさによつて $u/\bar{x}$ の値に傾向 trend があると考えられる場合である。著者の試験結果によると，図―1 に示すように，現場コンクリートの強度の場合では，300～500 kg/cm² の範囲では傾向はみられないが，300 kg/cm² 以下ではやや $u/\bar{x}$ の変動が大になり，研究室で造つた供試体の圧縮7日強度では 100 kg/cm² 以下では傾向

図―1



---

* 文部教官，東京大学生産技術研究所

1) 土木学会誌 第36巻11号 丸安・水野「現場コンクリートの強度試験に関する2,3の問題について」

2) 土木学会誌 第37巻8号 伊藤和幸「現場コンクリートの強度試験に必要な供試体の個数決定について」

がみられるが，100～330 kg/cm² ではみられなかつた。これは一例であるが，このような傾向をもつているときに分布を調べるには，強度の差の小なる範囲の資料のみについて分布を調べるのが適当と思う。なお資料の数が少なくこのような方法で分布を調べることができないときは，傾向を示す回帰直線のまわりの分布を調べればよいと思うが，$u/\bar{x}$ の分布は後節で述べるように理論的に求められ，実測値と大体合うようなので面倒な計算をする必要はないであろう。

3. u の分布について

同じバッチのコンクリートから N 個の供試体を造り，その強度が $x_1, x_2, \cdots\cdots, x_N$ であつた場合，$u/\bar{x}$ の分布が問題となつたが，これを調べる前にまず u の分布を求める。$x_1, x_2, \cdots\cdots, x_N$ は同一の正規母集団 $N(m, \sigma^2)$ から無作為に抽出されたものと考えられるので，u^2 は $\Gamma\{(N-1)/2\sigma^2, (N-1)/2\}$ 分布に従うことがわかつている[3]。それ故 $\eta^2=u^2/\sigma^2$ とすると，これは $\Gamma\{(N-1)/2, (N-1)/2\}$ 分布に従う。すなわち，

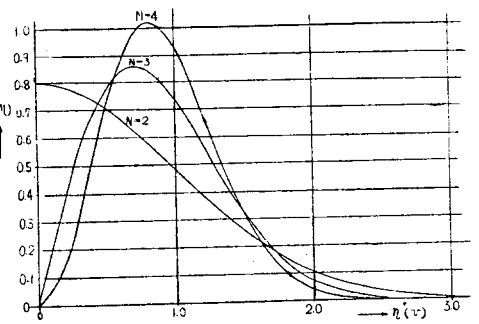
$$f(\eta^2)d(\eta^2)=e^{-\frac{N-1}{2}\eta^2}\left(\frac{N-1}{2}\eta^2\right)^{\frac{N-3}{2}}\Big/\Gamma\left(\frac{N-1}{2}\right)\cdot d\left(\frac{N-1}{2}\eta^2\right)$$

故に

$$f(\eta)\,d\eta=2\left(\frac{N-1}{2}\right)^{\frac{N-1}{2}}\cdot e^{-\frac{N-1}{2}\eta^2}\eta^{N-2}\Big/\Gamma\left(\frac{N-1}{2}\right)\cdot d\eta \quad\cdots\cdots(1)$$

$N=4$ のときは $f(\eta)=6\sqrt{3/2\pi}\cdot\eta^2\cdot e^{-\frac{3}{2}\eta^2}$，$N=3$，のときは，$f(\eta)=2\cdot\eta\cdot e^{-\eta^2}$，$N=2$ のときは $f(\eta)=\sqrt{2/\pi}\cdot e^{-\frac{1}{2}\eta^2}$ これを図示すると，**図—2** のようになる。$f(\eta)$ が極大となる η の値は $\eta'=\sqrt{(N-2)/(N-1)}$ であることがわかる。すなわち，$N=2$ のとき $\eta'=0$ で N が大になるに従つて次第に1に近ずく。次に，

