

測定値は一つの試料について 20 回の平均値である。測定時温湿度は 15~20°C, 60~70% である。

4. 測定結果 表一1 の右の方に示してある。なお表一1 のポリビニルブチラール No.1 について、赤外線乾燥用ランプを用いて、1) 40°C, 30 分; 120°C, 90 分乾燥, 2) 40°C, 30 分; 100°C, 90 分乾燥の 2 種について測定したが、接着力大で測定不可能であった。

5. 結 言 表一1 から明らかなように、ポリビニルブチラールの接着性が他に比して格段に優秀である。従つて抵抗線歪計の接着剤としてポリビニルブチ

ラールをおすすめする。

なおブチラール樹脂は接着性が優秀であるのみならず、次の理由によつても、接着剤として使用するに適當であると考えられる。

- a) ブチラール樹脂の性質の温度による変化が比較的少ないこと（接着性が優秀であることと合わせて低温における性質が重視される航空機用防弾ガラスの接着剤として、既に実用されている）。
- b) この樹脂の製造方法はわが国で既に確立されており、本邦資源により容易に製造され、ただちに実用に応じうる。

UDC 624.072.2 : 624.044

梁の撓みに関するモールの定理の拡張について¹⁾

正 員 近 藤 繁 人*

$$w = -\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{k}{GF_c} \left(up - S \frac{du}{dx} \right) \dots\dots\dots(4)$$

すなわち、ある梁の剪断力による撓み及び撓角はその梁の共やく梁に(4)で表わされる弾性荷重 w を乗せた時の曲げモーメント及び剪断力によつて表わされる。

もし集中荷重が作用している点で断面が急変している時の弾性荷重 W は (2) より

$$W = -\frac{k}{GF_c} \frac{d}{dx} (uS) dx = -\frac{k}{GF_c} \Delta(uS) \\ = \frac{k}{GF_c} (u_1 S_1 - u_2 S_2) \dots\dots\dots(5)$$

(4) あるいは (5) において w あるいは W が (+) の時は下向の弾性荷重とし、(-) の時は上向の弾性荷重とする。

3. 共やく梁 単純梁、片持梁、張出梁、ゲルバー梁等に対する共やく梁は、図-2 の通りで、(a) の共やく梁は (b) であり、(b) の共やく梁は (a) である³⁾。

4. 計算例

(1) 図-3 の場合

$$S = R_A = \frac{M_0}{l} = \text{一定}, F_1 \text{ を } F_c \text{ に選べば} \\ u_1 = \frac{F_1}{F_1} = 1, \quad u_2 = \frac{F_1}{F_2}$$

したがつて C 点における弾性荷重は (5) より

$$W = \frac{k}{GF_1} \{ u_1 S - u_2 S \} = \frac{k}{GF_1} \left(1 - \frac{F_1}{F_2} \right) \frac{M_0}{l}$$

もし $F_2 > F_1$ ならば $W > 0$ となり W は下向の弾性荷重で任意の点の S による撓みは下向となる。 $F_2 = 0$ ならば $W = 0$ となり、 $S \neq 0$ であるにもかかわらず AB 間のすべての点の S による撓みは無いことになる。またもし $F_2 < F_1$ ならば $W < 0$ となり W は上向の弾性荷重で任意の点の S による撓みは上向となる。

(2) 図-4 の場合

$$S_1 = P_1 + P_2 \quad S_2 = P_2$$

1. モールの定理 ある梁に荷重が乗つた時の曲げモーメント M による任意の点の撓み及び撓角は、その梁の共やく梁に弾性荷重 w を乗せた時の曲げモーメント及び剪断力によつて表わされる。弾性荷重 w は、図-1 のように水平右向及び鉛直下向を、 x, y 軸に取れば

$$w = \frac{M}{EI} = -\frac{d^2y}{dx^2}$$

2. モールの定理の拡張

G : 剪断弾性係数

τ : 中立軸における剪断応力度

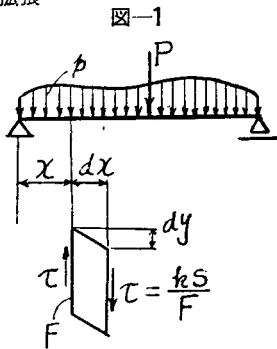
k : 断面の形によつて定まる常数²⁾

F : 任意断面の断面積

F_c : ある定まつた断面積

S : 任意断面の剪断力

p : 荷重強度 $u = \frac{F_c}{F}$ と置く。



いま梁の断面の大きさは変るがその形(矩形、円形等の形)は変わらないものとするれば、 k は一定で次の式が成立つ。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{kS}{GF} = \frac{k}{GF_c} (uS) \dots\dots\dots(1)$$

$$\therefore \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{k}{GF_c} \frac{d}{dx} (uS) \dots\dots\dots(2)$$