図—2



3) 日本応用力学会編：応用統計学 p. 3. 26

N 個の標本から計算した u の値が多数のバッチからえられたとき，これらの標本がすべて同一の正規母集団 $N(m, \sigma^2)$ からの標本とみなされる場合に，その平均値と σ との関係を調べてみる。$f(\eta)$ における平均値 η_0 は $\eta_0=\int_0^\infty f(\eta)\eta d\eta\Big/\int_0^\infty f(\eta)d\eta$ これに (1) 式を代入すれば $N=4$ のとき $\eta_0=2/3\sqrt{6/\pi}=0.9213$，$N=3$ のとき $\eta_0=\sqrt{\pi/2}=0.8862$，$N=2$ のとき $\eta_0=\sqrt{2/\pi}=0.7979$ すなわち，u の値の平均値 $\bar{u}$ は σ より小で，N が大きくなるに従つて σ に近ずくことがわかる。

4. $u/\bar{x}$ の理論的分布について

$u/\bar{x}$ の分布を調べるにあたり，$v=\frac{u}{\bar{x}}\Big/\frac{\sigma}{m}$ とおいて v の分布を計算する。$v=\frac{u}{\sigma}\Big/\frac{\bar{x}}{m}=\eta/\xi$ とおくと η^2 は $\Gamma\{(N-1)/2, (N-1)/2\}$ 分布をなし，ξ は $N(1, \sigma^2/Nm^2)$ 分布をなし，η, ξ は互いに独立であるから，ξ と η^2 の同時分布の確率エレメントは次の式で表わすことができる。

$$f(\xi\cdot\eta^2)\,d\xi\cdot d(\eta^2)=\frac{e^{-(\xi-1)^2/2\sigma^2/Nm^2}}{\sqrt{2\pi\sigma^2/Nm^2}}\times\frac{e^{-\frac{N-1}{2}\eta^2}}{\Gamma\{(N-1)/2\}}\cdot\left(\frac{N-1}{2}\cdot\eta^2\right)^{\frac{N-3}{2}}d\xi\cdot d\times\left(\frac{N-1}{2}\eta^2\right)$$

故に

$$f(\xi\cdot v)d\xi\cdot dv=2\left(\frac{N-1}{2}\right)^{\frac{N-1}{2}}\times v^{N-2}/(2\pi\cdot\sigma^2/Nm^2)^{\frac{1}{2}}\,\Gamma\left(\frac{N-1}{2}\right)\times e^{-Nm^2(\xi-1)^2/2\sigma^2}\cdot e^{-\frac{N-1}{2}v^2\xi^2}\cdot\xi^{N-1}\,d\xi\cdot dv$$

いま

$$c=2\left(\frac{N-1}{2}\right)^{(N-1)/2}v^{N-2}/(2\pi\sigma^2/Nm^2)^{\frac{1}{2}}\,\Gamma\left(\frac{N-1}{2}\right)$$

$$a=Nm^2/2\sigma^2,\qquad b=\frac{N-1}{2}\cdot v^2$$

とおき，ξ について $-\infty$ から ∞ まで積分すると，

$$f(v)dv=c\cdot A_{N-1}\cdot dv \quad\cdots\cdots(2)$$

ただし $A_{N-i}=\int_{-\infty}^{\infty}\xi^{N-i}\cdot e^{-a(\xi-1)^2}\cdot e^{-b\xi^2}d\xi,$

$$A_0=e^{-\frac{ab}{a+b}}\left(\frac{\pi}{a+b}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$A_1=\frac{a}{a+b}A_0,\quad A_2=\frac{1}{a+b}\left(\frac{1}{2}+\frac{a^2}{a+b}\right)A_0,$$

$$A_3=\frac{1}{(a+b)^2}\left(\frac{3a}{2}+\frac{a^3}{a+b}\right)A_0$$

(2) 式が v の分布を示すことになる。式 (2) において，$a\gg b$ とすると近似的に，

$$A_0=e^{-\frac{ab}{a+b}}\left(\frac{\pi}{a+b}\right)^{\frac{1}{2}}\fallingdotseq e^{-b}\left(\frac{\pi}{a}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{\sigma}{m}\left(\frac{2\pi}{N}\right)e^{-\frac{N-1}{2}v^2}$$

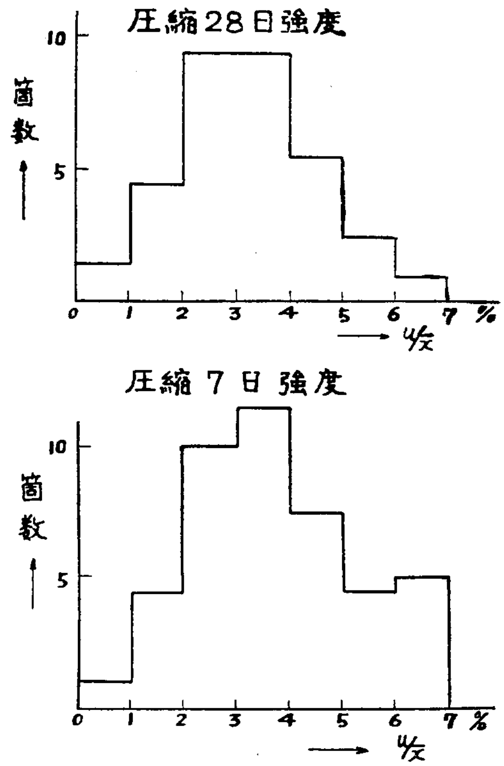
$$f(v) \doteqdot cA_0 \doteqdot \frac{2\left(\frac{N-1}{2}\right)^{\frac{N-1}{2}} v^{N-2}}{\Gamma\{(N-1)/2\}} \cdot e^{-\frac{N-1}{2}v^2}$$

となり(1)と近似的に一致する。実際に，$\sigma/m=0.03$[4] として図示すれば図—2 とほとんど一致する。それでコンクリートの圧縮強度の場合は，(2) 式を用いなくても近似的に (1) 式を用いても差支えないと思われる。故に，$u/\bar{x}$ の資料から σ/m を推定するには，前節においてのべた η_0 を使えばよいことがわかる。

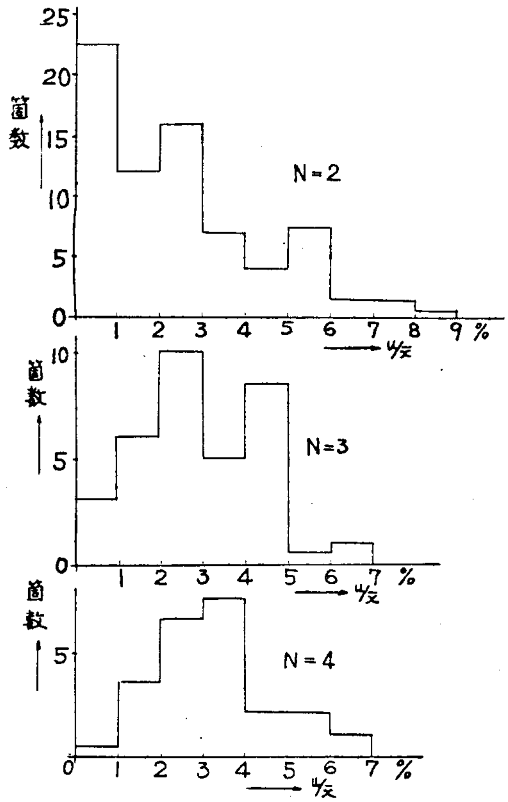
5. 試験結果について

伊藤氏の最初の御批判は「$u/\bar{x}$ の分布は今日理論的に明らかにされていないが著しい非対称性を示し，正規分布と考えるよりは対数正規分布と考えるのが妥当である」とされ，数個所の現場の資料を示されている。その資料は N の大きさが 2 または 3 であり，著者の資料は 4 及び 3 であるので，伊藤氏の場合より著者の資料（図—3）の方が正規分布に近くなるのは，前節の理論上の分布からみて当然であろう。著者の資料に基づいて，$N=2, 3, 4$ の各場合の材令 28 日圧縮強度の $u/\bar{x}$ の分布を図示すると，図—4 に示すようになる。

図—3



図—4



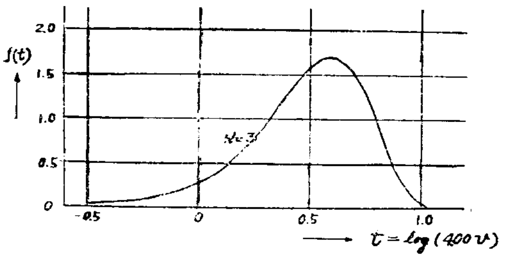
著者が $u/\bar{x}$ の分布を一応正規分布と仮定したのは，著者の実験結果からえられた $u/\bar{x}$ の分布は対称に近いこと，かつ標本の数が小なるため，これだけから分布の型をきめることが困難であること，しかも $u/\bar{x}$ の平均値を問題とするのが主目的であつたこと，などの理由から，上述の分布についての吟味は省略して一応正規分布として取扱うことにしたのである。また，$N=3$ と $N=4$ の場合を同一視したのは，両者の場合の $u/\bar{x}$ の分散並びに平均値に有意な差が認められず，必要な供試体の個数も 3～4 の場合が多かつたためであるが，べつべつに取扱つた方が，なおよいことは当然である。