$$= -\frac{k}{GF_c} \left(up - S \frac{du}{dx} \right) \dots\dots\dots(3)$$

剪断力による撓み及び撓角を求めるための弾性荷重は、曲げモーメントによるものの場合と同様に

* 山梨大学助教授, 工学部土木教室

図-2

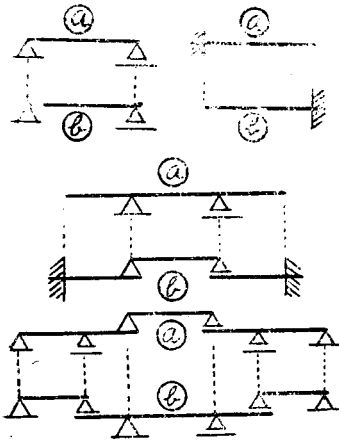
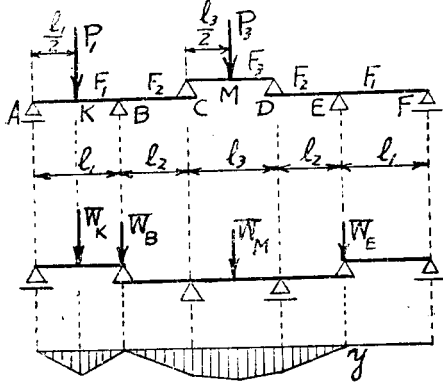


図-5



F_1 を F_c に選べば

$$u_1 = \frac{F_1}{F_1} = 1, \quad u_2 = \frac{F_1}{F_2}$$

したがって弾性荷重は

$$W_1 = \frac{k}{GF_1} \{u_1 S_1 - u_2 S_2\} = \frac{k}{GF_1} \left\{ P_1 + P_2 - \frac{F_1}{F_2} P_2 \right\}$$

$$W_A = \frac{k}{GF_1} (0 - u_1 S_1) = -\frac{k}{GF_1} (P_1 + P_2)$$

すなわち W_A は (-) だから上向となる。

(3) 図-5 の場合

$$S_{AK} = \frac{P_1}{2} - \frac{P_3 l_2}{2l_1}, \quad S_{KB} = -\frac{P_1}{2} - \frac{P_3 l_2}{2l_1}$$

$$S_{BC} = \frac{P_3}{2} = S_{CM}, \quad S_{MD} = -\frac{P_3}{2} = S_{DE}$$

$$S_{EF} = -\frac{P_3 l_2}{2l_1}$$

F_1 を F_c に選べば

$$u_1 = 1, \quad u_2 = \frac{F_1}{F_2}, \quad u_3 = \frac{F_1}{F_3}$$

弾性荷重は

$$W_K = \frac{k}{GF_1} (u_1 S_{AK} - u_2 S_{KB}) = \frac{k}{GF_1} P_1$$

$$W_B = \frac{k}{GF_1} (u_1 S_{KB} - u_2 S_{BC})$$

図-3

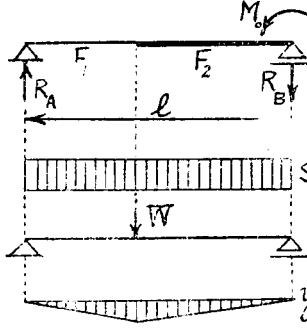
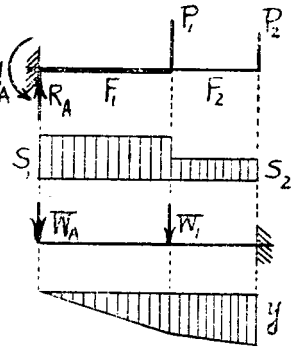


図-4



$$= -\frac{k}{GF_1} \left(\frac{F_1}{2} + \frac{F_3 l_2}{2l_1} + \frac{P_3 F_1}{2F_2} \right)$$

$$W_M = \frac{k}{GF_1} (u_3 S_{CM} - u_2 S_{MD}) = \frac{k}{GF_1} \left(\frac{F_1}{F_3} P_3 \right)$$

$$W_E = \frac{k}{GF_1} (u_2 S_{DE} - u_1 S_{EF}) = -\frac{k}{GF_1} \left(\frac{P_3 l_2}{2l_1} + \frac{F_3 F_1}{2F_2} \right)$$

W_B と W_E とは (-) なる故上向となる。

5. 総変位とその影響線

梁の変位は S によるものと M によるものとの和によつて表わされるので、弾性荷重として上記 w , W と $\frac{M}{EI}$ との和を選べば、 S 及び M による総変位が求まる。

また i 点に $P=1$ が乗つた時の j 点の変位はマックスウェルの相反法則によると、 j 点に $P=1$ が乗つた時の i 点の変位に等しいので j 点の変位に対する影響線を求めるには、 j 点に $P=1$ を乗せた時の梁の変位図を画けばよい。

6. 結 び

(1) 単純梁, 片持梁, 張出梁, ゲルバー梁の S による変位を求めるのには、共やく梁による方法が最も簡単である。

(2) 傾斜部材を有する梁の S による変位を求めるのには部材回転角を使用する方が便利である¹⁾。

(3) 不静定梁の正確な不静定値⁴⁾を求めるには、 S による変位を考慮に入れなければならない。

(4) 不静定梁の S による変位を求める時は予めその不静定値に対しても、 S による影響を考慮してその大きさを定めておかなければならない。

参 考 文 献

- 1) 土木学会第8回年次学術講演会において「剪断力による変位の求め方について」と題して講演したものをもとめあげたものである。
- 2) 小西一郎：構造力学 第1巻 p. 173
- 3) 成瀬勝武：弾性橋梁 第1巻 p. 89
- 4) 筆 者：土木学会誌 第35巻 11号