次に，$u/\bar{x}$ の分布を近似的に対称分布にするにはどうすればよいか調べてみる。伊藤氏は対数変換すべきことを述べられているが，著者は指数変換することを提案したい。まず，対数変換した場合について考えてみると，$N=3$ のとき $f(v)dv \doteqdot 2ve^{-v^2}dv$ であるから，

4) 著者の行つた現場コンクリートについては $\sigma/m \doteqdot 0.03$ で，研究室で造つたコンクリートではこれより更に小さくなつている。

$t=\log av$ とおくと $f(t)dt=2\times 10^{2t}\cdot e^{-10^{\frac{t}{a^2}}}/a^2\log e\cdot dt$ となる。この式において，コンクリートの圧縮強度の場合には，$a=3\sim 6$ くらいと考えられるから $a=4.0$ とすると**図—5** のようになる。$N=4$ の場合は更に非対称になることは明らかである。また $N=2$ のとき

図—5



は対称分布に近くなるように変換するのは無理であると思う。**図—2，5** から明らかなように，対数変換して正規化するということは適当とは思われず，このことは伊藤氏の論文の**図—5** を見てもうかがえるであろう。ASTM 品質管理技術委員会の意見によれば，ある1組の実測値からもとの度数分布を再現する場合，分布の歪度 k を問題とするには，実測値が 250 以上の場合でなければあまり役に立たず，また 100 以下のときはほとんど価値がないと述べられている。それ故，実測値の少ない場合は，検定を行つてもそれのみに頼ることは一般には危険ではなかろうか。以上の対数変換に対して，指数変換を行う案を示そう。いま $t=(av)^{\alpha}$ とおくと $N=3$ のときは $f(v)dv \doteqdot 2ve^{-v^2}dv$

$$\therefore\ f(t)\,dt \doteqdot \frac{2}{a^2\alpha}\cdot t^{\frac{2-\alpha}{\alpha}}\cdot e^{-\left(\frac{t}{a^2}\right)^{\frac{2}{\alpha}}}\,dt$$

となる。$N=4$ のときは同様にして，

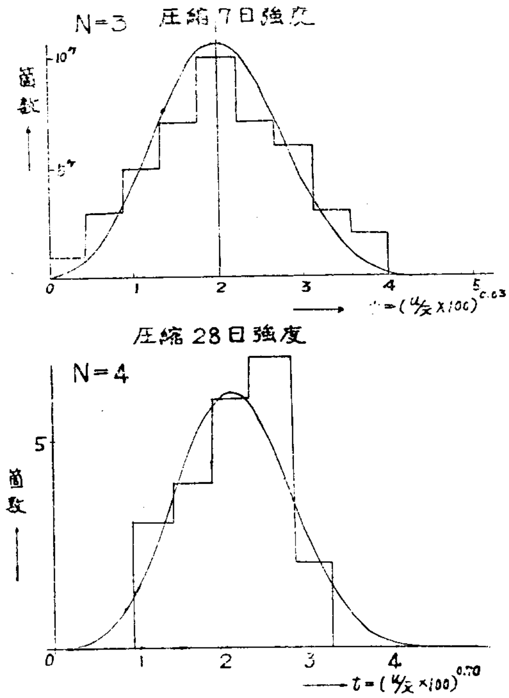
$$f(t)\,dt \doteqdot \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{2\pi}}\cdot\frac{1}{a^3\alpha}\cdot t^{\frac{3}{\alpha}-1}\cdot e^{-\frac{3}{2}\cdot\left(\frac{t}{a^2}\right)^{\frac{2}{\alpha}}}dt$$

となる。この分布が対称分布に近くなるときの α の値を調べてみると，普通のコンクリートの強度試験の a の範囲 3〜6 くらいでは $N=3$ のとき $\alpha=0.63$，$N=4$ のとき $\alpha=0.70$ で大体よいことがわかつた。つぎにこれ等の分布のモードの位置 t' を計算すると，$N=3$ のときは，$t_3'=\{(2-\alpha)a^2/2\}^{\alpha/2}=0.888\,a^{0.63}$，$N=4$ のときは，$t_4'=\{(3-\alpha)a^2/3\}^{\alpha/2}=0.911\,a^{0.70}$ となる。t' は $u/\bar{x}\times 100$ を指数変換した値の平均値と考えても差支えないので，t' は実測値から求まり，α は決つているので，母数 σ/m の推定値である $a/100$ がわかる。**図—6** は指数変換した分布と実測値とを示したものである。このように近似的にでも正規化すれば，検定を行つたり限界を求めたりする場合，取扱いが容易になるので好都合である。

6. 棄却限界法について

伊藤氏の提案された最も大きな問題は，棄却限界法による個数の決め方であるが，これに対して感ずるところをまず述べる。最初に「各バッチ内の標本 O_N: x_1, $x_2\cdots\cdots x_N$ が正規分布をするから，O_n, O_l 標本はいづれも正規分布に従うはずである」という点については，

図—6



O_N, O_n, O_l がそれぞれ正規分布をすると仮定するのならよいが，O_N が正規分布をなすから O_n, O_l が正規分布をなすはずであると考えるのはどうであろうか。なぜならば，各バッチ内の標本 O_N の分布は主に試験によつて生じた変動による分布であり，O_n, O_l の分布は試験による変動とコンクリートの品質のバッチごとの変動との両者によつて生じたものであると考えられるからである。この根本的な点において見解を異にしているのである。

第2の問題としては，伊藤氏が棄却限界法として用いておられる式 (5) についてである。(5) 式 $m\pm t_0\sigma'$ は正規分布 $N(m,\sigma'^2)$ において，ある1個の標本が母平均 m から標準偏差の t_0 倍の範囲に入る確率が $(1-\alpha)$ であるという普通の誤差論の式のようである。すなわち，t_0 は正規分布の表から求められる。ここにおいて伊藤氏は統計理論によれば $\sigma'=\sigma/\sqrt{N}$ となると

されているが，コンクリートにおける n バッチの標本 O_n: $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots\cdots \bar{x}_n$ の標準偏差が，各バッチ内の標本 O_N: $x_1, x_2, \cdots\cdots x_N$ の標準偏差の $1/\sqrt{N}$ になるとは考えられない。このことは先に述べた著者の考え方によれば明らかであろう。伊藤氏の御意見は，普通の品質管理の場合と同じように品質の変動のみを考え，正規母集団 $N(m, \sigma^2)$ から N 個の標本を1組として抽出したとき，その1組の標本の平均値の棄却を取扱い，しかも母数がわかつているとした場合について述べられているようである。しかし，このことをコンクリートに適用するのは無理ではないかと思う。

第3の点は β の値として $t_0 u'/\bar{x}$ をとるべきであるという御提案についてである。いま，この値を用いて信頼限界法を用いる場合の意味を考えてみると，平均値 $\bar{x}$ (不正確ではあるが，わかりやすくいえばそのバッチのコンクリートの強度) のバラツキを計算して，その $\bar{x}$ の 90% (1例として) が含まれる範囲と等しいだけの範囲をバッチ内の N 個 (例えば3個) の強度の平均値 $\bar{x}$ のまわりに与えれば，そのバッチのコンクリートの真の強度がその中に 90% の信頼度で入ればよいということであろう。この方法と，先に著者の提案した[1]考えとの相違は，著者はこの範囲のとり方を狭くして平均値の標準偏差だけに止めるとともに，$u/\bar{x}$ の大きさにも余裕をもたせ σ/m の信頼限界の上限をとつた点である。この相違により，著者の方が個数がやや大になり，精度が高くなるが，これくらいの個数をとることが必要であると思う。しかしながら伊藤氏は $\beta \doteqdot t_0 u'/\bar{x}$ の実際の用い方として上記の方法をとらず，棄却限界法として (5) 式を用いておられる。なお，著者は先に，$\sigma''/\bar{x}$ を用いたが，伊藤氏のいわれるように $u'/\bar{x}$ を用いる方が実際の数値上は大差ないが，母数を推定するという意味でよいと思う。

第4の問題として，$N=3$ の場合の資料から求めた $u/\bar{x}$ の平均値 (対数変換して計算したもの) を母数と規定しておられる点であるが，先に示した理論的分布より明らかなように，N の大きさによつて平均値は変り (伊藤氏の結果にもはつきり表われている) 得られた平均値を直接母数と推定するのは無理ではあるまいか。更に，もし (5) 式を用いるとすれば当然母数を推定しなければならないのであるが (母数をいかにして知るかが問題である)，信頼限界法では母数を使う必要はない。すなわち，統計量を用いるのであつて，この点が推計学のよい点ではなかろうか。著者の案としては，供試体の個数の決定に用いる $u/\bar{x}$ のとるべき値として，決められる N に相当する $u/\bar{x}$ の平均値の信頼限界の上限を用いたいと思う。すなわち，N に相当する $u/\bar{x}$ の分布が理論的に求まり，その分布が近似的ではあるが正規化されているので，平均値の信頼限界は普通の方法で容易に求めることができる。

第5の点としては，表―5[2]は (6) 式から計算されたものであるから，これを個数決定の目的で使うのは適当でないように思う。

第6の問題として，$V=u/\bar{x}$ の管理については $N(m_V, \sigma_V{}^2)$ の母数の決め方に問題はあるが，更にその他に，もし述べられているように (6) 式を使うとすれば，V の N 個の平均値の管理限界になるのではあるまいか。V を管理するならば，普通用いられている標準偏差の管理の方式を使えばよいであろう。

7. 施工の安全性と供試体の個数について

土木学会制定のコンクリート標準示方書によれば，工事中現場で標準供試体4個について試験し，それらのうちの最小値が決められた強度以下になつてはならないようになつている。伊藤氏はこの問題について，同一ミキサ内のコンクリートで何個か供試体を造つたとき，強度分布を正規分布とすると (4 c) 式から下限が決まり，特に $u/\bar{x}$ を母数として規定すると (5) 式を用いればよいとされ，(5) 式から計算された表―7 を示されているが，著者はこれと見解を異にしている。すなわち，(5) 式の意味は前に述べたように，普通の誤差論の考えを示しているに過ぎず，正規母集団から抽出された数個の標本の下限を示すものではないように思う。例えば，正規母集団から標本を2個抽出した場合の下限と，4個抽出した場合の下限とは当然同一ではないはずで，従つて (5) 式から計算された表―7 を用いるのは適当でないと思う。このことは表―8 についても同じことがいえよう。また示方書に示されているこの根本的な考えについても疑念をもつているが，この点についても近く考えを発表する予定である。

次に，伊藤氏は供試体の個数の決め方を著者の資料に基づいて述べられているが，仮に $\beta=t_0 u'/\bar{x}=11.52$ % を使うことを許すとしても，信頼限界法を用いて (3) 式より計算した場合 $N=0.19$ 個となるというのは誤解ではなかろうか。伊藤氏の (3) 式 $N=(t \cdot V/\beta)^2$ において，t は F-分布において $n_1=1$, $n_2=N-1$ 危険率 α なる $F(\alpha)=t^2$ で表わされるものである。一方，t_0 は正規分布の表から，あるいは t-分布において $n=\infty$ の表より得られる値である。伊藤氏はこれを混同されているのではないかと思う。すなわち，著者の計算によれば $\beta=11.52$% と仮定しても $N \doteqdot 2.4$ くらいになるはずである。

次に，伊藤氏の提唱されている棄却限界法によると $\alpha=0.10$ のとき $N \doteqdot 1$ となるが，同じバッチから造

る供試体の個数を必ず3またはそれ以上にしなければならないから $N=3$ とすると述べられているが，その理由が明らかでない。伊藤氏は表—3 の実験結果から $N=2$ の場合の $u/\bar{x}$ が他の場合に比べて有意差が認められるくらい小であつたので，個数決定の目的からみて $N=2$ とすることは意義を失うと述べられている。$N=2$ のとき $u/\bar{x}$ の値が小なることは理論的分布より明らかになつた。しかし，これが $N \geqq 3$ としなければならない理由とは考えられず，要は $N=2$ の平均値の信頼度が問題となるのではなかろうか。$N=2$ のとき信頼度はたしかに低下することは理論上明らかであるが，その代りに $N=2$ の組を多くとれば信頼度は増加するわけである。同時に，そうすることにより他に大きな利点が得られる場合があるが，これらの問題は改めて発表する予定である。

8. 供試体の個数の決定についての提案

信頼限界法で個数を決める場合，決定しなければならないのは $u/\bar{x}, \beta$ 及び α である。α は普通 0.10 でよいと思うのであるが，精密さを要求するときは 0.05 を使うのがよいであろう。β の値としては著者は先に，1バッチ内の強度の平均値 $\bar{x}$ の変動を用いたのであるが，あらたにコンクリートの強度のバッチごとの変動を用いることを提案したい。すなわち，コンクリートの強度の分散は，実測された $\bar{x}$ の分散と，試験誤差が $\bar{x}$ に及ぼす分散との差と考えられる。いま，実測された $\bar{x}$ の不偏分散を $u_{\bar{x}}^2$, $\bar{x}$ の平均値を $\bar{\bar{x}}$, $u/\bar{x}$ の平均値を Cx とすれば，$\beta^2 \doteqdot u_{\bar{x}}^2/\bar{\bar{x}}^2-(Cx/\eta_0)^2/N$ となる。ここで η_0 は 3. で述べたように，$u/\bar{x}$ を計算するのに用いた N に相当する η_0 の値である。一例として著者の圧縮 28 日強度の資料を用いれば $u_{\bar{x}}^2/\bar{\bar{x}}=0.0705^2=0.00497$, $(C_x/\eta_0)^2/N=(0.0307/0.8862)^2/3=0.00040$ $\therefore \beta^2=0.00457$ $\therefore \beta=0.0676$ となる。次に，$u/\bar{x}$ の値としては，個数 $N=3$ が予想されるときは，各バッチ内の3個の強度から計算した $u/\bar{x}$ の値に指数変換を行つた平均値 1.897 の信頼上限を，母平均の信頼限界を求める普通の方法で計算すると 2.073 になる。これをもとの値である $u/\bar{x}$ に換算すると $u/\bar{x}=3.18\%$ になる。これですべて既知となつたので，先に発表した図—2[1] から N を求めると，$\alpha=0.10$ で $N \doteqdot 3.0$ となる。先の計算法[1] によると $N \doteqdot 3.1$ となつたので 3 個または 4 個と書いたのであるが，新しい計算法でも著者の資料では個数にほとんど変りはない。もし $N \doteqdot 4$ となつたときには，$N=4$ の場合の $u/\bar{x}$ の値を同様な計算法で求め，図—2[1] から N を求めればよい。

なお，$N=4$ の資料がなく，$N=3$ の資料から推定する場合には，4. で述べた正規化した分布のモードの位置 t' の関係から近似的に計算すればよい。すなわち，$N=3$ のときは $t_3'=0.888\,a^{0.63}$, $N=4$ のときは $t_4'=0.911\,a^{0.70}$ であるから，$N=3$ のときの $u/\bar{x}$ の値に指数変換を行つた平均値を t_3' として $t_4'=1.040\,(t_3')^{1.111}$ を計算すれば，これが $N=4$ の場合の平均値であると推定するのである。次に，この信頼上限を求めるには，$N=3$ の資料から t_4' を推定することを考え，近似的に $N=3$ の場合の上限と平均値との比から推定することにする。計算例を示せば，$t_3'=1.897$ であるから $t_4'=2.12$（実際の資料から計算した結果は 2.11 であつた）となる。故に信頼上限は $2.12 \times 2.073/1.897=2.32$ これを $u/\bar{x}$ に換算すると，3.33% となる。このようにして，供試体の個数を決めることができる。

8. 結　語

以上本文で示した点を要約すれば

1) $u/\bar{x}$ の分布を理論的に明らかにし，コンクリートの実験結果はこれと大体一致する（資料数が小なるため検定ができない）ことを認めた。
2) 供試体の個数を決めるには，伊藤氏の述べられた棄却限界法により信頼限界法の方が適当と思われることを述べた。
3) $u/\bar{x}$ の分布を近似的に正規化するために，指数変換することを述べた。
4) コンクリートの強度の変動を統計的に取扱うにあたり，試験による変動と品質の変動とは別個に考えなければならないという点についての，根本的な考え方について述べた。
5) 信頼限界法の改良した用い方について述べた。

本研究は丸安隆和先生のご指導の下に行つたもので，ここに厚く御礼申し上げる次第である。

（昭. 27. 6. 23）